

文章编号:1007-6735(2012)02-0185-19

行人流综述

马佩杰

(西南科技大学 理学院, 绵阳 621010)

摘要: 近十年以来,人们对行人流给予了越来越多的关注.这并不仅仅是这一理论对自身不断完善的要求,更是人们对公共安全有着要求,并希望行人流理论能揭示人群运动的普遍规律.本文回顾了行人流领域中的一些经典模型及其基本结论.叙述了来源于麦加朝圣的行人流实测结果.鉴于行人在逃生时,具有类似于动物的集体行为,因此,介绍了描述集群运动的 Vicsek 模型,并将此模型中的视野半径引入行人流模型.重点讨论了行人数量、视野半径和逃生时间三者之间的相互关系.利用元胞自动机模型较简要地论述了行人在逃生时,门前障碍物对行人的影响.

关键词: 行人流; 逃生时间; 视野半径
中图分类号: N 94 **文献标志码:** A

Review of Pedestrian Flow

MA Pei-jie

(College of Science, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, China)

Abstract: Pedestrian flow has been focused since last decade. It is not only the demand from the development of pedestrian flow theory itself, but also the request of the public security. And it is wanted the theory could reveal the universal law of crowd behavior. Some classical models and the basic results from them were reviewed. Some empirical results from the pedestrian flow in Mecca pilgrimage were introduced. The Vicsek model which can be used to describe the collective behavior successfully was presented briefly, and the concept of view radius was introduced into our model, for the crowd behavior when escaping is similar to the collective behavior. The relations among evacuation time, view radius and number of pedestrian were discussed emphatically. The effect of obstacle on the escaping pedestrian flow was analyzed briefly with the CA model.

Key words: pedestrian flow; evacuation time; view radius

行人流工作的开端是始于交通流的研究^[1-3]. 由于实际的需要,交通流问题在欧洲一直受到极大

收稿日期: 2012-02-13

基金项目: 西南科技大学博士基金资助项目(11zx7131);国家重点基础研究发展计划(973)资助项目(2006CB705500);国家自然科学基金重大研究计划资助项目(91024026);国家自然科学基金资助项目(10975126,10635040);高校博士点基金资助项目(20093402110032)

作者简介: 马佩杰(1982-),男,讲师.研究方向:统计物理和复杂科学. E-mail: mpj_1982@sina.com

的关注. 早期由于受到技术上的限制, 人们只能采用宏观模型来处理这一问题. 在宏观模型上, 科学家们主要采用流体力学的方法来模拟道路上的交通流^[4-14]. 就是把道路想象成水管, 车辆看成水流, 从宏观上来研究速度和密度或者密度和流量之间的关系. 但是流体力学模型最大的缺点就是存在幽灵超车现象. 所谓幽灵超车就是当后车的速度大于前车的速度时, 后车可以不受影响地走到前车的前面. 基于这个缺点, 后来再加上计算机技术的成熟, 人们逐渐提出了微观模型.

在行人流问题上^[14-15], 早期科学家们也是用流体力学^[16]模型来处理的. 但是行人流问题要远远比交通流问题复杂得多. 同样是研究道路上的问题, 车辆在一条道路上只能是顺着一个方向前进, 但是行人流却不是这样. 在一条道路上, 对头行走的行人比比皆是, 随处可见, 譬如在地铁的出入口通道里面. 此处行人的灵活性也要远远胜过车辆. 行人可以在屋内, 大的广场上四处行走, 而车辆不能在二维平面上随意运动. 这样行人流研究, 就比车辆交通流的范围要广一些. 1995年, Helbing等提出了第一个具有较大影响的微观模型^[14], 那就是社会力模型. 人们利用这个模型能普遍模拟行人在道路上的行走和行人在屋内的逃生, 但是这个模型却做不出速度密度或者是流量密度的基本图. 1999年, 日本的西城活裕提出了偏随机行走模型^[17-21], 这是一个离散的元胞自动机模型. 这个模型最大的优点就是能和流体力学一致, 做出流量密度的基本图. 其思想还更接近于车辆交通. 这个模型的缺点是不能描写高密度时人挤人的情景.

目前, 行人流不仅在理论方面硕果累累, 而且在实测方面也有不少有意义的结果. 随着观测现象的越来越丰富, 人们也在不断地改进原来的模型^[22-31], 或者提出新的行人流模型和理论. 尤其是行人和行人之间的相互作用, 以及行人和周围环境的相互作用^[32-38], 这两个问题一直困扰着人们. 这个问题是具有实际意义的, 对理清行人流的机制问题和为今后各种紧急情况做预案是十分有利的.

1 模型概述

行人流是具有强相互作用的多粒子体系, 并且人们对行人流研究已经关注多年. 在这个领域中, 人们提出了多种模型来描述行人流. 在20世纪70年代, Hederson指出行人流与液体、气体非常类似^[16], 并且把流体力学运用到行人流研究中来^[14,24]. 1995年,

Helbing等对行人流提出了社会力模型, 现在这个模型被广泛用来刻画在通道中的行人和朝屋外走的行人^[14,25-26]. 1999年, 西城活域等用偏随机行走的格子模型研究了在通道内相向行走的行人流^[17-18,27]. 这3个模型被深入研究, 并且广泛用于各种情形来描述行人流的复杂性. 在最近几十年中, 行人流的研究主要集中在两个方面: 一方面, 人们在理论上不断地提出新的模型^[28-30], 比如离心力模型^[20], 还有不少旧的模型在不断改进^[21,31-33]. 另一方面, 这些年来人们对行人流的实证花了大量的精力^[34-35], 于是这些模型就能被广泛地运用于各种实际的场合来解决问题^[26,39], 尤其是紧急情况下的行人恐慌问题. 随着行人流的发展, 21世纪以来, 行人从屋内逃生这个问题依旧吸引着人们^[24,26-27,29,31,38]. 与此同时, 在另外一个领域, 群集行为也长时间地吸引着人们. 1995年, Vicsek等提出了一个模型成功地描述了复杂的集群行为^[39]. 这个模型对认识集群运动有着非常重要的帮助, 并且对行人流模型也有很大的启发.

1.1 流体力学模型

流体力学模型是最早被用于描述交通流和行人流的模型. 在流体力学中一般会用场的概念来描述流体的运动状况. 一般采用密度场 $\rho(t, x)$ 和速度场 $v(t, x)$ 或者采用密度场 $\rho(t, x)$ 和流量场 $j(t, x)$ 来刻画流体. 其中流量的定义为

$$j(t, x) = \rho(t, x) \cdot v(t, x)$$

式中, t 为时间; x 为空间位置. 显然, 密度场是标量场, 而速度场和流量场是向量场. 在流体流动时或者行人运动时, 明显地都遵守质量守恒, 因此存在一个约束条件, 就是

$$\frac{\partial \rho(t, x)}{\partial t} + \nabla \cdot j(t, x) = 0$$

行人运动时, 一般会用欧拉方程来描述

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v = f - \frac{1}{\rho} \nabla p$$

这个方程, 一般是用来描述没有黏滞的理想流体. 如果, 考虑到流体的黏滞, 那么运动方程就要用纳维耶斯托克斯方程

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v = f - \frac{1}{\rho} \nabla p + \eta \Delta v + \frac{\eta}{3} \nabla(\nabla \cdot v)$$

式中, f 为在单位体积上流体所受的外力; p 代表流体内部的压强, 这和流体的密度场一样是一个标量场, $p = p(t, x)$; η 代表黏滞系数.

一般说来, 对于流体如果只有运动方程和守恒约束, 那么流体的运动还是不可求解的. 因为, 此时

有5个未知函数,就是密度、压强和3个独立方向的速度.在一般情况下还需要引入第五个方程,这个方程并不属于力学的范畴,而是属于热学的范畴,那就是物态方程

$$p = p(\rho, T)$$

一般,将温度 T 作为已知量.

在实际情况下,一般并不需要引入物态方程.在大多数情况下,将流体看成是不可压缩的,那么流体的密度将不再是时空的函数,而是一个常数.对于质量守恒来说,方程就能简化成

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

这样运动方程中独立的速度就只有两个.并且,运动方程也可以得到简化

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \eta \Delta \mathbf{v}$$

这就是不可压缩的黏滞流体的运动方程,其约束条

件是 $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$.

一般说来,流体力学的模型是比较丰富的.有 Greenshield 模型,在这个模型中,除了运动方程和质量守恒约束外,还有一个速度和密度之间的关系,就是 $v(\rho) = v_f(1 - \rho/\rho_m)$,其中 ρ_m 代表最大密度; v_f 代表自由流的速度.

