

文章编号:1007-6735(2010)05-0479-09

基于广义期望效用理论的主观概率调整的一致性风险测度

吴晓霖¹, 蒋祥林², 孙绍荣¹

(1. 上海理工大学 管理学院, 上海 200093; 2. 复旦大学 金融研究院, 上海 200433)

摘要: 在对广义期望效用理论进行综述的基础上, 将该理论与一致性风险测度联系起来, 并利用广义期望效用理论中的 Choquet 期望效用函数, 提出了一个主观概率调整的一致性风险测度. 以中国股市中的一个资产组合为样本, 利用二元随机波动率模型对资产组合收益率分布进行描述, 并使用马尔科夫链蒙特卡罗的模拟方法对该分布进行模拟, 计算了主观概率调整的风险值.

关键词: 金融风险测度; 广义期望效用理论; Choquet 期望效用函数; 主观概率调整

中图分类号: F 830.91 **文献标志码:** A

Subjective probability adjusted coherent financial risk measurement based on general expected utility theory

WU Xiao-lin¹, JIANG Xiang-lin², SUN Shao-rong¹

(1. Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;

2. Institute for Financial Studies, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: Starting from a review of the general expected utility theory, which was then associated with the new research progress in the financial risk measurement, a probability adjusted coherent financial risk measurement was put forward based on the Choquet expected utility function. A bivariate stochastic volatility model was used to describe a portfolio return distribution from Chinese stock market. The Markov Chain Monte Carlo method was applied to simulate the distribution and obtain the probability adjusted coherent financial risk value.

Key words: financial risk measurement; general expected utility theory; Choquet expected utility function; subjective probability adjusted

风险管理在金融理论和实践中具有重要的地位. 1997 年诺贝尔经济学奖获得者罗伯特·默顿曾经说过, 资金的时间价值、资产定价和风险管理是现代金融理论的三大支柱. 自从 1952 年马科维茨在资

产组合中使用方差度量风险^[1], 人们一直致力于风险测量的探索与改进, 以求更好地测量现实中的金融风险. 各种各样的风险度量指标相继出现, 如半方差、下偏位矩、平均绝对离差和最大半离差 (maxi-

收稿日期: 2009-11-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70503006, 70471066); 上海市哲学社会科学规划项目 (2005BJB002); 教育部人文社会科学研究资助项目 (06JC790009)

作者简介: 吴晓霖 (1974-), 女, 博士研究生.

蒋祥林 (联系人), 男, 副研究员. E-mail: xljiang@fudan.edu.cn

mum semideviation)^[2].从控制损失的角度出发,近年来流行的风险测度 VaR 被广泛采用.面对不同的风险测度方法,人们自然会思考究竟什么样的风险测度是好的.文献[3,4]从金融风险监管的角度出发,以单调性、平移不变性、正齐次性和次可加性这4条公理假设为判别标准,提出一致性风险测度概念.然而,在上述的风险测度及其应用问题上,人们为了实践操作简化,长期忽略了一般的决策理论——效用理论在构建风险测度指标中所起到的指导作用,这事实上也将效用理论中有关行为人的风险偏好的重要信息与风险测量与风险管理问题割裂开来.

随着金融理论与实践不断向前推进,建立在收益风险之上的传统的风险测度观点已不能满足对风险管理实践的现实性解释,而与更一般的决策理论相联系的风险测度方法则提供了一个重要的研究途径.事实上,与人们对客观世界的主观价值判断相关,风险测度包含着人的主观偏好,因此,决策者在不确定性条件下的偏好应该作为风险测度的重要依据.

期望效用理论奠定了不确定条件下的决策行为理论的基石.然而,期望效用理论框架是否能充分描述了投资者的风险偏好,一直备受质疑.批驳期望效用理论的许多反论表明,人们在不确定情况下的决策行为经常违反期望效用理论的公理假设(如 Allais 反论、Ellsberg 反论、偏好逆转、共同比例效用等)^[5,6].为了克服传统的期望效用理论的局限性,经济学家提出各种形式的广义的期望效用理论,即非线性概率转换期望效用理论、对偶理论和局部效用理论等.其中,被 Machina 称为非期望效用理论的非线性概率加权期望效用理论^[7-15]被学者普遍接受,应用也最为广泛.非线性概率加权广义的期望效用理论认为传统期望效用存在局限性的根源在于,尽管传统期望效用原理用非线性效用函数 $U(x)$ 取代了价值变量 x ,并用 $U(x)$ 来描述人们面对风险时的态度(风险厌恶及其程度、风险中性、风险喜好及其程度),但依然保持了对概率的线性关系.因此,克服其局限性的有效方法就是用一个非线性的概率转换函数取代概率,并用概率转换函数来描述人们在不确定条件下的风险态度(悲观主义及其程度、乐观主义及其程度).

本文首先对广义期望效用理论用于风险决策提供一个基本的阐述,并将该理论与金融风险测度研

究的最新进展联系起来,利用广义期望效用理论中的 Choquet 效用函数,提出了一个主观概率调整的一致性风险测度.在本文的实证部分,以中国股市中的一个资产组合为样本,利用二元随机波动率模型对资产组合进行描述,使用马尔科夫链蒙特卡罗(MCMC)的模拟方法对资产组合未来的分布进行模拟,并用模拟样本计算了主观概率调整的风险值.

