

文章编号:1007-6735(2011)03-0292-05

拥塞服务网络上的寡头竞争

胡一竑¹, 干宏程², 张建同¹

(1. 同济大学 经济与管理学院, 上海 200092; 2. 上海理工大学 超网络研究中心, 上海 200093)

摘要: 研究拥塞服务网络中寡头快递服务商关于价格竞争的均衡问题. 描述了拥塞服务网络并构建了寡头服务商竞争的二层均衡 EPEC 模型. 证明了寡头服务商竞争的 Nash 均衡的性质以及存在性. 给出简单算例. 研究结果对服务网络环境下的寡头服务商竞争有借鉴意义.

关键词: 拥塞服务; 变分不等式; Wardrop 均衡; Nash 均衡

中图分类号: N 94 **文献标志码:** A

Oligopoly competition in service networks with congestion

HU Yi-hong¹, GAN Hong-cheng², ZHANG Jian-tong¹

(1. School of Economics and Management, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Center for Supernetworks Research, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: The price equilibrium between oligopoly service providers in service networks with congestions was studied. The bi-level MPEC model of service competition in service networks was described. The lower level is Wardrop equilibrium between customers, while the upper level is the Nash equilibrium between service providers. The existence of the price oligopoly equilibrium was proved and its properties were analysed. The practice in the express service industry in China was discussed. A numerical example was given to show that service providers should take the customer preference into consideration when making decisions.

Key words: service with congestion; variational inequality; Wardrop equilibrium; Nash equilibrium

考虑拥塞服务网络上寡头服务商的价格竞争均衡问题. 很多现代服务业具有拥塞效应, 如交通网络、物流运输网络、电力网络、计算机网络等等, 在这些服务网络上由于拥塞效应的存在, 使用者的选择

具有负的网络外部性, 即使用者选择某条服务路径或服务产品将给其他使用者带来成本增加. 在服务网络上的寡头服务提供商具有服务路径的控制权, 对使用者收取服务费用, 服务商之间互相以价格进

收稿日期: 2011-05-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70832005, 71090404/71090400); 高校博士点新教师基金资助项目(20100072120045)

作者简介: 胡一竑(1978—), 女, 讲师, 研究方向: 物流供应链和服务科学. E-mail: yihu@tongji.edu.cn.

张建同(联系人), 女, 教授, 研究方向: 服务科学、统计学. E-mail: jtzhang@163.com

行竞争,以求实现各自的利润最大化.服务商的价格决策影响使用者的选择,因此他们做决策时预先将使用者反应考虑在内.典型的例子如交通网络中的收费道路^[1]、无线接入网络服务商^[2]、电力网络中的电力提供商^[3]及物流网络中的物流运输公司^[4]等等.地面交通是典型的拥塞性网络,私家车出行会根据出行成本最小选择相应的道路,收费道路在制定过路费的时候将考虑行人的选择,以及和它平行竞争的其它收费道路的决策.又如无线网络发展迅速,网络商的竞争也日益激烈,接入网络中某接入点的使用人数增加将降低接入速度,从而影响顾客选择.所以无线网络服务商的价格制定也将考虑顾客选择和竞争对手的价格决策.本文将研究在这种具有拥塞特性的服务网络中对服务路径拥有控制权的寡头服务商之间的价格竞争和均衡问题.

国外近年来有不少文献研究拥塞服务业竞争. Acemoglu 等^[5]研究平行边上以价格进行竞争的寡头企业的均衡问题,顾客根据效用最大化进行路径选择,当效用为零时顾客选择退出.而后他们^[6]将其推广到平行路径上包含有序贯边的网络结构. Xiao 等^[1]针对私营收费道路这一典型的拥塞服务业,研究以过路费和道路容量投资进行竞争的寡头企业的 Nash 均衡.他们以行人的 Wardrop 均衡为下层约束,以私人寡头企业竞争为上层问题,研究得到随着竞争者数量增多、寡头竞争趋向完美竞争时,过路费和道路容量都趋向于社会最优的结论. Xiao 并没有给出寡头竞争 Nash 均衡的存在性证明,这一问题在 Johari 等^[7]中得到了解决. Johari 等研究不同的投资回报率情况下服务商的服务能力投资决策和市场均衡结构,给出 Nash 均衡的存在性和唯一性证明,并扩展研究了服务商的市场进入决策. Cominetti 等^[4]以物流运输网络为背景,研究以价格和服务水平(即运送时间)竞争的寡头物流公司之间的 Nash 均衡.这些现有文献对于拥挤服务竞争都采用二层均衡的结构,即在考虑消费者均衡的前提下考虑服务商的竞争和均衡.国内据作者所知还未看到相关文献.