有 Greenberg 模型,其速度密度关系是

$$v(\rho) = v_f \ln \left(\frac{\rho}{\rho_m} \right)$$

有 Underwood 模型,其速度密度关系是

$$v(\rho) = v_f \exp \left(- \frac{\rho}{\rho_m} \right)$$

这3个模型的流量(J) - 密度和流速 - 密度见图1.还有扩散模型,其速度 - 密度关系 $v(\rho) = v_f(1 - \rho/\rho_m) - \frac{D_u}{\rho} \cdot \nabla \rho$,其中, D_u 是扩散系数,等等.

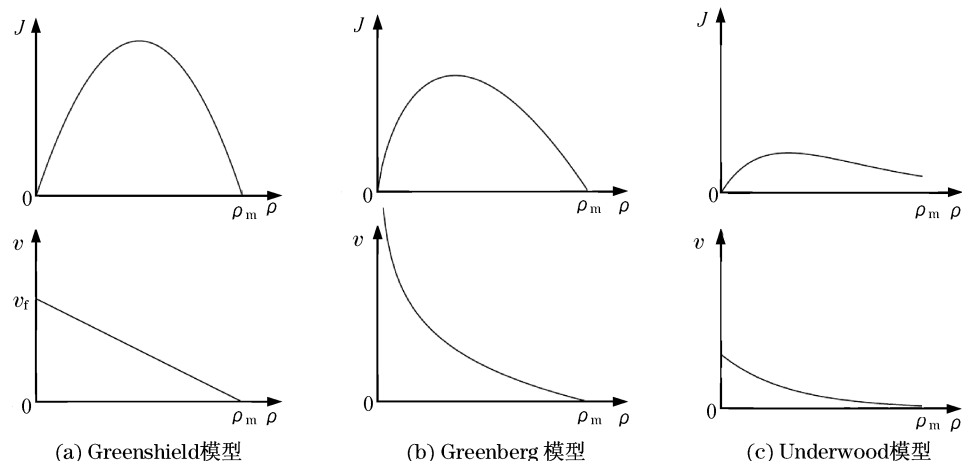


图1 模型的流量 - 密度和流速 - 密度图

Fig.1 The relations between density and velocity of model

1.2 社会力模型

社会力模型是行人流当中一个比较经典的模型^[26].这个模型在1995年,由 Helbing 等提出.这个模型和流体力学这样的宏观模型不同,是一个微观模型.在这个微观模型下,每一个人都看成是一个有限大小的二维粒子,并遵从牛顿第二定律来运动,即

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{v}_i \\ m \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \mathbf{F}_i \end{cases}$$

在这个模型中,每个人所受的力一般说来分成3项:第一项是自驱动项,表示行人对某个方向行走的偏好.其定义为

$$\mathbf{F}_i^1 = m \frac{v_i^0 \mathbf{e}_i - \mathbf{v}_i}{\tau}$$

式中, m 为行人的体重(或者说是质量); v_i^0 为行人 i 的期望速度; $\mathbf{e}_i$ 为行人 i 的前进方向; $\mathbf{v}_i$ 为行人 i 的速度; τ 为一个特征时间.第二项是人与人的相互作用,其定义为

$$\mathbf{F}_i^2 = \sum_j \left\{ A \exp \left[\frac{D - d_{ij}}{B} \right] + k \Theta(D - d_{ij}) \right\} \mathbf{n}_{ij} + \kappa \Theta(D - d_{ij}) \Delta v_{ji}^i t_{ij}$$

其中, $\sum_j \left\{ A \exp \left[\frac{D - d_{ij}}{B} \right] \right\} \mathbf{n}_{ij}$ 表示的是一种心理作用的力.其意义是对于越远的行人,则对行人 i 的作用就越小,越近的行人,想要避免碰撞的心理影响就越大.

其中 A 和 B 是两个固定参数; D 表示一个人的直径; d_{ij} 是行人 i 和行人 j 的远近距离; $\mathbf{n}_{ij}$ 是一个单位向量, 其方向是从行人 j 指向行人 i , 一般定义是 $\mathbf{n}_{ij} = \frac{(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)}{d_{ij}}$. 也就是说, 人和人的相互规避所受的力是一个法向的力. 其中, 第二部分是 $\sum_j k\Theta(D - d_{ij})\mathbf{n}_{ij}$. 这一项表示的是人和人由于相互挤压而产生的力. 其中 k 是一个常数. $\Theta(x)$ 是一个特殊的函数. 如果有 $x < 0$, 则 $\Theta(x) = 0$; 如果 $x > 0$, 则 $\Theta(x) = x$. 这表示如果行人之间没有相互接触, 即他们之间的距离大于直径, 就没有力. 如果有接触, 就有力, 并且挤压的越大, 则相互作用也越大. 其中第三部分 $\sum_j k\Theta(D - d_{ij})\Delta v_{ji}^t \mathbf{t}_{ij}$ 是行人之间的摩擦力. 式中的 κ 是一个常数; Δv_{ji}^t 表示速度差 $\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i$ 在切向上投影的大小; $\mathbf{t}_{ij}$ 就是一个单位向量, 方向是速度差 $\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i$ 在切向上投影的方向.

第三项是行人和墙的相互作用, 其定义为

$$\mathbf{F}_i^3 = \sum_w \left\{ A \exp \left[\frac{r - d_{iw}}{B} \right] + k\Theta(r - d_{iw}) \right\} \mathbf{n}_{iw} - \kappa\Theta(r - d_{iw})(\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{t}_{iw})\mathbf{t}_{iw}$$

其中, $\sum_w \left\{ A \exp \left[\frac{r - d_{iw}}{B} \right] \right\} \mathbf{n}_{iw}$, 同样表示的是一种心理作用, 对墙的规避力. 式中, r 表示人的半径; d_{iw} 表示行人 i 到墙 w 的距离. 第二部分是 $\sum_w k\Theta(r - d_{iw})\mathbf{n}_{iw}$, 表示的是人和墙的挤压; 第三部分 $\sum_w -\kappa\Theta(r - d_{iw})(\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{t}_{iw})\mathbf{t}_{iw}$, 表示的是墙对人的摩擦力, 其大小与速度有关, 和人对墙的挤压有关.

在社会力模型中, 以上的每个参数都是固定的数值, 一般说来不做变动. 行人的质量一般取 $m = 80 \text{ kg}$, 这相当于一个普通足球球迷的体重. 期望速度 v_0 , 一般在观测时有大于 5 m/s 的情况, 但是很少出现. 观测发现, 如果行人行走时比较悠闲, 则速度大约是 0.6 m/s ; 在一般情况下, 行人的速度大约是 1.0 m/s ; 在比较

紧张的情况下, 行人的速度一般不超过 1.5 m/s , 近来大多数模型采用 $v_0 = 1.34 \text{ m/s}$. 参数 $A = 2 \times 10^3 \text{ N}$, $B = 0.08 \text{ m}$, 这两个参数表示了在一般情况下, 行人在行走时他们之间所能保持的比较合理的距离. 参数 $k = 1.2 \times 10^5 \text{ kg/s}^2$, $\kappa = 2.4 \times 10^5 \text{ kg/(m} \cdot \text{s)}$, 这表征了行人和障碍之间的真实的相互作用. 还有行人的直径一般在 0.6 m 左右.

有了社会力模型, 就能用计算机来模拟行人出屋的场景. 如图 2 所示, 这是一个 $15 \times 15 \text{ m}^2$ 的屋子, 门宽是 1 m . 屋内有 200 个行人. 行人在门前堆积成一个拱, 这在真实情况中是存在的.

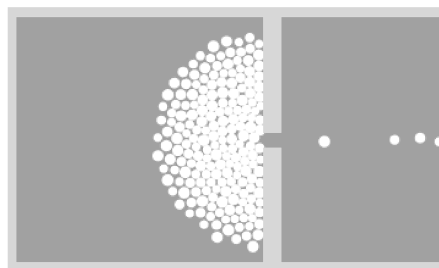


图2 采用社会力模型的行人逃生斑图

Fig.2 Pattern of pedestrian escape described by social force model

如图 3^[25]所示, 这是表述行人出屋欲速则不达的一个反映. 当行人的期望速度 v_0 大约在 1.5 m/s 时, 逃生的时间是最短的, 门口的流量也是最大的. 而大于这个速度, 则逃生将更加费时. 这里假设, 当一个行人所受到的力大于 1600 N 时, 则认为此行人已经受伤, 失去了行动能力. 此时, 受伤的行人不再运动, 因此可以把他看作是人群中的障碍物. 行人受伤, 在期望速度较小的时候不会出现. 当期望速度大于 5.0 m/s 时, 才会有人受伤. 通过模拟发现, 当行人在门前形成拱的时候, 在门两端的压力是最大的. 在图 4 所示的行人逃生斑图中, 黑点表示人群中压力最大的地方.