1 期望效用理论与广义期望效用理论

1.1 传统的期望效用理论

期望效用思想的产生可以追溯到17世纪出现的对“期望价值”的局限性的批驳.假设一项投资可能具有的价值分别为 $x_1, x_2, \dots, x_m$, 相应的概率分别为 $p_1, p_2, \dots, p_m$, 则 X 的期望价值定义为

$$E(X) = \sum_{i=1}^m x_i p_i$$

传统期望效用原理认为期望价值存在局限性的根源在于它关于价值 x 是线性的,于是,引入非线性的效用函数 $U(x)$ 代替 x , 则期望效用可定义为

$$E(X) = \sum_{i=1}^m U(x_i) p_i \quad (1)$$

这就是冯·纽曼-摩根斯坦等提出和发展的期望效用理论(VNM)^[5], 该理论成为此后经济学家研究人们不确定条件下的决策行为的理论基石.现有的绝大多数经济理论,包括宏观经济学、博弈论、资产组合理论及资产定价理论等,在涉及不确定性问题时,基本上都以 VNM 期望效用理论为基础.

一般地,具有不确定性特征的研究对象(如投资组合价值)可以用一个定义在概率空间 $(\Omega, \sigma_\Omega, P)$ 上的随机变量来描述.其中, Ω 是由所有可能发生的基本事件(元素 ω)构成的集合(状态空间), σ_Ω 是由 Ω 的所有子集构成的集合(σ -域), P 是定义在 σ_Ω 上的概率测度.定义在概率空间 $(\Omega, \sigma_\Omega, P)$ 上的全体随机变量 X 构成一个集合,记为 $L^\infty(\Omega, \sigma_\Omega, P)$.为了区别不同随机变量的分布函数,用符号 $F(x)$ 表示 X 的分布函数,则期望效用 $V(X)$ 可写为效用函数 $U(X)$ 的期望值,即

$$V(X) = E[U(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} U(x) dF(x) \quad (2)$$

考虑在两个随机变量中进行选择的问题, X 和 Y , 分布函数分别为 F, G , 比较期望效用, X 好于 Y , 即

$$E_F U(X) = \int_{-\infty}^{\infty} U(x) dF(x) >$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} U(x) dG(x) = E_G U(X) \quad (3)$$

在这一框架中,效用函数 U 涵盖由投资者风险态度表示的全部内容. 令 $p = F(x; X)$, 则 $p \in [0, 1]$, 分位数 $x = F^{-1}(p)$. 式(3)可表述为等价的公式

$$E_F u(X) = \int_0^1 u(F^{-1}(p)) dp >$$
$$\int_0^1 u(G^{-1}(p)) dp = E_G u(Y) \quad (4)$$

即将原来的 $(-\infty, \infty)$ 上的积分转换成区间 $[0, 1]$ 上的积分, 称为 Lebesgue 测度上可积.

期望效用理论中使用效用函数 $U(x)$ 描述投资者的风险态度, 与下文用到的基于 Choquet 积分的期望效用理论使用概率转换函数描述投资者的风险态度形成鲜明的对比.

1.2 广义期望效用理论和 Choquet 期望效用函数

尽管传统期望效用原理用非线性效用函数 $U(x)$ 取代了价值变量 x , 但依然保持了对概率的线性关系. 非期望效用理论认为, 这是传统期望效用存在局限性的根源, 因此, 克服其局限性的有效方法就是用 一个非线性的概率转换函数取代概率.

文献[13,14]整理了许多非线性概率加权效用函数, 并将它们称为非期望效用理论, 总结出表 1.

表 1 非线性概率加权效用函数
Tab.1 Nonlinear probability weighted utility function

理 论	公 式	出 处
前景理论(prospect theory)	$\sum_{i=1}^n v(x_i) \pi(p_i)$	文献[10]
矩效用(moments of utility)	$f\left(\sum_{i=1}^n v(x_i) p_i, \sum_{i=1}^n v(x_i)^2 p_i, \dots\right)$	文献[6]
权重效用(weighted utility)	$\frac{\sum_{i=1}^n v(x_i) p_i}{\sum_{i=1}^n \tau(x_i) p_i}$	文献[11]
对偶期望效用 (dual expected utility)	$\sum_{i=1}^n x_i \left[G\left(\sum_{j=1}^i p_j\right) - G\left(\sum_{j=1}^{i-1} p_j\right) \right]$	文献[12]
等级依赖的期望效用 (rank-dependent expected utility)	$\sum_{i=1}^n v(x_i) \left[G\left(\sum_{j=1}^i p_j\right) - G\left(\sum_{j=1}^{i-1} p_j\right) \right]$	文献[13]
二次概率 (quadratic in probabilities)	$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n K(x_i, x_j) p_i p_j$	文献[16]
序独立(ordinal independence)	$\sum_{i=1}^n h\left(x_i, \sum_{j=1}^i p_j\right) \left[G\left(\sum_{j=1}^i p_j\right) - G\left(\sum_{j=1}^{i-1} p_j\right) \right]$	文献[17]

这些模型都因为引入非线性的概率转换函数而具有足够的灵活性, 能够更好地描述投资者在不确定性环境下的风险态度, 在一定程度上克服传统效用原理的局限性. 并且, 人们总可以根据具体情况选择合适的概率加权函数来解释 Allias 反论等问题.

文献[13,14]在评论上述非线性概率转换期望效用模型时, 认为在这些模型中, 文献[12]提出的等级依赖的期望效用(rank-dependent expected utility, 简称 RDEU) 被广泛地应用于不确定性问题的分析, 被实践和理论证明最为成功.