本文旨在分析由平行边组成的拥塞服务网络上服务商竞争均衡模型.考虑拥塞服务业中由多家寡头服务商为消费者提供具有拥塞特性的服务,面对的是固定需求的服务需求市场.整个过程是领导者-跟随者两阶段博弈,领导者服务商之间互相以服务价格相互竞争,从利润最大化出发做战略性的定价决策.服务价格决定后,需求市场上的消费者根

据自己成本最小化选择服务产品,由于拥塞性的存在,消费者的决策相互影响,存在市场均衡.因此问题可以在数学上描述为二层均衡 EPEC 模型(equilibrium problems with equilibrium constraints),上层是服务商竞争的 Nash 均衡,下层是消费者的 Wardrop 均衡,如图 1 所示.下层均衡用变分不等式来进行描述.关于 EPEC 模型的均衡求解和计算,目前学术界还处在起步阶段, Su^[8]和 Andrew^[9]提出了 NCP 算法、演化多目标优化算法等求解方法.本文只给出服务商竞争均衡的存在性证明,具体均衡的计算方法可参见这些文献.

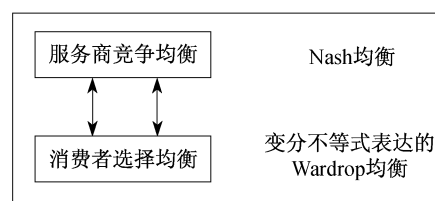


图 1 拥塞服务网络中的寡头服务商竞争示意图

Fig.1 Oligopolistic competition in service network with congestion

1 拥塞服务网络均衡模型

首先描述拥塞服务网络模型,在此基础上建立服务商竞争的模型.假设服务市场由 n 个服务提供商构成,提供可替代的服务给顾客.顾客在不同的服务之间进行选择以最小化其成本,由于拥塞性的存在,个人选择彼此影响选择结果聚集后构成市场均衡.

数学符号和决策变量: d 为总市场需求; X_i 为选择服务 i 的顾客人数; p_i 为服务商 i 的服务价格; $F_i(X_i)$ 为服务 i 的延迟时间成本函数,是 X_i 的函数.

假设顾客是完全理性的,每一位顾客依循自己成本最小化原则选择服务,而所有的选择某服务的顾客人数就是该服务的市场份额.将消费者对服务的选择问题转化为出行者的道路选择问题,见图 2 (见下页).其中第 i 条道路的出行成本等于消费者选择第 i 种产品的负效用.消费者选择道路 i ,等同选择服务 i .假设有一群出行者要从 O 地到 D 地去,在选择道路的时候,消费者会首先选择成本最低的道路,随着选择人数逐渐增多,超过该道路正常服务能力而变得拥挤,提高了消费者感知到的服务成本.消费者将转而选择效用较高的道路,直至该道路

又开始变得拥挤. 消费者的成本最小化选择受道路流量影响, 消费者的选择又影响了流量. 如此经过一段时间, 交通网络达到一种均衡状态, 每条有行人走的道路上出行成本都相同, 而无人走的道路出行成本必定高于有人走的道路, 单个出行者不能通过单方面改变自己的选择而降低出行成本, 即达到了 Wardrop 均衡. 均衡时, 道路上的交通流量等同服务的市场份额.

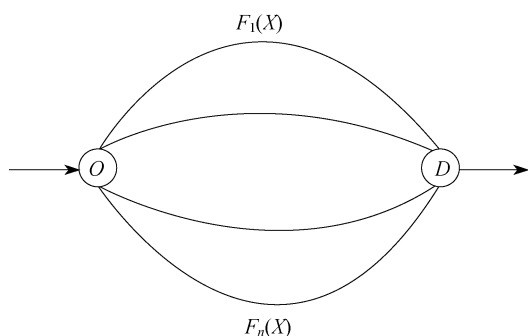


图2 由平行边组成的拥塞服务网络

Fig.2 Service network composed of parallel links with congestion

首先给出关于服务的延迟时间函数的假设, 再给出 Wardrop 均衡定义.

条件 1 延迟时间函数 $F_i(x_i)$ 是连续可微、严格递增的凸函数.