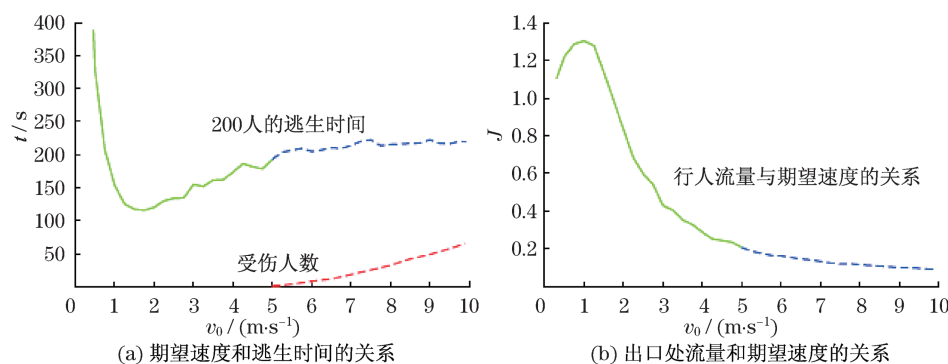


图3 期望速度和逃生时间与出口处流量和期望速度之间的关系^[26]

Fig.3 Relation between desired speed and leaving time, and the relation between desired speed and pedestrian flow

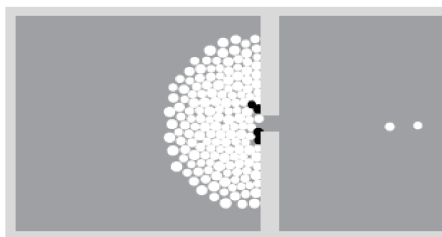


图4 行人逃生斑图

Fig.4 Pedestrian escape pattern pictures

如图5(a)(见下页)所示为屋内存在火灾时,行人逃生的情景.火由屋子的左端开始发起,以一定的速度向右传播.这里假设,如果火触碰到行人,行人立刻丧失了行动能力.图5(b)(见下页)表明,当火的前沿速度 v_F 以 0.1 m/s 传播时,会造成屋内人员伤亡.

1.3 偏随机行走模型

偏随机模型由西城活裕于1999年提出^[17-19].偏随机行走模型和社会力模型有着本质的不同.虽然两者都是微观模型,但是社会力模型是连续模型,而偏随机行走模型是离散模型.其规定,屋子或者走廊是一个 $M \times N$ 的网格,行人就在格子上面,每次最多移动一格.其之所以叫做偏随机行走,那就是,在这个模型当中,第一行人不能后退、第二行人偏向于向前行走.现简介这个模型的规则.

如图6(见下页)所示,这是一个行人往右行走的规则示意图.将向右走的概率记成 $p_{t,x}$,把向上行走的概率记成 $p_{t,y}$,把向下行走的概率 $p_{t,-y}$.如果行人在3个方向上都能行走,那么就有 $p_{t,x} = D_r + (1 - D_r)/3$, $p_{t,y} = (1 - D_r)/3$, $p_{t,-y} = (1 - D_r)/3$;如果行人的上方被堵,那么就有 $p_{t,x} = D_r + (1 - D_r)/2$, $p_{t,-y} = (1 - D_r)/2$;如果行人的上方被堵,那么就有 $p_{t,x} = D_r + (1 - D_r)/2$, $p_{t,y} = (1 - D_r)/2$;如果行人的正前方被堵,那么就有 $p_{t,y} = 1/2$, $p_{t,-y} = 1/2$;如果行人的上方和下方被堵,那么就有 $p_{t,x} = 1$;如果行人的右方和下方被堵,那么就有 $p_{t,y} = 1$;如果行人的前方和上方被堵,那么就有 $p_{t,-y} = 1$;如果行人的前方、上方和下方都被堵,那么行人就不动.其中 D_r 是偏移系数,它介于0和1之间.如果 $D_r = 0$,则是一个没有后退的随机行走;如果 $D_r = 1$,那就是行人在不被堵的前提下积极地先前进.这个模型的更新规则一般采用顺序更新.

这个模型最早和流体力学模型一样,被应用于模拟在道上行走的行人.值得注意的是,行人和车辆并不完全相同,因为人行道不存在单向道,任何人行

道都是双向的.对于一条人行道,其两端同时存在走出和走入的行人.图7(见下页)所示为在通道中相向而走的行人流示意图

在这种模型下,得到的结论:一是在两边以大概率进入时,人行道会发生拥堵.图8(见下页)为行人速度和入道概率 p_e 的关系及人数的占空比.图8(a)表示的是在长 L 等于500的人行道上,在不同的路宽 W 的情况下,两边入道概率和行人平均速度之间的关系.可以发现约在入道概率等于0.4的时候开始发生拥堵.拥堵的一个直接后果就是,由于行人走不出去,导致人行道里面的行人越挤越多,最终占满了整条人行道.二是,在人行道中如果行人行走的偏移系数越小,则越不容易发生拥堵.图9(见下页)所示为在偏移系数不等于零时,行人速度和入道概率之间的关系及在稳态时人数的占空比 σ .

在实际生活中,并看不到这样的情景.因为这里利用偏随机行走的方法,所提出的临界拥堵概率远远要低于生活中的实际情况.在大多数国家,人们都自觉地遵守这样一个规则,那就是在人流比较大的时候,人们普遍的会靠右行走,在一条人行道上,形成两股方向相反,又互相影响较小的人流.这样,就需要把偏随机模型略作改进.那就是在左右都能行走的时候,靠右行走的概率是靠左行走的概率两倍,不再是等概率了.图10(见下页)所示为靠右行走的偏随机行走示意图.

虽然从宏观的平均速度来看,在人行道中发生拥堵更加容易了,但是从微观上来看,并不是所有的行人都堵着不动了,而是他们仍在以极小的速度在运动.图11(见下页)为行人的平均速度和入道概率之间的关系及稳态时人数的占空比.

如果把偏随机行走模型运用于模拟行人出屋逃生^[27],那么情况就有些复杂了.规则就需要改动.因为在人行道上的行人只要顾着自己向前行走就可以了,但行人出屋是向一个点汇聚的结果.规则参见文献^[28].图12(见下页)为利用偏随机模型模拟行人屋内逃生及规则的示意图.

由图12可见整个屋子被分成3部分,在不同的区域内,行走的规则是不一样的.首先正中间的那部分,由于中间那部分正对着出口,因这部分可以看成是人行道,其规则不做任何改变.只不过原先的是向右或者向左行走,现在变成了向上行走.而在右侧或者在左侧的行人规则有所变化.

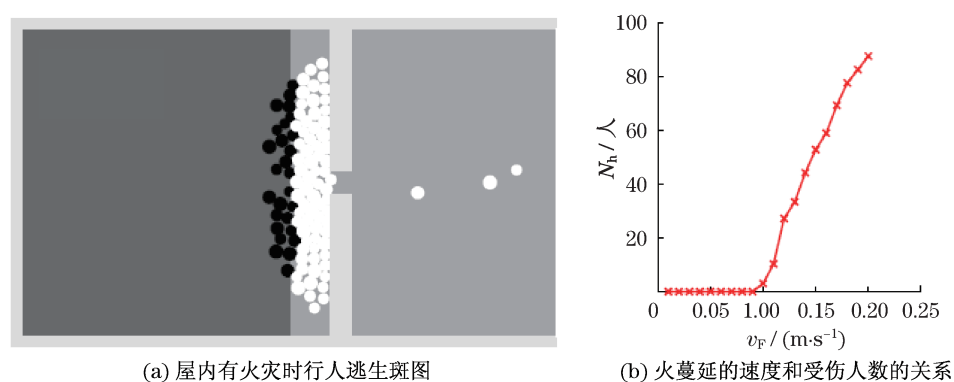
图5 有火灾时的行人逃生斑图和火蔓延的速度与受伤人数 N_h 之间的关系

Fig.5 Pedestrian escaping pattern in case of fire and the number of injured people vs propagation velocity of fire front