在 RDEU 模型中, 累积概率 $p = p_1 + p_2 + \dots +$

p_i 就是相应的分布函数值 $F(x; X)$, 假定转换函数 $G(p)$ 是分布函数值 $p = F(x; X)$ 的单调增函数, 且满足归一性, 即概率转换函数 $G(p)$ 满足

$$\forall p \in [0, 1], G'(p) \geq 0, G(0) = 0, G(1) = 1$$

在文献[17], 基于 Choquet 积分概念, 提出了一个 Choquet 效用函数(choquet expected utility, 简称 CEU), 实际是与文献[12]的 RDEU 模型等价的连续形式. 在 Choquet 效用函数中, 不同于传统的期望效用函数的微分 $dF(x), dv(F(x))$ 是定义在区间 $[0, 1]$ 上的另一种概率测度, 其中, $v(F(x; X))$ 也满足文献[12]的 RDEU 模型中的 $G(p)$ 所要求的条件.

CEU模型可以表述为

$$V(X) = E_v[U(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} U(x)dv(F(x)) = \int_0^1 U(F^{-1}(p))dv(p) \quad (5)$$

因此,引入了对客观概率估计进行变形的概率转换函数 $G(p)$ 和 $v(p)$,在 RDEU 模型和 CEU 模型中,通过概率转换函数和效用函数共同来描述投资者风险态度,其中, $U(x)$ 将收益结果转换成效用,同时可以认为 $v(F(x))$ 将客观概率转换为了主观概率.这样,在 CEU 模型中,式(4)可以表示为

$$E_{v,F}U(X) = \int_0^1 U(F^{-1}(x))dv(x) > \int_0^1 U(G^{-1}(y))dv(y) = E_{v,G}U(Y) \quad (6)$$

使用 RUDE 和 CEU 的关键是选择什么样的概率转换函数.有趣的是转换函数 $G(p)$ 和 $v(p)$ 的形状和普通效用函数 $U(x)$ 的形状一样能够反映人们面对风险的态度.与普通效用函数的形状相对应,凹性转换函数 ($G''(p) < 0$) 说明概率加权函数 $G'(p)$ 是随着累积概率 p 的增加而降低的,因此,收益越低(对应的累积概率越低),人们赋予概率加权系数越大,即人们通过改变随机变量的分布对低收益的情形表现出更加关注和重视,也就是说投资者或消费者在概率分布的尾部表现出更强的风险回避特征.文献[18]将人们通过凹性概率转换函数 $G(p)$ 的特征表现出来的风险回避特征称为“悲观主义”,以区别于通过凹性效用函数表现出的风险回避态度.相反,凸性转换函数表示投资者或消费者是一个风险爱好者,称为“乐观主义者”.例如,转换函数 $v(\alpha) = 1 - (1 - \alpha)^\theta$,当 $0 < \theta < 1$ 时, $v(\alpha)$ 是 α 的凸函数;当 $\theta > 1$ 时, $v(\alpha)$ 是 α 的凹函数.

许多经验事实说明,人们对概率分布的尾部赋予较大的概率加权系数,换言之,人们通过转换函数描述的风险态度在尾部有着明显的风险回避特征.这说明在面对不确定情况下,人们面对风险的态度不仅可以反映在效用函数的形状上,还可以反映在概率转换函数上.事实上,效用函数是一个描述确定价值给人们带来满足程度的工具,效用函数本身没有包含反映不确定的任何因素,因此,如果希望用它来完全反映人们不确定条件下的偏好,实在有些勉为其难.由于转换函数和描述不确定性的分布函数直接相关,因此,它可能更适合用于描述人们在不确定条件下的风险态度.

2 主观概率调整的一致性风险测度

2.1 一致性风险测度

面对标准差(方差)、半方差、下偏位矩、平均绝对离差、最大半离差(maximum semideviation)、风险价值(VaR)以及条件风险价值(CVaR)、条件drawdown、条件期望损失(expected shortfall,简称ES)、尾部条件期望(tail conditional expectation,简称TCE)、最差条件期望(worst conditional expectation,简称WCE)等如此之多的风险度量指标,决策者该如何评价和选择呢,实际上,不同的市场参与者出于不同的目的,可能会有不同的评价标准.例如,市场监管者可能希望风险度量指标能够反映金融机构所面临的下侧风险,能够提高监管的效率和有效性;基金管理公司等机构投资者可能希望风险度量指标能够比较准确地反映投资组合的风险收益特征;投资者可能更关注与风险有关的信息披露;而企业则更倾向于在风险管理与经济效益两者之间进行权衡.可见,风险度量指标的选择是与不同主体的实际需要密切联系的,带有一定的主观性,因此,要给出一个统一的风险度量标准实际上是不可能的.尽管如此,仍有许多学者致力于研究风险度量所应服从的标准和性质.文献[3,4]从金融风险监管的角度对风险度量进行了研究,认为风险度量指标应满足单调性、平移不变性、正齐次性和次可加性,并将满足这4条公理的风险测度称为一致风险测度(coherent risk measure).一致性风险测度的4个条件表述如下:

- a. 单调性. $X_1 \geq X_2 \Rightarrow \rho(X_1) \leq \rho(X_2)$.
- b. 平移不变性. $\forall c, \rho(X + c) = \rho(X) + c$.
- c. 一次齐次性. $\forall \lambda > 0, \rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$.
- d. 次可加性. $\rho(X_1 + X_2) \leq \rho(X_1) + \rho(X_2)$.