定义 1 (Wardrop 均衡) 对于给定的价格 p , 如果 x^{OE} 满足下述的变分不等式(1), 就称 x^{OE} 是 Wardrop 均衡解. 记给定价格 p 下的 Wardrop 均衡解为 $W(p)$.

$$\langle p + F(x^{OE}), x^{OE} - y \rangle \leq 0, \quad \forall y \in \Omega \quad (1)$$

式中, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 为欧式空间内积; Ω 为此变分不等式的可行集合, 满足约束条件 $\Omega = \left\{ x_i \mid \sum_{i=1}^n x_i = d, \right.$

$x_i \geq 0 \left. \right\}$. 这里的函数和变量都采用向量形式 $x =$

$(x_1, x_2, \dots, x_n)^T, F(x) = (F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)), p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$. 并且满足约束条件 $\sum_{i=1}^n x_i = d, x_i \geq 0$, 即所有服务市场份额之和等于总市场需求, 各服务市场份额非负.

该变分不等式的经济含义是: 当服务需求市场中顾客的选择达到均衡时, 在其他顾客不改变选择的请求下, 单个顾客不能通过单独改变选择而使其成本降低. 此时顾客的选择是使其成本达到最大的选择.

对于下层服务需求市场上顾客选择的均衡存在性和唯一性, 许多文献已经做过深入讨论, 这里简述如下, 不做证明.

定理 1 (WE 均衡存在性和唯一性) 当延迟时间成本函数 $F_i(x_i)$ 满足条件 1 时, 存在唯一的 Wardrop 均衡.

下层问题达到 Wardrop 均衡时, 弧上的流量应该满足条件

$$p_i + F_i(x_i) \begin{cases} = \lambda, & x_i > 0 \\ \geq \lambda, & x_i = 0 \end{cases}$$

式中, λ 为最低的服务成本. 该式在后面的分析中较为方便, 因此将用此均衡条件表示 Wardrop 均衡.

2 服务商竞争均衡

假设服务商对市场需求、消费者反应完全了解, 具有完全信息, 在消费者选择之前决定他的服务能力, 然后消费者再进行对服务的选择, 这样构成一个有前后次序的博弈过程, 本质上是两阶段 Stackelberg 博弈. 服务商在决策过程中拥有较高的决策权, 是主导者, 消费者处于从属地位, 是博弈的从属者. 讨论服务商价格竞争的 Nash 均衡的性质和存在性. 首先给出关于寡头 Nash 均衡的定义.

定义 2 (寡头均衡) 一组 $(p^{OE}, x^{OE}) \geq 0$ 构成寡头服务商之间的纯策略寡头竞争均衡, $x^{OE} \in W(p^{OE})$, 且对任意的 j 满足 $\pi(p_j^{OE}, x_j^{OE}) \geq \pi(p_j, x_j)$, $\forall p_j \geq 0, \forall x \in W(p_j, p_j^{OE})$, 使用 p^{OE} 表示 OE 均衡价格, p_j^{OE} 表示除了 j 以外的其他服务商的价格策略.

命题 1 纯策略寡头均衡时, 记 A 为均衡流量大于零的弧的下标集合, 则均衡价格和均衡流量之间满足关系

$$p_i^{OE} = x_i^{OE} \left(F'_i(x_i) + 1 \left/ \sum_{j \neq i, j \in A} \frac{1}{F'_j(x_j)} \right. \right), \quad \forall i \in A \quad (2)$$

证明 不失一般性, 假设 1 属于 A . 则可以写出其他服务商价格给定下服务商 1 的优化问题

$$\begin{aligned} \max \quad & p_1 x_1 \\ \text{s. t.} \quad & p_1 + F_1(x_1) = \\ & p_j^{OE} + F_j(x_j), \quad \forall j \neq 1, j \in A \\ & \sum_i x_i = d \\ & p, x \geq 0 \end{aligned}$$

容易验证, 此约束条件满足约束规格, 因此 KKT 条

件是最优解的必要条件^[10]. 若记 μ_j 和 λ 为相应约束条件的拉格朗日乘子,那么目标函数可以写成

$$z = p_1 x_1 - \sum_{j \neq 1, j \in A} \mu_j (p_1 + F_1(x_1) - p_j^{OE} - F_j(x_j)) - \lambda \left(\sum_{j \neq 1, j \in A} x_j - d \right)$$

分别对 p_1, x_1, x_j 求导,得到

$$x_1 - \sum_{j \neq 1, j \in A} \mu_j = 0 \quad (3)$$

$$p_1 - \sum_{j \neq 1, j \in A} \mu_j F'_1(x_1) - \lambda = 0 \quad (4)$$

$$\mu_j F'_j(x_j) - \lambda = 0, \quad \forall j \neq 1, j \in A \quad (5)$$

将式(3)和式(5)合起来,得到

$$\lambda = x_1 \left/ \sum_{j \neq 1, j \in A} \frac{1}{F'_j(x_j)} \right.$$

又由式(4),得到

$$p_1 = x_1 F'_1(x_1) + x_1 \left/ \sum_{j \neq 1, j \in A} \frac{1}{F'_j(x_j)} \right.$$

证明结束.

