

文章编号:1007-6735(2011)01-0044-03

最优证券投资组合的蜂群算法

刘 勇, 马 良

(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

摘要: 为求解证券投资组合问题, 基于蜂群觅食规律提出一种蜂群算法. 分析了算法寻优原理, 给出了算法的实现流程, 并在计算机上予以实现. 经大量仿真试验, 验证了算法的可行性和有效性.

关键词: 证券投资组合; 蜂群算法; 优化
中图分类号: O 221.2 **文献标志码:** A

Bee colony algorithm for portfolio optimization

LIU Yong, MA Liang

(Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: In order to solve the portfolio optimization problem, a bee colony algorithm was proposed, based on the law of foraging bees. The principle of optimization algorithm was discussed and the method was realized numerically. The effectiveness of the proposed algorithm was verified by series of numerical simulation experiments.

Key words: portfolio optimization; bee colony algorithm; optimization

现代证券组合理论是关于投资者如何利用分散投资来优化投资组合的理论, 是由美国经济学家 Markowitz 首先提出的^[1]. Markowitz 的投资组合理论建立了以数量化的方法构造最优证券投资组合模型, 标志着金融理论的研究进入了定量分析阶段. 而求解最优证券组合问题是一个具有多约束的非线性规划问题, 采用传统的基于梯度的优化方法, 在实际求解过程中往往不是很有效. 目前, 解决这类问题的智能优化算法是一个研究热点. 文献[2]和文献[3]分别提出了一种求解证券投资组合问题的遗传算法, 文献[4]用微粒群算法求解了投资组合问题. 大

量研究文献表明, 这些方法在求解优化问题时存在一些不足和缺陷, 如遗传算法优化过程缓慢, 易早熟收敛; 微粒群算法有较强的全局搜索能力, 但同时也易陷入局部极值点. 本文在对投资组合模型特点进行分析的基础之上, 提出了一种基于蜂群觅食原理的优化算法, 并借助仿真实验手段予以了验证.

1 数学模型

假设投资者选择 n 种风险证券进行投资组合, 令 w_i 表示第 i 种证券的投资比例系数, u_i 表示第

收稿日期: 2010-12-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70871081); 上海市重点学科建设资助项目(S30504)

作者简介: 刘 勇(1982-), 男, 博士研究生. 研究方向: 智能优化、系统工程.

马 良(联系人), 男, 教授. 研究方向: 智能优化、系统工程. E-mail: maliang@usst.edu.cn

i 种证券的期望收益率, σ_{ij} 表示第 i 种证券与第 j 种证券的协方差, R^* 表示投资者的期望收益. Markowitz 的投资组合理论的一个基本思路是对于某一 R^* , 极小化其风险, 模型可描述为

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} \sum_{i=1}^n w_i u_i = R^* \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ 0 \leq w_i \leq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \end{cases} \end{aligned}$$

2 蜂群算法

群居性生物的个体行为非常简单, 但由这些个体组成的群体通过个体之间的交互作用表现出复杂的智能行为^[5-8]. 群体智能算法的基本思想, 是模拟自然界生物的群体行为构造优化算法, 其智能的寻优方法是通过整个群体的行为特征来实现的. 受蜂群觅食行为的启发, 这里将给出一种蜂群优化算法.

蜂群觅食是一种典型的群体智能行为, 根据昆虫学家的长期观察研究发现^[9-10], 每只单个蜜蜂的智能并不高, 没有统一的指挥中心, 但却能协同合作. 蜂群能在没有任何可见提示下找到质量最好的食物源, 并能随环境的变化而变化, 适应性地搜索新的最佳食物源, 整个蜂群能涌现出超出单个个体的智能. 在觅食过程中, 蜜蜂能记住形状、颜色、气味等食物特征, 逐步形成自己的搜索经验. 在群体智能形成的过程中, 蜜蜂之间的信息交流是最为重要的. 蜜蜂通过一种特殊的舞蹈动作, 将有关食物的质量和位置等信息告诉同伴. 通过这种信息共享方式, 蜜蜂会停止采集质量较差的食物, 并根据共享的信息调整搜索策略, 向着质量好的食物源方向移动. 通过信息的不断交流, 质量差的食物源被放弃, 质量好的食物源被保存下来. 在这种机制下, 最终整个蜂群聚集在质量最好的食物源上.

蜂群寻找最好食物源的过程, 可类比于优化算法探寻最优解的过程. 在蜂群算法中, 蜜蜂的位置表示食物的位置, 并用优化问题的解表示, 食物的质量用目标函数值表示. $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$ 表示第 i 只蜜蜂的位置向量, 第 i 只蜜蜂在搜索解空间时, 保存其搜索到的最优位置 $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$, 其中, $i = 1, 2, \dots, N$, N 为群体规模, D 为向量维数, 共享的信息用平均最优位置 p_m 表示. 在寻优过程

中, 蜜蜂 i 根据自身经验和共享的信息动态调整搜索方向, 位置更新方程为

$$p_m = \left(\sum_{i=1}^N p_{i1} / N, \sum_{i=1}^N p_{i2} / N, \dots, \sum_{i=1}^N p_{iD} / N \right) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} x_{id} &= \alpha x_{rd} + \beta (p_{md} - x_{sd}) \\ (i &= 1, 2, \dots, N, d = 1, 2, \dots, D) \end{aligned} \quad (2)$$

式中, r 和 s 为群体中的任意两个个体, 当 $r = s = i$ 时, 是算法的一个基本模型; α 为个体调整系数; β 为个体和群体的差异系数, 且满足 $\alpha + \beta = c$ ($\alpha > 0$, $\beta > 0$, c 为常数); $(p_{md} - x_{sd})$ 为平均最优位置与当前个体位置的距离. 在优化过程中, 通过自身经验的积累和信息的共享, 个体寻优能力逐渐增强, 个体和群体的差别越来越小. 相应的 α 值逐渐增大, β 值逐渐减小.