事实上,上述每一个条件都有着实质性的经济含义.其中,a.单调性是指遵循一阶随机占优风险决策原则;b.平移不变性意味着 $\rho(X + \rho(X)) = \rho(X) - \rho(X) = 0$,表明数量为 $\rho(X)$ 的资本或保证金加入资产组合 X 之中,则正好能够抵销投资组合 X 的风险,因此,移动不变性原理要求风险测度在数值上正好等于为了抵消资产组合的风险而需要提供的资本或保证金;c.一次齐次性即要求风险测度值与风险头寸(如投资额)呈倍数变化;d.次可加性要求资产组合的风险测度 $\rho(X_1 + X_2)$ 不能大于单个资产风险测度的和 $\rho(X_1) + \rho(X_2)$,该条件在金

融风险监管上具有重要的意义,主要是从保证金融风险监管有效性角度提出的,为监管目的设计的风险测度必须满足次可加性.如果风险测度 $\rho(X)$ 不满足次可加性,则用该风险测度量出来的多个被监管对象的总体风险 $\rho(\sum_i X_i)$ 大于单个监管对象的风险之和.这意味着如果使用风险测度 $\rho(X)$,即使为单个的监管对象设置了足够的资本或保证金 $\rho(X_i)$,也不能保证所有监管对象总的资本或保证金足以抵消总体的风险,所以,监管措施就失效了.

在上述的风险测度指标中,半方差、下偏位矩、平均绝对离差、最大半离差(maximum semideviation)、风险价值(VaR)等都不是一致性风险测度指标;而期望损失 ES 等是一致性风险测度指标;条件风险价值 CVaR 在一定的条件下与 ES 是等价的,也是一个一致性风险测度指标.

条件风险价值(CVaR)模型是指在正常市场条件下和一定的置信水平 α 上,测算出在给定的时间段内损失超过 VaR_α 的条件期望值,即

$$CVaR_\alpha(X) = E[-X | -X \geq VaR_\alpha(X)] \quad (7)$$

CVaR 模型在一定程度上克服了 VaR 模型的缺点,不仅考虑了超过 VaR 值的频率,而且考虑了损失超过 VaR 值程度,有效地改善了 VaR 模型在处理损失分布的后尾现象时存在的问题.当证券组合损失的密度函数是连续函数时, CVaR 模型是一个一致性风险测度.但当证券组合损失的密度函数不是连续函数时, CVaR 模型不再是一致性风险度量模型,需要进行一定的改进.

ES 是在 CVaR 基础上的改进,它是一致性风险度量模型.如果损失 X 的密度函数是连续的,则 ES 模型的结果与 CVaR 模型的结果相同;如果损失 X 的密度函数是不连续的,则两个模型计算出来的结果有一定差异. ES 定义为:

设 X 是描述证券组合损失的随机变量, $F(x) = P[X \leq x]$ 是其概率分布函数,令

$$F^{-1}(p) = \inf \{x | F(x) \geq p\} \quad (8)$$

则 $ES_\alpha(X)$ 可以表示为

$$ES_\alpha(X) = -\frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha F^{-1}(p) dp \quad (9)$$

ES 模型对于损失 X 的分布没有特殊的要求,在分布函数连续和不连续的情况下都能保持一致性风险度量这一性质,使该模型不仅可以应用到任何的金融工具的风险度量和风险控制,也可以处理具有任何分布形式的风险源,而且保证了在给定风险量的

约束条件下最大化预期收益组合的唯一性.

2.2 主观概率调整的一致性风险测度

结合 Choquet 期望效用理论与一致性风险测度理论,构造一个主观概率调整的一致性风险测度指标

$$\rho_\beta(X) = - \int_0^\beta ES_\alpha(X) d\nu(\alpha) \quad (10)$$

式中, $\nu(\alpha)$ 为主观概率转换函数.

现说明上述风险侧度是怎样体现出投资者的风险态度(悲观主义、乐观主义),以及上述风险测度在什么条件下是一致性的.

为了简单起见,假定概率转换函数 $\nu(\alpha)$ 为有限的 Dirac 点式群体的和,即 $\nu(\alpha) = \sum_{j=1}^i q_j$, 当 $\alpha \in [\tau_i, \tau_{i+1})$ $i = 0, 1, 2, \dots, m$, 其中, $0 = \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_m \leq \beta$, $q_i \geq 0$, $\sum q_i = 1$, $q_0 = 0$. 上面的假定实际是客观概率到主观概率的一个影射,即假定事件只发生在一些特定离散点上,并且特定事件发生的概率为 q_i ($i = 1, 2, \dots, m$). 这里,如果投资者风险回避特征为“悲观主义”,即通过概率转换函数给予高风险事件更大的权重时, $q_1 > q_2 > \dots > q_m$.