特别当网络是两条平行路径组成时,可得到

$$p_i = x_i (F'_1(x_1) + F'_2(x_2)), i = 1, 2$$

定理 2 寡头服务商的价格竞争存在纯策略寡头均衡 (p^{OE}, x^{OE}) .

证明 利用角谷静夫不动点定理来证明. 令 $B_s(p^{OE}_s)$ 为给定其他所有服务商的价格 p^{OE}_s 情况下服务商 s 的最优价格反应映射. 也就是说,对于某个服务商 s 来说, $B_s(p^{OE}_s)$ 是优化问题的解

$$\left. \begin{array}{l} \max p_s x_s \\ \text{s. t. } p_i + F_i(X) = \lambda, \quad x_i > 0 \\ p_i + F_i(X) \geq \lambda, \quad \forall i \\ \sum_i x_i = d \\ p, x, \lambda \geq 0 \end{array} \right\} \quad (6)$$

因价格 p 取值总是非负且有限的,是闭区间上的紧集,根据 Berge 最大值定理^[11],得到 $B_s(p^{OE}_s)$ 是非空紧集且上半连续.

其次要证明 $B_s(p^{OE}_s)$ 是凸的. 假设 $p_s, \bar{p}_s$ 属于 $B_s(p^{OE}_s)$, 分两种情况讨论:

$p_s x_s = \bar{p}_s \bar{x}_s = 0$, 则显然应有 $\lambda p_s + (1 - \lambda) \bar{p}_s$, $\forall \lambda: 0 \leq \lambda \leq 1$ 也为最优解; $p_s x_s = \bar{p}_s \bar{x}_s > 0$, 证明这两者是相同的. 利用反证法, 假设 $p_s > \bar{p}_s$, 则有 $x_s < \bar{x}_s$. 下面继续分两种情况讨论.

a. $p_s + F_s(x_s) < \bar{p}_s + F_s(\bar{x}_s)$, 那么应有 $x_s < \bar{x}_s$, 由于 $\sum_j x_j = d$, 所以应该有 $\sum_{j \neq s} x_j > \sum_{j \neq s} \bar{x}_j$, 则必存在一个 j , 使得 $x_j > \bar{x}_j$, 对于 j , 有

$p_j^{OE} + F_j(x_j) > p_j^{OE} + F_j(\bar{x}_j)$, 与 $p_s + F_s(x_s) < \bar{p}_s + F_s(\bar{x}_s)$ 矛盾.

b. 若 $p_s + F_s(x_s) \geq \bar{p}_s + F_s(\bar{x}_s)$, 若两者相等, 则其值为常数, 则目标函数变为严格的凹函数, 而下层约束是多面体约束, 所以该优化问题的解唯一.

若 $p_s + F_s(x_s) > \bar{p}_s + F_s(\bar{x}_s)$, 那么设

$$N = \{j \neq s: p_s + F_s(x_s) < p_j^{OE} + F_j(0)\}$$

$$\bar{N} = \{j \neq s: \bar{p}_s + F_s(\bar{x}_s) < p_j^{OE} + F_j(0)\}$$

显然有 $N \subset \bar{N}$. 根据前述命题中的均衡最优性质

$$p_s = x_s \left(F'_j(x_s) + 1 \left/ \sum_{j \neq s, j \in A} \frac{1}{F'_j(x_j)} \right. \right), \quad \forall j \in A$$

$$\bar{p}_s = \bar{x}_s \left(F'_j(\bar{x}_s) + 1 \left/ \sum_{j \neq s, j \in A} \frac{1}{F'_j(x_j)} \right. \right), \quad \forall j \in A$$

因 $x_s < \bar{x}_s$, 结合 $N \subset \bar{N}$, 由上两式可推出 $p_s < \bar{p}_s$, 与假设矛盾.

所以每个 $B_s(p^{OE}_s)$ 都是非空紧、上半连续、凸的集合. 那么 $B(p^{OE}) = \{B_s(p^{OE}_s)\}_s$ 也是非空紧、上半连续、凸的集合. 根据角谷静夫不动点定理, 必存在一点使得 $B(p^{OE}) = p^{OE}$, 也即是说 p^{OE} 是 Nash 均衡解. 另外, 由于 Wardrop 均衡是唯一的, 所以 x^{OE} 是属于 $W(p^{OE})$ 的.