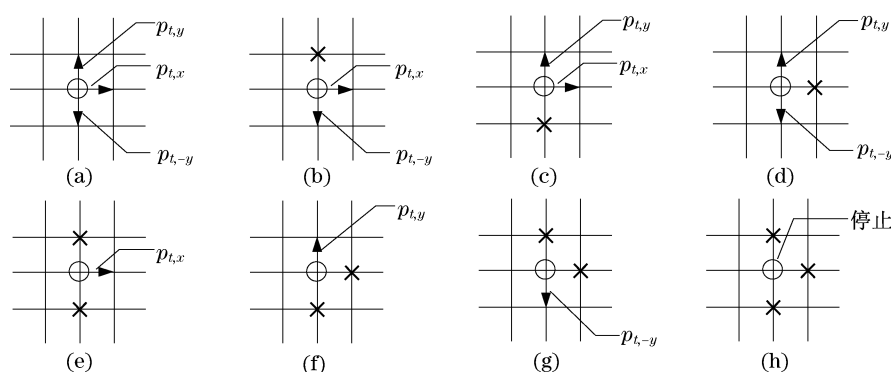


图6 偏随机行走的规则示意图

Fig.6 Regularity of biased random walk

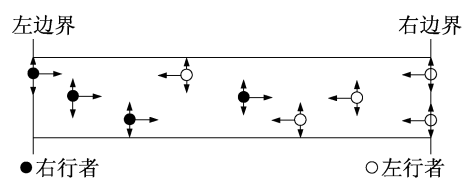


图7 在通道中相向而走的行人流示意图

Fig.7 Pattern of pedestrian walking opposite

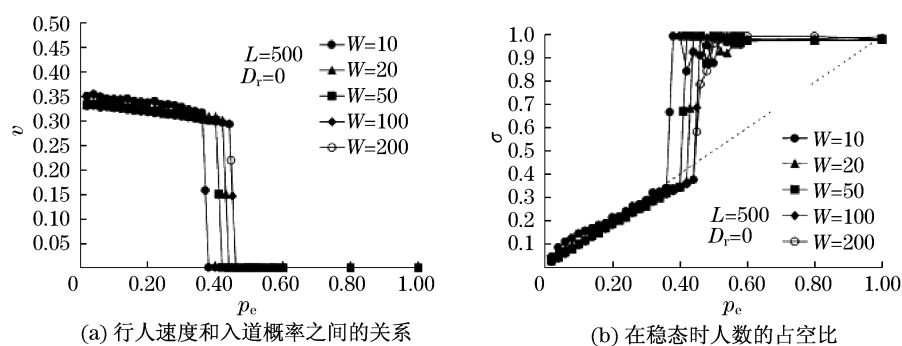
图8 行人速度和入道概率 p_e 的关系及人数的占空比

Fig.8 The relation between the total entrance density and velocity and the relation between the total entrance density and occupancy

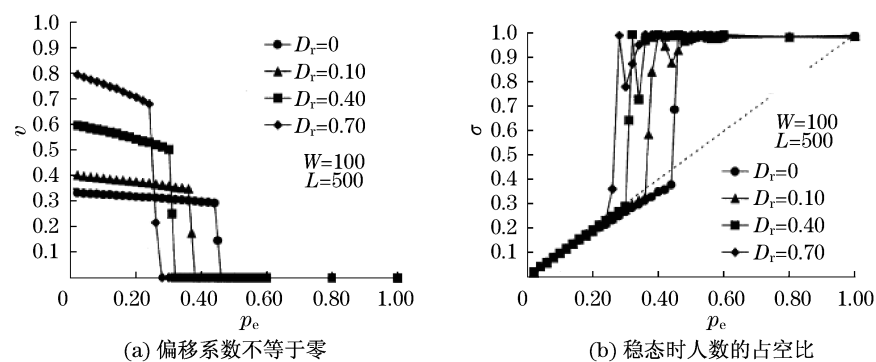


图9 在偏移系数不等于零时行人速度和入道概率之间的关系及稳态时人数的占空比
Fig.9 The relation between the total entrance density and velocity with $D_r \neq 0$ and the relation between the total entrance density and occupancy

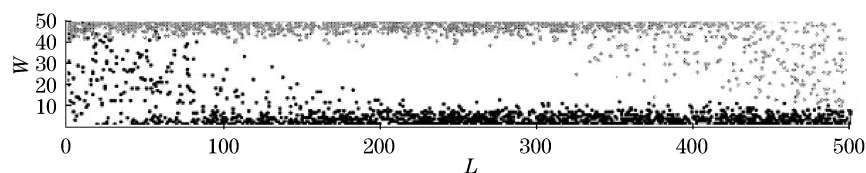


图10 靠右行走的偏随机行走示意图
Fig.10 Figure of pedestrian walking right-hand

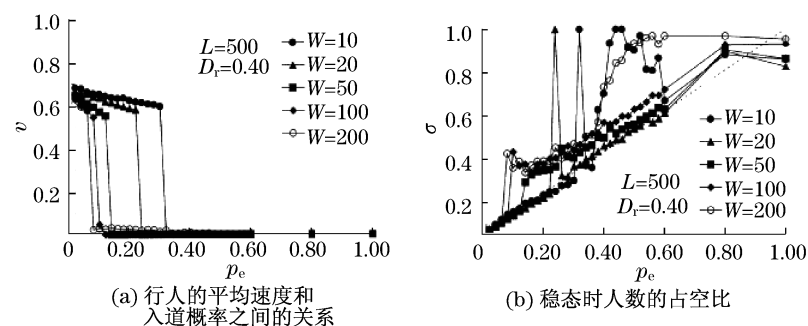


图11 行人的平均速度和入道概率之间的关系及在稳态时人数的占空比
Fig.11 The relation between the total entrance density and velocity with pedestrian walking right-hand and the relation between the total entrance density and occupancy

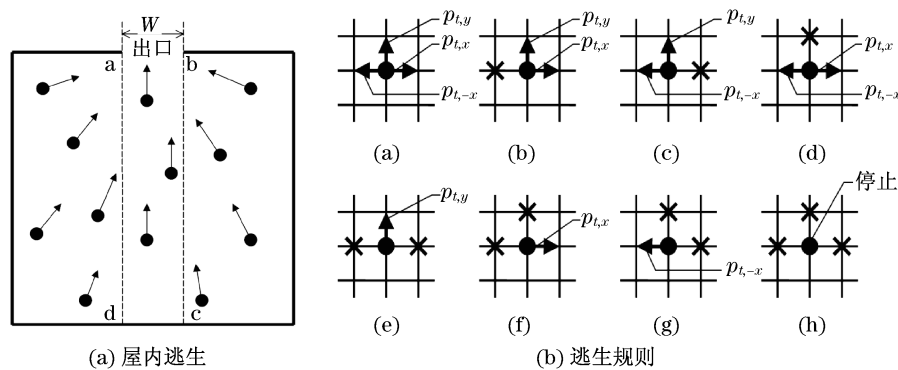


图12 利用偏随机模型模拟行人屋内逃生及逃生规则示意图
Fig.12 Schematic diagram of pedestrian escape and regularity of pedestrian moving

先说左侧行人的运动规则. 如果3面都能行走, 那么就有 $p_{t,y} = D_r y + (1 - D_r)/3$, $p_{t,x} = D_r x + (1 - D_r)/3$, $p_{t,-x} = (1 - D_r)/3$; 如果左方被堵, 那么就有 $p_{t,y} = D_r y + (1 - D_r)/2$, $p_{t,x} = D_r x + (1 - D_r)/2$; 如果右方被堵, 那么就有 $p_{t,y} = D_r + (1 - D_r)/2$, $p_{t,-x} = (1 - D_r)/2$; 如果上方被堵, $p_{t,x} = D_r + (1 - D_r)/2$, $p_{t,-x} = (1 - D_r)/2$; 如果右方和左方被堵, 那么就有 $p_{t,y} = 1$; 如果左方和上方被堵, 那么就有 $p_{t,-x} = 1$; 如果上方和右方被堵, 那么就有 $p_{t,x} = 1$; 如果3个方向都被堵, 就原地不动. 其中参数 D_r 表征的是向门走的倾向; 并且 x 方向上的偏移

$$D_{r,x} = \frac{D_r |x - x_0|}{|x - x_0| + |y - y_0|}$$

y 方向上的偏移

$$D_{r,y} = \frac{D_r |y - y_0|}{|x - x_0| + |y - y_0|}$$

其中, (x, y) 是行人的坐标, 而 (x_0, y_0) 是门的中点的坐标.

再说右侧行人的运动规则. 其规则大致类似于左侧行人的运动规则. 只要将 $p_{t,x}$ 换成 $p_{t,-x}$ 即可, 其余一律保持不变.

对于行人出屋, 用偏随机行走模型来模拟, 可以得到图 13 的斑图. 并且, 在门口行人的流量和行人的逃生时间, 都和门的宽度有着一定的幂率关系.

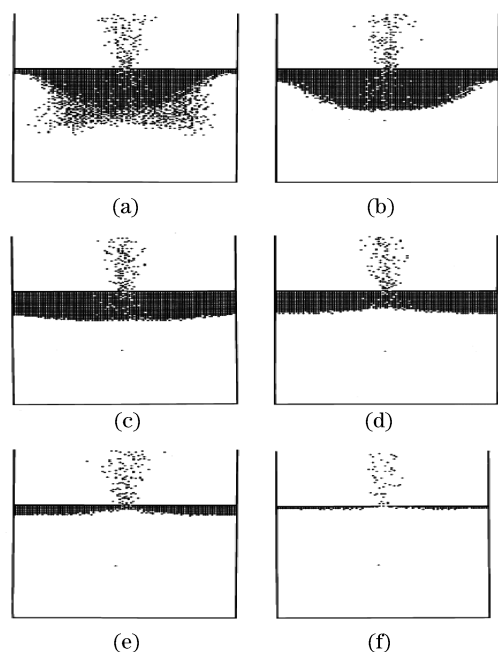


图 13 利用偏随机行走模拟行人逃生的时间演化斑图
Fig. 13 Evolution patterns of pedestrian escape described by biased random walk model

1.4 离心力模型

离心力模型是一个比较有特色的连续模型^[20]. 在社会力模型中, 行人的运动遵守牛顿第二定律, 但是从表达式来看, 其实行人和行人之间与行人和墙也遵守牛顿第三定律. 但是离心力模型并不遵守这条定律. 在实际的行人流中正是这样的, 因为在人群中, 走在后面的人必须要考虑前面的行人的状态, 决定是否跟随、避让或者超前, 而前面的行人却不需要顾及后面的行人.