定义 Dirac 函数 $\delta_i(\alpha)$: 当 $\alpha \neq \tau_i$, $\delta_i(\alpha) = 0$, 且 $\int_0^\beta \delta_i(\alpha) d\alpha = 1$. 另外, Dirac 函数 $\delta_i(\alpha)$ 还有以下特性: $\int_0^\beta f(\alpha) \delta_i(\alpha) d\alpha = f(\tau_i)$. 因此,在上述定义

下,有 $d\nu(\alpha) = (\sum_{i=0}^m q_i \delta_i(\alpha)) d\alpha$, 因此,有

$$\rho_\beta(X) = - \int_0^\beta ES_\alpha(X) d\nu(\alpha) = - \int_0^\beta ES_\alpha(X) \cdot (\sum_{i=1}^m q_i \delta_i(\alpha)) d\alpha = \sum_{i=1}^m ES_{\tau_i}(X) q_i \quad (11)$$

式(11)表明,投资者通过调整对左侧尾部风险的主观概率认识来表明自己对风险的厌恶程度,并通过对一系列的风险测度 $ES_{\tau_i}(X)$ ($0 < \tau_1 < \dots < \tau_m \leq 1$) 的综合评价最终得到总的风险测度 $\rho_\beta(X)$. 对于一个“悲观主义”者($q_1 > q_2 > \dots > q_m$), 概率转换函数通过对风险测度 $ES_{\tau_i}(X)$ 的概率进行修正,给予高风险事件更大的权重,得到一个“悲观风险测度”.

在上述的主观概率调整的风险测度中,很容易证明,在 $ES_{\tau_i}(X)$ 是一致性风险测度前提下,只要概率转换函数 $\nu(\alpha)$ 是一个增函数($\nu'(\alpha) \geq 0$), $\rho_\beta(X)$ 也一定是一致性风险测度. 而在本文对概率转换函数的定义中,已经限定了 $\nu'(\alpha) \geq 0$. 因此,本文建立的主观概

率调整的风险测度满足一致性的要求.

本文选取概率转换函数 $\nu(\alpha) = 1 - (1 - \alpha)^\theta$. 当概率转换函数参数 $\theta > 1$ 时, $\nu(\alpha)$ 为凹函数, 得到的是“悲观风险测度”; $0 < \theta < 1$ 时, $\nu(\alpha)$ 为凸函数, 得到的是“乐观风险测度”; 当 $\theta = 1$ 时, 得到 $\nu(\alpha) = \alpha$, 风险测度为“中性”的. 在这个概率转换函数下, $q_i = \nu(\tau_i) - \nu(\tau_{i-1}) = (1 - \tau_{i-1})^\theta - (1 - \tau_i)^\theta$.

3 实证分析

3.1 样本和收益率随机波动模型

本文以 1 个资产组合为对象进行了实证研究: 中国证券市场的两支股票浦发银行(600000)和邯郸

钢铁(600001)组合, 持有两支股票比例为 1 : 1, 计算在 2005 年 11 月 30 日的未来一天的风险值.

由于考虑的是两个资产的组合问题, 计算风险时需要考虑资产之间的相关性问题. 考虑到金融时间序列一些固有的特性, 如时变波动性、时变相关性、波动集聚及厚尾等特性, 本文采用文献[19]提出的时变相关性的二元随机波动率模型(BSVM)对二元收益率进行建模. 模型参数估计使用的样本是 2003 年 1 月 9 日至 2005 年 11 月 30 日的日数据, 百分比收益率的数据个数为 696. 数据的统计特征如表 2 所示. 从样本的统计特征看, 收益率表现出尖峰厚尾的分布特征, 并且是右偏的.

表 2 样本统计特征
Tab.2 Statistical characteristics of the sample

样 本	样本均值 p_{mean}	样本最大值 p_{max}	样本最小值 p_{min}	样本标准差 D	Skewness 偏度 S	Kurtosis 峰度 K	J-B 统计量 J
浦发银行	0.016 9	10.456 60	-7.388 3	2.005 2	0.697 5	5.620 7	255.61(0.000)
邯郸钢铁	-0.005 7	7.984 80	-4.918 0	1.542 0	0.763 1	5.558 7	257.40(0.000)
资产组合	0.056 2	8.388 12	-5.284 3	1.546 0	0.863 0	5.916 2	333.01(0.000)

定义收益率向量 $y_t = (y_{1t}, y_{2t})$, 其中, $t = 1, 2, \dots, T, Y_T = (y_1, y_2, \dots, y_T)$. 文献[20]的二元随机波动率模型的形式为

$$\left. \begin{aligned} y_t &= \Omega_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t | \Omega_t \sim N(0, \Sigma_{\varepsilon, t}) \\ \Sigma_{\varepsilon, t} &= \begin{bmatrix} 1 & \rho_t \\ \rho_t & 1 \end{bmatrix} \\ h_{t+1} &= \mu + \text{diag}(\varphi_{11}, \varphi_{22})(h_t - \mu) + \eta_t \\ \eta_t &\sim N(0, \text{diag}(\sigma_{\eta_1}^2, \sigma_{\eta_2}^2)) \\ q_{t+1} &= \psi_0 + \psi(q_t - \psi_0) + \sigma_{\rho, t} \\ \nu_t &\sim N(0, 1), \quad \rho_t = \frac{\exp(q_t) - 1}{\exp(q_t) + 1} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中, $h_0 = \mu, q_0 = \psi_0$. 模型不仅是一个时变波动率模型, 还是一个时变相关系数模型.