证毕.

3 算例

考虑一个简单的类似 Pigou 网络的算例. 假设市场上有 2 家寡头服务商, 总需求是 1. 如图 3, 路径的成本函数分别为 1 和 kX , 总流量为 1. 不考虑服务商收费的时候, 可以通过 Wardrop 均衡得到路径上的流量分配为 $((k-1)/k, 1/k)$, 社会总成本为 1. 此时所有的消费者都选择下面的边, 两条边上的边际成本相等, 达到均衡状态, 任何消费者都不愿再改变自己的选择.

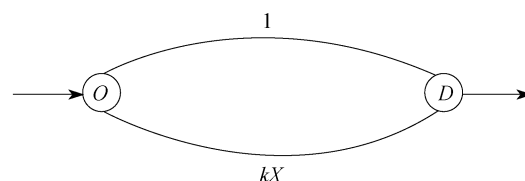


图 3 算例图示

Fig.3 A simple example

系统最优(社会总成本最低)时, 假设有个中

央控制者以最小化社会成本为出发点做路径选择决策,可以得到最优流量为 $((2k-1)/2k, 1/2k)$,社会总成本为 $(4k-1)/4k$.现在考虑网络上的边由不同寡头服务商控制并分别向消费者收取费用,以最大化各自利润为出发点做价格决策.通过简单的计算可以得到,服务商1的最优价格反应函数 p_1 应为 $(p_2 + k - 1)/2$,服务商2的最优价格反应函数 p_2 应为 $(p_1 + 1)/2$,则两个服务商的Nash均衡价格应为 $((2k-1)/3, (k+1)/3)$,相应流量分配为 $((2k-1)/3k, (k+1)/3k)$.此时若不考虑服务商和消费者之间的支付转移,则社会总成本为 $(k^2 + 8k - 2)/9k$.将系统最优和寡头竞争情况做对比,可以看到由于寡头服务商追求自身利益最大化,不考虑自身设定价格的决策对其他服务商和消费者的影响,所以通过收费将流量从道路1推向道路2,提高了社会总成本,造成了效率损失.

4 结 论

研究拥塞服务网络中的寡头服务商之间的竞争均衡问题.将问题构建成数学上的二层均衡问题(EPEC问题).下层顾客根据自己成本最小原则进行服务选择,由于拥塞特性的存在,顾客选择彼此影响形成均衡.上层寡头服务商基于价格进行竞争,利用角谷静夫不动点定理证明了Nash均衡存在性,并给出均衡时的均衡价格的性质.最后给出简单算例,并进行了讨论.在本文建立了服务商竞争均衡的基础上,可以进行更进一步的深入分析,如寡头竞争相对社会福利的效率损失、寡头服务商的竞争策略设计等.

参考文献:

- [1] XIAO F, YANG H, HAN D. Competition and efficiency of private toll roads[J]. Transportation Research Part B, 2007, 41: 292 - 308.
- [2] DUSIT N, EKRAM H. A game theoretic analysis of service competition and pricing in heterogeneous wireless access networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(12): 5150 - 5155.
- [3] COMINETTI R, CORREA J R, STIER-MOSES N E. The impact of oligopolistic competition in networks[J]. Operations Research, 2009, 57(6): 1421 - 1437.
- [4] ACEMOGLU D, OZDAGLAR A. Competition and efficiency in congested markets[J]. Mathematics of Operations Research, 2007, 32(1): 1 - 31.
- [5] ACEMOGLU D, BIMPIKIS K, OZDAGLAR A. Price and capacity competition[J]. Games and Economic Behavior, 2009, 66(1): 1 - 26.
- [6] ACEMOGLU D, OZDAGLAR A. Competition in parallel-serial networks[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Special Issue on Non-Cooperative Behavior in Networking, 2007, 25(6): 1180 - 1192.
- [7] JOHARI R, WEINTRAUB G Y, VAN R B. Investment and market structure in industries with congestion[J]. Operations Research, 2010, 58(5): 1303 - 1317.
- [8] SU Che-lin. Equilibrium problems with equilibrium constraints: stationeries, algorithm, and applications[D]. Stanford: Stanford University, 2005.
- [9] ANDREW K, SHEPHERD S. Tolling, collusion and equilibrium problems with equilibrium constraints[J]. European Transport, 2010, 44: 3 - 22.
- [10] BERTSEKAS D P, NEDIĆ A, OZDAGLAR A E. Convex Analysis and Optimization[M]. Belmont: Athena Scientific, 2003.
- [11] BERGE C. Topological Space[M]. New York: Reprint Dover Publication, 1963.