这个模型和社会力模型一样, 行人的运动遵守牛顿第二定律. 行人运动时所受的力一共有3项, 分别是行人的自驱动项、行人和行人之间的相互作用以及行人和边界(墙)之间的相互作用. 其中行人的自驱动项和社会力模型是一样的.

行人和行人的相互作用

$$\mathbf{F}_{ij} = m\mathbf{a}_{ij} = m\mathbf{f}(v_{ij}, |\mathbf{r}_{ij}|)\mathbf{e}_{ij}$$

显然加速度 $\mathbf{a}$ 的大小和行人之间的相对速度, 相对位置有关, 并且

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i, \mathbf{e}_{ij} = \frac{\mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|}$$

相对速度定义为

$$v_{ij} = \frac{1}{2}[(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \cdot \mathbf{e}_{ij} + |(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \cdot \mathbf{e}_{ij}|]$$

显然, 相对速度 v_{ij} 是行人 i 和行人 j 之间的真实相对速度在相对位置上的正向投影.

这样行人和行人之间的相互作用离心力公式就可以写成 $\mathbf{F}_{ij} = -m \frac{v_{ij}^2}{|\mathbf{r}_{ij}|} \mathbf{e}_{ij}$. 显然, 当 $(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \cdot \mathbf{e}_{ij} > 0$ 时, 就是行人相互靠近时, 他们之间的排斥力就会越来越大. 反之, 如果 $(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \cdot \mathbf{e}_{ij} < 0$, 就是人们互相远离就不会有相互作用. 还有考虑到行人行走时一般只会考虑到前方 180° 的范围, 对于视角之外的一般不会有什么反应, 那么在相互作用力中还应该要考虑视角的影响, 而视角的影响正是对牛顿第三定律的修正. 定义

$$K_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{e}_{ij} + |\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{e}_{ij}|}{|\mathbf{v}_i|} \right]$$

这一项的意义就是后面的行人要顾及到前面行人的存在, 而前面的行人可以忽略后面行人对他的影响. 因此, 把行人和行人之间的相互作用, 完整的表达式就为

$$\mathbf{F}_{ij} = -mK_{ij} \frac{v_{ij}^2}{|\mathbf{r}_{ij}|} \mathbf{e}_{ij}$$

同样, 行人和墙之间也能有类似的定义

$$\mathbf{F}_{iB} = -mK_{iB} \frac{v_{iB}^2}{|\mathbf{r}_{iB}|} \mathbf{e}_{iB}$$

其中,每一项的定义和前面所述大致相同

$$K_{iB} = \frac{1}{2} \left[\frac{\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{e}_{iB} + |\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{e}_{iB}|}{|\mathbf{v}_i|} \right]$$

$$v_{iB} = \frac{1}{2} [(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_B) \cdot \mathbf{e}_{iB} + |(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_B) \cdot \mathbf{e}_{iB}|]$$

$$\mathbf{r}_{iB} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_i, \mathbf{e}_{iB} = \frac{\mathbf{r}_{iB}}{|\mathbf{r}_{iB}|}$$

其中, $\mathbf{r}_B$ 是表示和行人 i 最近的那堵墙. 并且有 $\mathbf{v}_B = 0$.

用此方法来模拟行人从屋内逃生, 则有图 14 的时间斑图.

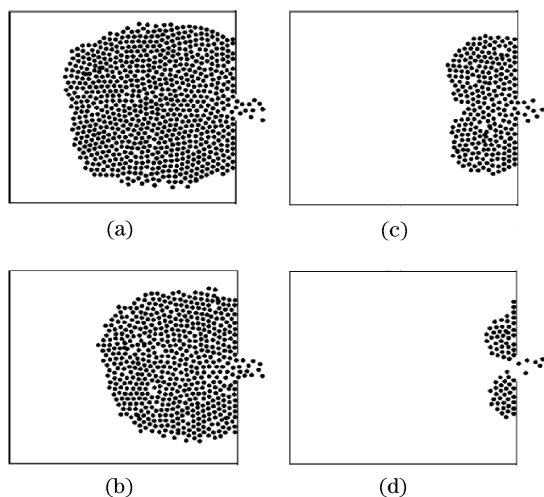


图 14 利用离心力模型模拟的行人逃生时间演化斑图

Fig. 14 Evolution patterns of pedestrian escape

2 行人流的实测

2.1 朝圣的实测

对穆斯林的朝圣进行实测就是一件非常有意义的工作. 以下是 Helbing 等对数据的分析^[34]. 其记录对象是一条道上的某个区域. 这条道有 44 m 宽, 但是摄像的范围只有 $27.7 \times 22.5 \text{ m}^2$. 在这条道上, 一天之内有不只 3×10^6 个穆斯林前去投石打魔鬼. 在朝觐的第十二天, 会有大约 2/3 的朝觐者在 7 h 之内通过这个路口.

图 15(见下页)为穆斯林行走的基本图, 图中红色曲线表示朝觐时的基本情况, 其它颜色的曲线是对其它情景的观测. 其中黑线由 Fruin^[34]、绿线由 Mori^[40]、紫线由 Polus 等^[41]和蓝线由 Seyfried 等用不同的方法得到的. 不难发现, 一般情况下, 在密度大于 6 人/m^2 时, 速度和流量都有一个明确的截断, 但是对于超高密度的朝觐队伍来说, 密度一直可以

到 10 人/m^2 , 并且流量还不是呈衰减的趋势. 相反在密度约等于 9 人/m^2 的地方还有一个小峰. 他们还研究了人群密度的概率分布 p_c 以及人群速度的概率分布 p_v , 发现在多数情况下, 当人群以一定的速度前进时, 人群并非总是处在高密度状态.

在一条道上人群的涌动, 往往还会产生湍流. 如果只沿着一个方向观看, 发现行人就只向前走动的话, 那就是正常流; 如果行人的速度有时会等于零, 那就是时走时停流; 如果行人向前走, 又向后退, 那么就意味着出现了湍流. 并且, 当湍流出现时, 行人在速度平面上的状态是毫无规律的. 如果涌现了湍流, 在人群的宏观观测上直接的反映就是, 第一整体向前的速度变慢(个人局部的速度可能不慢); 第二行人和行人的压力(压强)突然增大. 这往往就意味着事故有可能发生. 图 16(见下页)为在一条路上人群涌动的演化斑图和速度变化图, 图 17(见下页)为人群的平均流量和压强随时间的变化关系.

2.2 对高密度行人流的分析

在对行人流实测的描述中, 使用了几个新的概念. 这里将逐一说明^[42].

在人群行走时, 一般会出现聚集的现象, 因此整体的人群密度并不能准确地描述行人的局部状态, 因此需要引入一个局域密度的概念, 其定义为

$$\rho_i = \sum_j \frac{1}{\pi R^2} \exp[-(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)^2 / R^2]$$

式中, R 为一个参数, 表示行人 i 邻域的大小. 有了局域这个概念就能对行人的局部的拥挤进行讨论了. 在行人 i 周围的邻域内, 如果对所有的行人统计他们的速度的方差 $\text{var}(\mathbf{v}_i)$, 那么就能按照理想气体的物态方程, 定义压强为

$$p = \rho_i \text{var}(\mathbf{v}_i)$$

一般说来, 在正常行走时, 行人之间并没有或者很少有直接的相互接触, 只有心理上的趋避, 因此行人之间的压强并不是很大, 其值几乎等于零. 但是当局域的行人密度大于 8 人/m^2 后, 行人的局域压强会迅速增大, 因为这时候行人之间的相互作用已经不仅仅有心理的趋避了, 还有人和人之间的直接接触. 一般而言, 根据经验, 当压强的值大于 0.02 s^{-2} 时, 就可以认为在行人流中间出现了湍流, 同时也是事故容易发生的时刻. 由于有湍流的出现, 这也就解释了当人群密度非常高的时候, 为什么流量没有衰减到零, 反而会有微小的增加. 图 18(见下页)为人群的局域密度和压强的关系及人群密度和行人之间距离的关系^[42-43].