3.2 实证分析

3.2.1 基于二元随机波动率模型(BSVM)的资产组合的未来 1 天收益率的模拟

模型参数和风险值的估计采用了基于 MCMC 的贝叶斯分析技术, 这里只作简单介绍, 见文献[20, 21]. 波动率模型中的参数定义为 ϑ , 参数的先验分布密度为 $g(\vartheta)$. 运用贝叶斯原理, 可以得到模型参数和波动模型的后验分布密度

$$g(\vartheta, \Sigma'_T | \mathbf{R}_T) = Kg(Y_T | \Sigma'_T)g(\Sigma'_T | \vartheta)g(\vartheta)$$

其中, $\Sigma'_T = \{h_t\}_{t=0}^T, K$ 为归一化参数. 根据贝叶斯原

理, 可以得到回报 1 步预测 $y_{T+1}, \Sigma_{T, T+1}$ 和 ϑ 的联合分布密度 $f(y_{T+1}, \vartheta, \Sigma_{T, T+1})$. 通过对回报的联合预测分布模拟, 假定模拟出未来 1 天的 N 个回报 $y_{T+1}^{(1)}, \dots, y_{T+1}^{(N)}$, 可以利用模拟出的这 N 个回报来计算需要的各种风险值. 在本文的研究中, MCMC 模拟都是基于一个较为成熟的软件包 WINBUGS 上实现的. 考虑到中国股票市场 10% 的涨跌停的交易制度特殊性, 使用 WINBUGS 软件里的一个具有审查功能(Censoring Function)的语句, 将收益率限定在 $[-10\%, 10\%]$ 之间对参数进行估计和后验分布进行模拟.

共模拟了 18 000 个数值, 并且取收敛后的 8 001 ~ 18 000 之间的 10 000 个数值作为计算风险测度指标的基础. 各个资产和资产组合 ($r_{pt+1} = 0.5y_{1t+1} + 0.5y_{2t+1}$) 的未来 1 天的 10 000 个收益率模拟值的统计结果如表 3 所示, 10 000 个资产组合收益率分布如图 1~4 所示. n 为样本个数, N 为正态分布分位数, R 为回报. 从模拟样本的统计特征看, 与实际样本一致, 模拟样本也表现出尖峰厚尾特征, 比较样本分布与正态分布的 Q-Q 图也表现出与正态分布的显著差异.

3.2.2 风险值的计算

利用资产组合收益 10 000 个模拟数值, 可以计算资产组合的未经概率调整的 VaR_α 和 ES_α . 具体的实施过程: 将 $r_{pt+1}^{(i)} (i = 1, 2, \dots, 10\,000)$ 从小到大排序得到 $r_{pt+1}'^{(i)} (i = 1, 2, \dots, 10\,000)$, 则

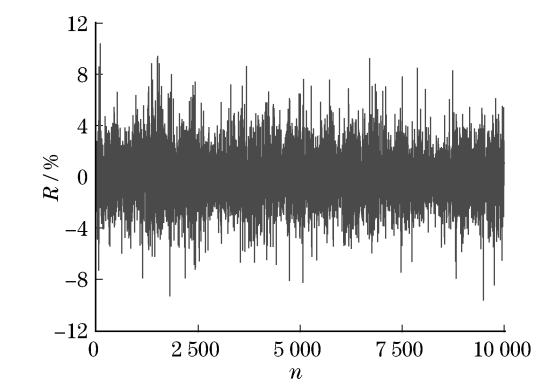


图 1 10 000 个未来 1 天回报率的模拟值
Fig.1 10 000 simulated returns in the next day

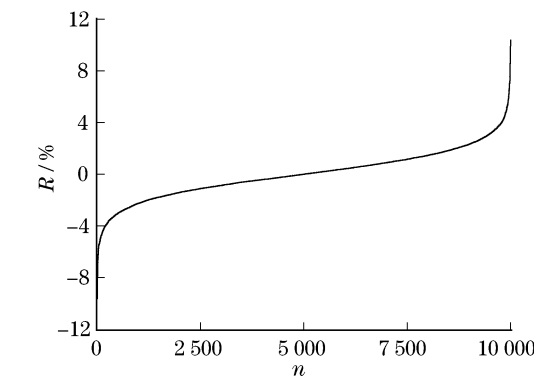


图 2 10 000 个未来 1 天回报率排序
Fig.2 Sequence of the 10 000 returns in the next day

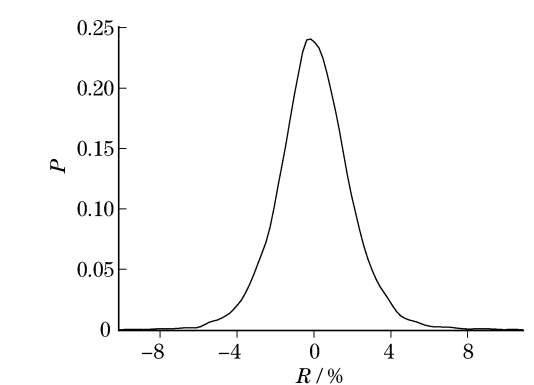


图 3 10 000 个回报率模拟值的分布图
Fig.3 Distribution of the 10 000 simulated returns

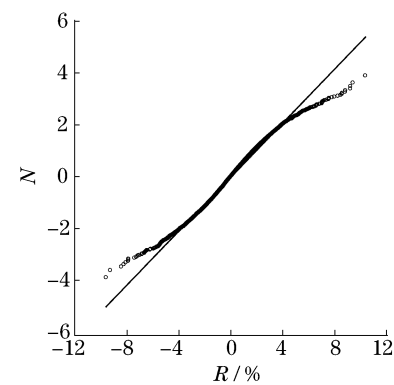


图 4 10 000 个回报率模拟值的 Q-Q 图
(与正态分布比较)
Fig.4 Q-Q figure of the 10,000 simulated returns
(Compared with the Normal Distribution)

$$VaR_{\alpha_i} = -r_{pt+1}^{(i)} \tag{13}$$

$$ES_{\alpha_i} = -\frac{\sum_{k=1}^I r_{pt+1}^{(k)}}{i} \tag{14}$$

其中, $\alpha_i = \frac{i}{10\,000}$, $i = 1, 2, \dots, 10\,000$. 计算结果如图 5 和图 6(见下页)所示. 从表 3 中可以看出, 未来一天收益率模拟值分布的峰度大于 3, 表现出厚尾的特性, 并且是右偏的, J-B 统计量拒绝了正态分布的假设. 从图 4 的 Q-Q 图也可以看出, 与正态分布相比, 不管在右尾部还是左尾部, 都与正态分布有较大的差异.