蜂群算法的主要步骤可描述如下:

步骤 1 设置算法参数, 初始化群体;

步骤 2 计算各蜜蜂的目标函数值, 并记录当前的最好解;

步骤 3 按式(1)更新平均最优位置;

步骤 4 按式(2)计算每只蜜蜂的位置;

步骤 5 对每只蜜蜂, 将其位置与所经历过的最好位置进行比较, 若较好, 则将其更新为当前最好位置;

步骤 6 若当前迭代次数小于预设最大迭代次数且无退化行为(即找到的都是相同解), 则转步骤 2;

步骤 7 输出当前最好解.

3 仿真实验

为验证算法的性能, 采用文献[4]和文献[11]中的两个典型算例进行测试, 具体数据如表 1 和表 2 (见下页)所示.

表 1 3 种证券的期望收益率和协方差

Tab. 1 Expected returns and covariance of three securities

证券	$R^* / \%$	σ_{ij}		
		1	2	3
1	5.8	0.004	0.018	0.022
2	8.8	0.018	0.118	0.074
3	7.9	0.022	0.074	0.081

整个算法采用 Matlab 编程实现, 设置算法参数

为:群体规模 $pop = 50$;最大迭代次数 $\max gen = 500$; $c = 1$; β 是迭代次数的函数,从 0.95 线性递减到 0,满足 $\beta(k) = \beta_{\max} - (\beta_{\max} - \beta_{\min})k / \max gen$ (k 为当前迭代次数, $\beta_{\max} = 0.95, \beta_{\min} = 0$); $\alpha(k) = c - \beta(k)$. 每个算例独立运行 50 次,分别统计最优值、最差值、平均值、标准差等指标,计算结果如表 3 所示.

例 1 设证券组合有 3 只证券组成,预期证券投资收益率为 6.8%,其收益率和收益率协方差如表 1 所示.

例 2 设证券组合有 6 只证券组成,预期证券投资收益率为 20.5%,其收益率和收益率协方差如表 2 所示.

依据表 3 所示的结果,就最优值和最差值而言,本文算法得到的结果与已知的最优结果相差极小;在平均值和标准差方面,算法也取得了较好的结果.由这些统计数据可以看出,本文算法在优化过程中表现出较高的寻优精度和较强的寻优性能,同时具有较强的稳定性,适合求解相关的证券投资组合优化问题.

表 2 6 种证券的期望收益率和协方差
Tab.2 Expected returns ang covariance of six securities

证券	$R^*/\%$	σ_{ij}					
		1	2	3	4	5	6
1	18.5	0.210	0.210	0.221	-0.216	0.162	-0.215
2	20.3	0.210	0.225	0.239	-0.216	0.168	-0.219
3	22.9	0.210	0.239	0.275	-0.246	0.189	-0.247
4	21.8	-0.216	-0.216	-0.246	0.256	-0.185	0.254
5	16.7	0.162	0.168	0.189	-0.185	0.142	-0.188
6	23.1	-0.215	-0.219	-0.247	0.254	-0.188	0.266

表 3 计算结果
Tab.3 Calculated results

测试问题/已知最优解	最优值	最差值	平均值	标准差
例 1/0.0376	0.037654411009027	0.037655178359927	0.037654482544396	1.193262030066503e-007
例 2/0.003634755	0.003634848401176	0.003642088978607	0.003636161233786	1.496245936508179e-006

4 结束语

为求解证券投资组合模型,在蜂群觅食原理的基础上,提出了一种蜂群优化算法,并在计算机上予以实现.一系列的数值算例计算结果表明,算法具有应用价值,为证券投资组合提供了一种新的高效计算方法.

参考文献:

[1] MARKOWITZ H. Portfolio selection[J]. Journal of Finance,1952,7(1):77-91.

[2] 周群,孙德宝. 遗传算法求解最佳证券投资组合[J]. 科技进步与对策,2001(3):146-148.

[3] 白先春. 非负约束条件下组合证券投资决策的遗传算法[J]. 运筹与管理,2001,10(2):110-113.

[4] 刘晓峰,陈通,张连营. 基于微粒群算法的最佳证券投资组合研究[J]. 系统管理学报,2008,17(2):

221-234.

[5] BONABEAU E, DORIGO M, THERAULAZ G. Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Intelligence [M]. Oxford:Oxford University Press, 1999.

[6] BONABEAU E, DPRIGO M ,THERAULAZ G. Inspiration for optimization from social insect behavior[J]. Nature, 2000, 406:39-42.

[7] DORIGO M, STUTZLE T. Ant Colony Optimization [M]. Massachusetts:The MIT Press, 2004.

[8] KENNEDY J,CEBERHART R,SHI Y H. Swarm Intelligence[M]. San Francisco:Morgan Kaufmann Publishers, 2001.

[9] MENZEL R,ERBER J. Learning and memory in bees [J]. Scientific American, 1978, 239 (1):80-87.

[10] WHITFIELD J. Animal behavior: The wisdom of the bees[J]. Nature, 2010, 467:658-659.

[11] 唐小我,傅庚,曹长修. 非负约束条件下组合证券投资决策方法研究[J]. 系统工程, 1994, 12 (6):23-29.

(责任编辑:金虹)