在密度-压强图上, 不能区分的是行人的自由流

状态和时走时停状态,因为此时行人之间没有直接的接触,但是通过观测还是可以加以区分的,那就是当行人流处在时走时停状态时,其流量是一个随时间而

震荡的值.一般说来,行人流的时走时停状态,在瓶颈处,或者在狭长通道处比较容易被观测到.图19(见下页)为人群在行走时停状态时,流量随时间的变化.

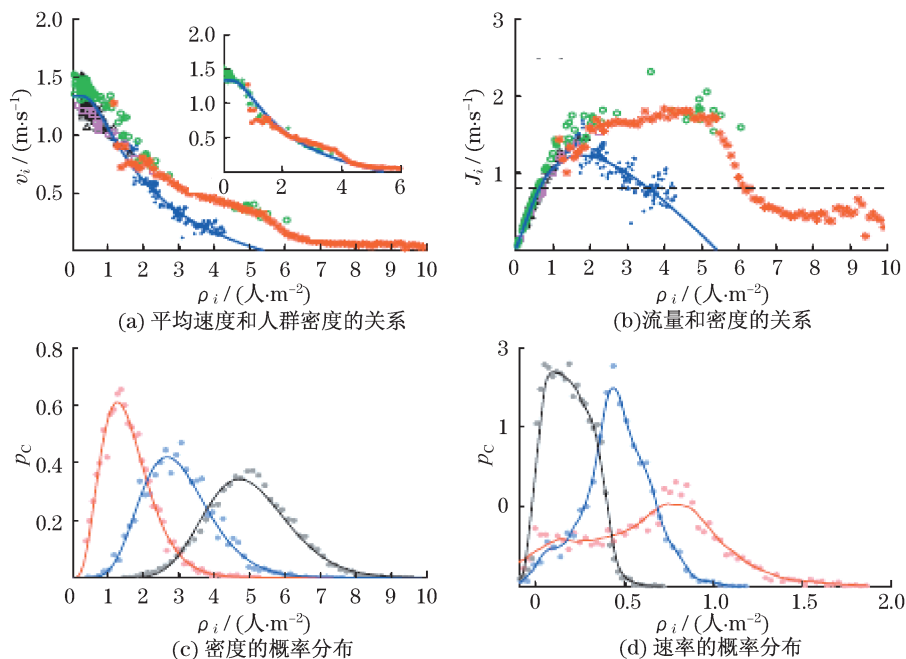


图15 穆斯林行走的基本图
Fig.15 Muslim walking basic figure

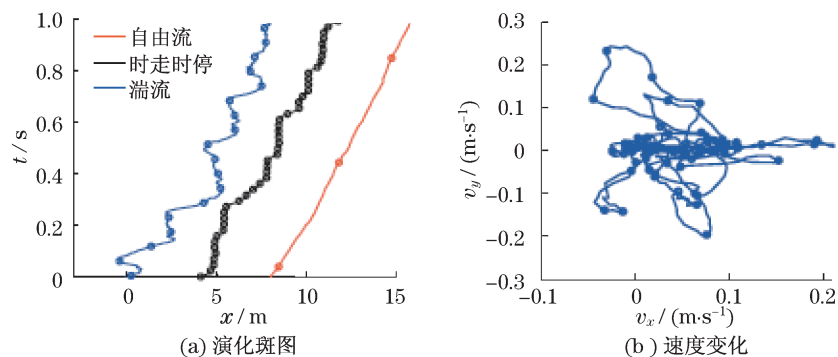


图16 演化斑图及速度变化图
Fig.16 Evolution pattern and velocity schematic diagram

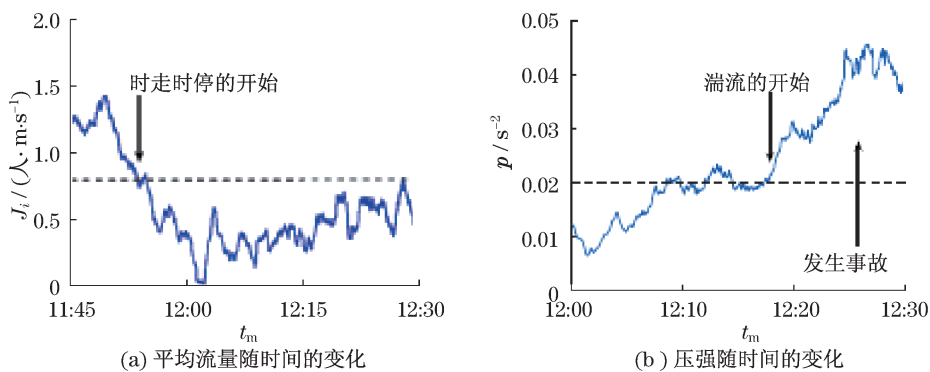


图17 平均流量和压强随时间的变化关系
Fig.17 Average flow and pressure with tim evolution

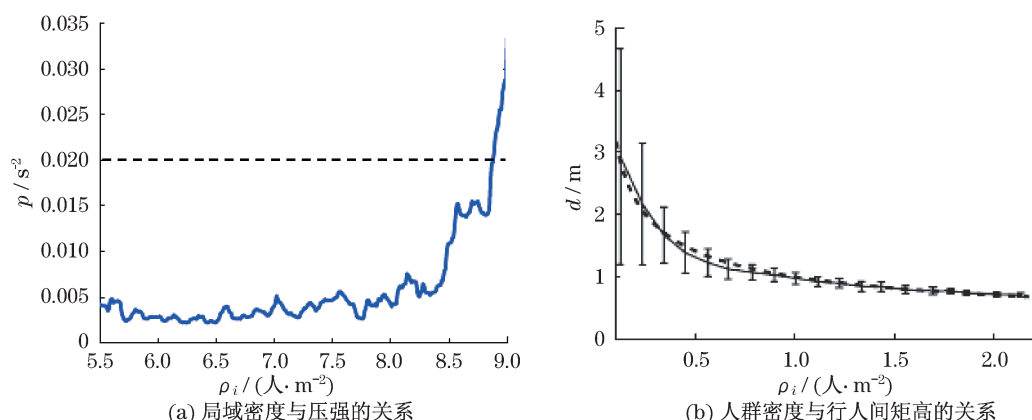


图 18 人群的局域密度和压强之间的关系及人群密度和行人之间的距离的关系

Fig.18 Pressure vs local density and the minimum distance vs local density

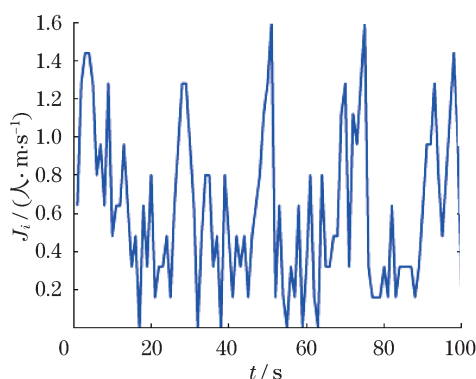


图 19 人群在时走时停的状态时流量随时间的变化

Fig.19 Average local flow vs time evolution as pedestrian stopping and going

关于行人流的时走时停状态,现在人们给出的解释还是基本处在假说阶段,因为这和人的心理活动有关.不过有一个比较统一的观点,就是时走时停是由于行人的反应延迟导致的.图 20 为描述延迟时间的概率分布图,图中可见概率密度 p_{de} 曲线有两个峰值.第一个峰值在小于 0.1 s 处,第二个峰值在大约 0.45 s 处.对于这两个峰值,其成因是不同的.第一个峰值,行人的反应延迟小于 0.1 s,就能做出往哪里行走的决定,人们认为这是源于直觉,或者潜意识,相当于意识的惯性,这种情况一般出现在人群的局域密度相对比较小.第二个峰值,反应时间大约是 0.45 s,这个人们一般认为是源于对周围环境的判断,其宏观表现就是时走时停.对于为什么会有从直觉到判断的转变,人们估计这和行人周围的人群密度有关.一般认为,有两个比较合理的理由可以说明这个问题:

a. 当人群密度比较大的时候,行人们为了避免互相挤压而停下脚步,希望自己身边能有更大的空间;

b. 如果空间太小,或者人群密度太大,则行人无法行走,需要前面的行人留出一点空隙才行.

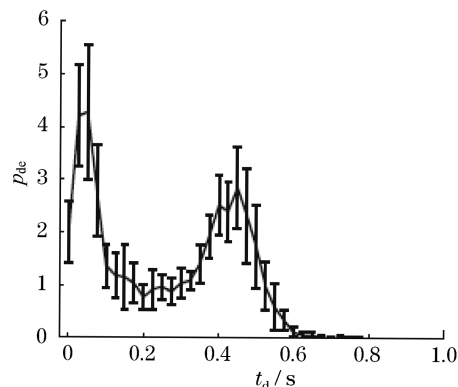


图 20 行人反应延迟时间的概率分布图

Fig.20 Distribution of time delay

对这个时间的延迟做一个估计,表达为

$$t_d = \left(\frac{1}{\sqrt{\rho}} - \frac{1}{\sqrt{\rho_{\max}}} \right) / \nu$$

一般而言,行人时走时停的静止时间,是人群的整体密度的函数.