结合式(11)和式(14)可以计算出概率调整的风险测度 $\rho_\beta(X)$. 图 7(见下页)给出了不同置信水平(0.001, 0.01, 0.05, 0.10)下, 描述概率转换函数 $\nu(\alpha) = 1 - (1 - \alpha)^\theta$ 的参数 θ 与风险值 $\rho_\beta(X)$ 之间的关系. 从图 7 中可以看出, 当参数 θ 增大时(表明风险回避程度增加时), 风险值 $\rho_\beta(X)$ 是增加的. 其中, 图形中的虚线是当 $\theta = 1$ 的投资者感受到的风险, 虚线以下表示的是“乐观投资者”所感受到的风险, 而虚线以上是“悲观投资者”感受到的风险.

表 3 收益率分布模拟样本统计特征							
Tab.3 Statistical characteristics of simulated samples from return distributions							
样 本	样本增色值 p_{mean}	样本最大值 p_{max}	样本最小值 p_{min}	样本标准差 D	Skewness 偏度 S	Kurtosis 峰度 K	J-B 统计量 J
浦发银行(y_{1t})	0.024 5	10.000 0	-9.752 3	1.993 0	0.129 1	4.727 4	1271.07(0.000)
邯郸钢铁(y_{2t})	0.023 3	10.000 0	-9.617 6	2.291 3	0.127 3	4.725 1	1276.03(0.000)
资产组合(r_{pt})	0.019 3	10.000 0	-9.628 0	1.962 8	0.101 2	4.394 9	827.86(0.000)

图8中的曲线描述了在不同概率转换函数参数 $\theta = 20, 10, 5, 2, 1, 0.5, 0.3, 0.1$ 下, 风险值 $\rho_\beta(X)$ 与置信水平 β 之间的关系. 比较这些曲线可以看出,

在一定的置信水平下, 随着参数 θ 的增加, 风险值 $\rho_\beta(X)$ 是增加的.

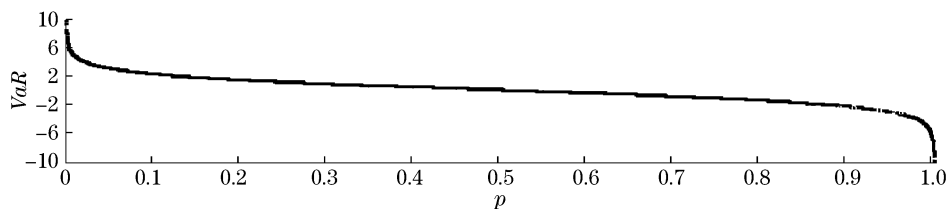


图5 不同置信度下的 VaR

Fig.5 VaR under different confidence level

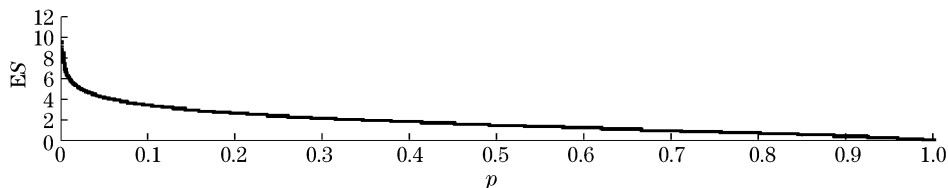


图6 不同置信度下的 ES(非主观概率调整)

Fig.6 ES (non-subjective probability adjusted) under different confidence

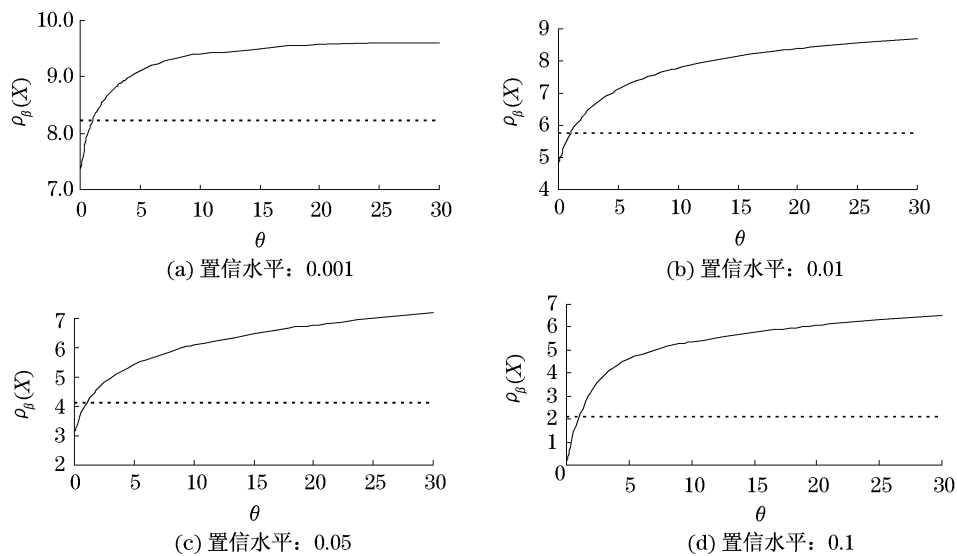


图7 概率转换函数 $v(\alpha) = 1 - (1 - \alpha)^\theta$ 的参数 θ 与不同置信水平的风险值 $\rho_\beta(X)$ 之间的关系

Fig.7 Relationship between the parameters θ of probability transfer function $v(\alpha) = 1 - (1 - \alpha)^\theta$ and risk value $\rho_\beta(X)$

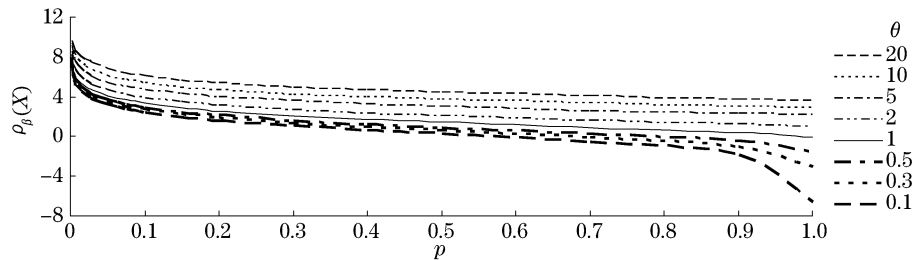


图8 风险值 $\rho_\beta(X)$

Fig.8 Risk value $\rho_\beta(X)$

4 总结与展望

将广义期望效用理论与金融风险测度研究的最新进展联系起来,利用广义期望效用理论中的 Choquet 效用函数,提出了一个主观概率调整的一致性风险测度.在二元随机波动率模型对资产组合收益率分布进行描述的基础上,模拟计算了主观概率调整的一致性风险值.

在本文研究的基础上,可以在以下几个方向作更深一步的研究:a.以马科维茨资产组合理论为参照,研究在主观概率调整风险测度基础上的资产组合问题,分析以调整概率表现出的风险偏好对最优资产组合的影响;b.以资本资产定价模型(CAMP)为参照,进一步研究主观概率的调整风险测度基础上风险资产定价问题.

参考文献:

- [1] MARKWITZ H M. Portfolio selection[J]. Journal of Finance, 1952, 7(1): 77 - 91.
- [2] ACERBI C, TASCHE D. On the coherence of expected shortfall [J]. Journal of Banking and Finance, 2002, 26(3): 1 487 - 1 503.
- [3] ARTZNER P, DELBAEN F, EBER J M, et al. Thinking coherently [J]. Risk, 1997, 10(11): 68 - 71.
- [4] ARTZNER P, DELBAEN F, EBER J M, et al. Coherent measures of risk[J]. Mathematical Finance, 1999, 9(3): 203 - 228.
- [5] HUANG Chi-fu, LITZENBERGER R H. Foundation for Financial Economics[M]. New Jersey, USA: Prentice-Hall Inc, 1998.
- [6] ALLAIS M, HAGEN O. Expected utility hypotheses and the allais paradox D[M]. Dordrecht: Reidel Publishing, 1979.
- [7] EDWARDS W. The prediction of decisions among bets [J]. Journal of Experimental Psychology, 1955, 50(1): 201 - 214.
- [8] EDWARDS W. Subjective probabilities inferred from decision [J]. Psychological Review, 1962, 69(2): 109 - 135.
- [9] KAHNEMAN D, TVERSKY A. Prospect theory: an analysis of decision under risk[J]. Econometrica, 1979 47(2): 263 - 291.
- [10] CHEW S. A generalization of the quasilinear mean with applications to the measurement of income inequality and decision theory resolving the allais paradox[J]. Econometrica, 1983, 51(4): 1 065 - 1 092.
- [11] YAARI M. The dual theory of choice under risk[J]. Econometrica, 1987, 55(1): 95 - 115.
- [12] QUIGGIN J A. A theory of anticipated utility[J]. Journal of Economic Behavior and Organization, 1982, 3(4): 323 - 343.
- [13] MACHINA M J. Choice under uncertainty: problems solved and unsolved [J]. Journal of Economic Perspectives, 1987, 1(1): 121 - 154.
- [14] MACHINA M J. Non-expected utility theory[J]. Encyclopedia of Actuarial Science, 2004, 2(4): 1 173 - 1 179.
- [15] CHEW S, EPSTEIN L, SEGAL Ustein. Mixture symmetry and quadratic utility[J]. Econometrica, 1991, 59(1): 139 - 163.
- [16] SEGAL U. Nonlinear decision weights with the independence axiom[R]. Los Angeles: University of California, 1984.
- [17] SCHMEIDLER D. Subjective probability and expected utility without additivity[J]. Econometrica, 1989, 57(1): 571 - 587.
- [18] QUIGGIN J A. Generalized Expected Utility Theory: The Rank Dependent Model[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 52 - 100.
- [19] JUN YU, RENATE MEYNER. Multivariate stochastic volatility models: bayesian estimation and model comparison [J]. Econometric Reviews, 2006, 25(2): 361 - 384.
- [20] 王春峰, 蒋祥林. 基于随即波动性的中国股市波动性估计[J]. 管理科学学报, 2003, 6(4): 63 - 72.
- [21] 蒋祥林, 王春峰. 基于贝叶斯原理的随机波动率模型分析及其应用[J]. 系统工程, 2005, 23(10): 22 - 28.