3 Vicsek 模型在行人逃生问题中的应用

3.1 Vicsek 模型简介

1995 年 Vicsek^[40]等就为了研究非平衡系统中的簇化、传输和相变,引进了一个新的动力学模型.在这个模型中,粒子的速度由随机涨落和一个简单的规则来决定.这个模型中唯一的规则是:在每一时步,假设一个由常速率驱动的粒子,其运动方向为它的视野半径内粒子的平均运动方向.这些粒子的运动方向都有附加的随机微扰.通过数值模拟表明:尽管规则很简单,但是这个模型可以导致丰富而现实

的动力学. 现在这个模型已经成功地描述了动物集群运动的性质. 这对理解从非平衡趋向平衡、从非同步趋向同步这样的过程, 有着深刻的意义.

数值计算在具有周期边界条件, 边长等于 L_D 在的正方形区域上进行粒子由平面上连续移动的点来代表. 用相互作用距离 r 作为距离测量单位 ($r = 1$), 时间单位 Δt 为速度方向和位置在两次更新之间的时间间隔. 在大部分模拟中, 使用最简单的初始条件: a. 在初始时刻 $t = 0$ 时, N 个粒子随机分布在方形区域内; b. N 个粒子具有相同的速率 v ; c. N 个粒子有随机分布的方向 θ . 在每一时步, 粒子的速度被同时决定. 第 i 个粒子的位置按照下列规则更新

$$\mathbf{x}_i(t + \Delta t) = \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{v}_i \Delta t$$

粒子运动的速率保持不变, 但是方向要改变, 其更新规则为

$$\theta_i(t + \Delta t) = \langle \theta(t) \rangle_r + \Delta \theta$$

其中, $\langle Q(t) \rangle$ 为在视野半径之内所有邻居的方向的平均值; $\Delta \theta$ 为随机涨落, 其范围是 $[-\eta/2, \eta/2]$.

图 21 表示了在不同的噪声强度 η 和粒子密度 ρ 的空间分布图. 粒子的真实速度由一个小箭头表示, 最后 20 步的轨迹由一个短连续线表示. 图 21(a) $t = 0$ 粒子的速度和位置随机分布. 图 21(b) 在密度和噪声较小时, 粒子趋向于在随机方向上结合成群移动. 图 21(c) 在高密度和噪声下, 粒子有一定相关性的情况下随机运动. 图 21(d) 也许最有趣的是密度大噪声小的情况, 在这种情况下, 粒子的运动变得宏观有序, 所有粒子趋向于统一自发方向运动.

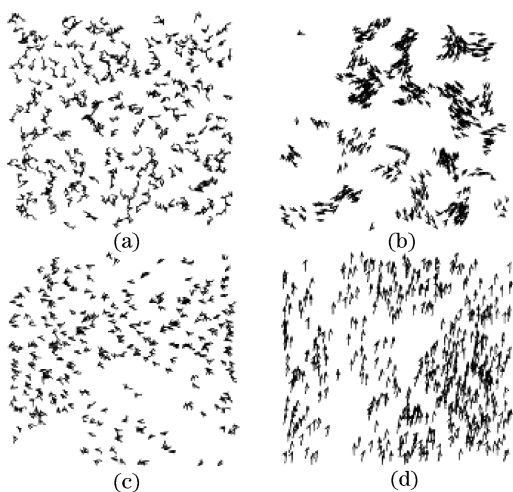


图 21 在不同条件下粒子演化斑图

Fig. 21 Patterns of evolution with the different conditions

不仅仅在动物的迁徙中有这样的现象, 在行人

流中间也有从众的现象. 譬如在一个黑暗的电影院中, 由于人非常多, 在散场时, 往往在中间的观众并不一定能准确知道出口的位置, 但是他只要跟着大家一起走就一定走出去. 因此, 只需对这个模型的边界条件略做改动, 就能应用到行人流模型中.

3.2 具有有限视野半径的行人逃生模型

研究行人是如何离开屋子的情景. 对经典的社会力模型做了微小的改动, 还考虑到了行人流非常类似于集群行为. 因此, 将视野半径引入了的模型. 更进一步, 还提出了两种方法来减少逃生时间和滞留人数.

对行人流的模拟建立在修正过的社会力模型上, 这个模型和原来的相比略有不同. 假设有一个心理的和物理的混合力作用在人的身上. 每个质量为 m 的行人都在自己特定的方向 $\mathbf{e}_i$ 上, 以期望速率 v_0 运动, 并且在一个特征时间 τ 内, 调整自己的速度 $\mathbf{v}_i$. 同时行人 i 会和行人 j 还有墙 w 保持着距离. 在数学表达上, 行人的运动方程为

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{v}_i \\ m \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = m \frac{v_0 \mathbf{e}_i - \mathbf{v}_i}{\tau} + \mathbf{F}_i \end{cases}$$

定义两个行人之间的排斥力 $A \exp[(D - d_{ij})/B] \mathbf{n}_{ij}$, 这排斥力能使得行人互相之间保持一定的距离. 如果行人之间的距离小于 D , 那么他们就会互相接触. 考虑到这种情况, 还要假设另一种由硬核产生的力, 这种力对于了解在人群中那种类似于颗粒的硬排斥是非常重要的, 定义为 $k \Theta(D - d_{ij}) \mathbf{n}_{ij}$. 这样就有了两个行人之间的排斥力的表达式

$\mathbf{F}_{ij}^1 = \{A \exp[(D - d_{ij})/B] + k \Theta(D - d_{ij})\} \mathbf{n}_{ij}$
这里函数 $\Theta(x)$ 定义为如果行人之间没有接触 ($x < 0$), 则 $\Theta(x) = 0$; 不然 $\Theta(x) = 1$.

行人对墙的相互作用是类似的, 那么相应的相互作用力就能写成

$$\mathbf{F}_{iw}^2 = \{A \exp[(r - d_{iw})/B] + k \Theta(r - d_{iw})\} \mathbf{n}_{iw}$$

在社会力模型中, 行人和行人(或者和墙)的相互作用还有摩擦力. 但是, 在这里将其简化, 并重新定义作用在行人 i 上的力. 可以写成 $\mathbf{F}_i^3 = -\mu \mathbf{v}_i$.

这个模型里面的参数: 每个行人的质量 $m = 80$ kg、期望速率 $v_0 = 1$ m/s、特征时间 $\tau = 0.5$ s、 $A = 2\,000$ N 和 $B = 0.08$ m, 这样选取参数能保证行人在正常的速度下行走并保持着一定的距离; $k = 12\,000$ kg/s², $\mu = 200$ N · s/m 表明了在实际相互作用中的阻碍效应; 行人的直径 $D = 2r$ 等于 0.6 m. 模拟时, 时步的长度 $dt = 0.01$ s.

如同 Vicsek 模型,在模型中引入视野半径.假设,在一个充满烟雾的屋子内,视野半径就代表行人的可视范围.如果视野半径足够大,那么行人就应很清楚该怎么走出屋子,如果视野半径非常小,那么行人就很有可能看不见出口,只能跟着周围的人移动.这样,就要求运动方程既能描述可以看见出口的行人,也要能描述看不见出口的行人,方程为

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{v}_i \\ m \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = m \frac{v_0 \mathbf{e}_i - \mathbf{v}_i}{\tau} + \sum_{j \in \Omega} \mathbf{F}_{ij}^1 + \sum_{w \in \Omega} \mathbf{F}_{iw}^2 + \mathbf{F}_j^3 \end{cases}$$

这里 $\mathbf{e}_i$ 定义为如果行人 i 可以看见出口,则 $\mathbf{e}_i = \frac{\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_i|}$,这个向量的方向是从行人 i 指向出口,这里 $\mathbf{r}_0$ 是出口的中心位置;如果行人 i 看不见出口,则 $\mathbf{e}_i = \frac{\sum_{j \in \Omega} \mathbf{v}_j + \mathbf{v}_i}{|\sum_{j \in \Omega} \mathbf{v}_j + \mathbf{v}_i|}$,这个向量的方向是,他自己速度和他所能看见邻居的速度的平均速度,这里 Ω 是行人 i 可以看见的范围.

现在进行计算机数值模拟.在初始时刻,所有的行人都随机地分布在屋子内,并且两两不接触.他们的初始速度是 $v_i = 1$ m/s,方向是指向出口.这些行人随机编号从 1 到 N , N 是这个系统的总人数.这个屋子的大小是 $L \times L$, $L = 30$ m,屋子的出口宽度 $W = 1.4$ m.出口位于屋子的右侧正中.行人根据上述规则运动如果行人走出了屋子,那么他们就会被移除.在模拟时,还考虑了如果一个行人用 10^5 时步那么长的时间还没有走出去,那么就认为这个行人是走不出去了.

图 22 表示了在不同人数下,逃生时间和视野半径之间的关系.通过仔细模拟,发现逃生时间是随着视野半径的增加而降低的.当视野半径 R 足够大时 ($R \geq 5$ m),逃生时间变化不是很大,几乎是一个常数.这表明所有的行人都是毫无困难地直接就走出了屋子.靠近门的行人不仅自己能直接走出去,还能影响那些看不见门的行人.当他们移动时,在门前会形成一个大的拱.这个斑图和用经典社会力模型所描述的非常类似.

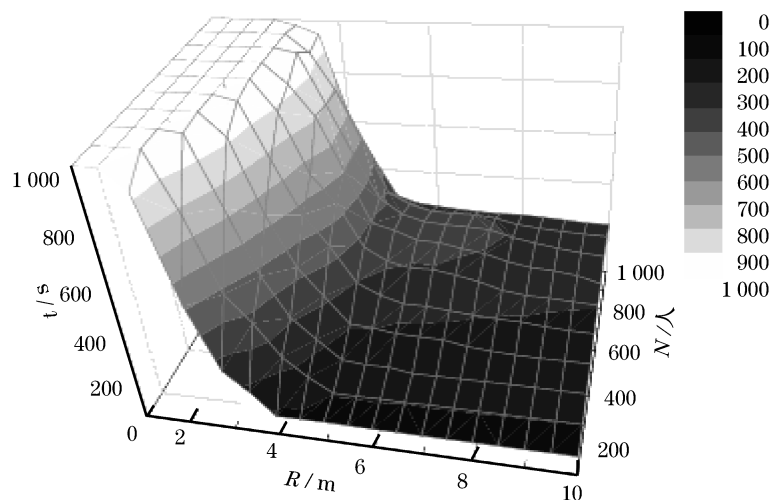


图 22 逃生时间和视野半径与行人数量之间的关系

Fig. 22 Escape time vs the view radius with different pedestrian

当视野半径减小时 ($3.5 \text{ m} \leq R < 5 \text{ m}$),逃生时间迅速增加.这表明只有一小部分人能够直接逃生,并且他们也不能使别人跟着他们.模拟表明,由于行人不能看得很远,因此他们在屋内就迷了路,并会聚集在一起.他们会沿着墙步步行走,在屋内绕行,来寻找出口.一旦他们到了出口附近,其中那些靠近出口的人就会成功出屋,但是多数人还是走不出去.他们只有在屋内绕行的次数足够多时,才会全部出去.当视野半径进一步减小时 ($R < 3.5 \text{ m}$),行人要花费更加长的时间走出屋子,但是能成功逃生的却越来越

少.到最后,结果表明,总有一些行人在用了 10^5 时步那么长的时间还没有走出去.

图 23(见下页)表示的是滞留人数 N_{re} 和视野半径之间的关系.当视野半径足够大时,屋内不会有行人滞留.但是当视野半径小到一定程度的时候 ($R < 4 \text{ m}$),就有行人不能从屋内走出去了.当行人数量少于 600 人的时候,滞留人数是随着视野半径的增大而减少.但是,一旦行人数量多于 600 人时,那么滞留人数和视野半径之间的关系就是非单调了.从图标可以看出滞留人数在半径等于 2 m 的地方要多

于视野半径等于 1.5 m 的地方. 当行人数量巨大的时候, 他们会互相紧紧地挤在一起. 当视野半径就仅增加一点点时, 他们就能多看见周围的人. 但是在多数情况下, 这些被看见的人和这个行人是一样的, 都是看不见出口的. 因此行人往往就是被他的邻居误导, 从而继续在屋内绕行. 当视野半径大于 2 m 的时候, 行人就能得到更多的正确信息. 这样滞留人数就随着视野半径的增加而迅速减少.

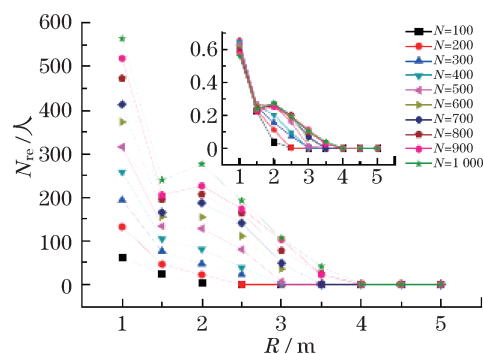


图 23 滞留人数和视野半径之间的关系.

Fig. 23 Remained pedestrian vs view radius

为了减少逃生时间, 本人提出了相应的方法. 方法一, 就是把门加宽. 在上述的模型中, 门的宽度是 1.4 m. 现在把门拓宽到 2.8 m, 并且其它的模拟规则不变. 图 24(a)、(b)、(c)、(d) 分别代表总人数是 200, 400, 600, 和 800 人的逃生时间和视野半径的关系. 其中■表示正门宽 1.4 m 时的逃生时间和视野半径的关系; 其中●表示正门宽 2.8 m 时的逃生时间和视野半径的关系; 可见当行人能够全部跑出屋子的时候, 逃生时间大为降低. 图 25 分别代表总人数为 200, 400, 600, 和 800 人的滞留人数和视野半径的关系. 其中, ■表示正门宽 1.4 m 时的滞留人数和视野半径的关系; ●表示正门宽 2.8 m 时的滞留人数和视野半径的关系. 从图 25 也可得知, 当视野半径 $R \leq 4$ m 的时候, 滞留人数明显降低. 但是值得注意的是, 当行人数量超过 600 人, 并且视野半径极短 ($R \leq 1.5$ m) 时, 滞留人数并没有减少多少.

这样, 就要提出一个既能降低逃生时间, 又能明显减少滞留人数的方法. 方法二, 就是在两个角落中, 加两个小门. 这两个小门和屋子的正门在同一直线. 正门依旧保持 1.4 m 宽, 每个小门的宽度是 0.7 m. 这样总的出口宽度依旧是 2.8 m, 这个宽度和方法一中的门宽一致. 图 24 和图 25 中, ▲表示正门宽 1.4 m, 并加设角门时的滞留人数和视野半径的关系. 这里, 行人运动的规则需要做微微调整, 因为现在屋子内有 3 个出口了. 如果行人看不见出口, 则运

动方程保持不变. 如果行人仅能看见一个出口, 则他就向这个出口走过去. 如果行人能看见两个或者 3 个出口, 那么他就会选择一个最近的. 模拟的初始条件不变. 当视野半径足够大时 ($R \geq 5$ m), 发现角上的小门并没有被充分利用, 逃生时间的值介于门宽等于 1.4 m 和门宽等于 2.8 m 的两个结果之间. 一旦视野半径变小了, 这两个角门的作用就变得明显了. 正如模拟的那样, 由于视野半径短小, 行人在屋内绕行. 当人群行至角落的时候, 有一部分人就会看见小门, 并成功出门. 从图 25 可知, 当视野半径小于 5 m 的时候, 加设角门的逃生时间短于把正门加宽的逃生时间. 如图 25 所示, 当视野半径非常小的时候 ($R < 3.5$ m), 依旧会有行人滞留在屋内, 但是滞留的数量进一步减少. 尤其是, 当人数多于 600 人, 视野半径等于 1 m 时, 角门的作用就非常明显了, 因为这个时候滞留人数的比例降低到 50% 以下了, 这个比例比把门加宽的滞留人数比要小了很多.

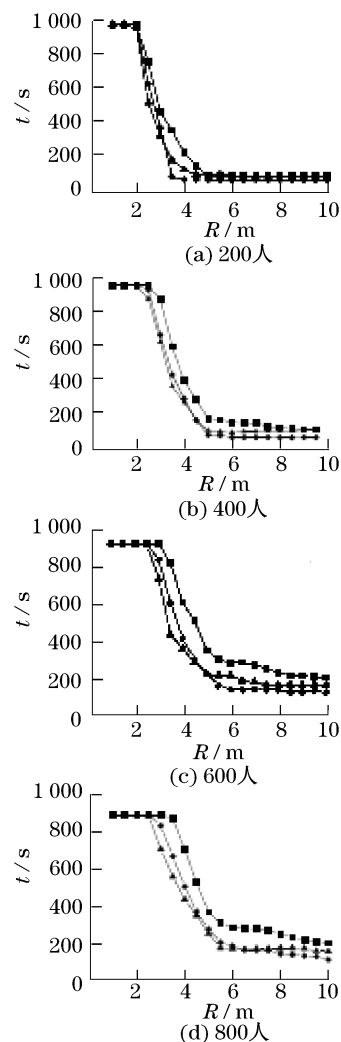


图 24 逃生时间和视野半径的关系

Fig. 24 Escape time vs view radius

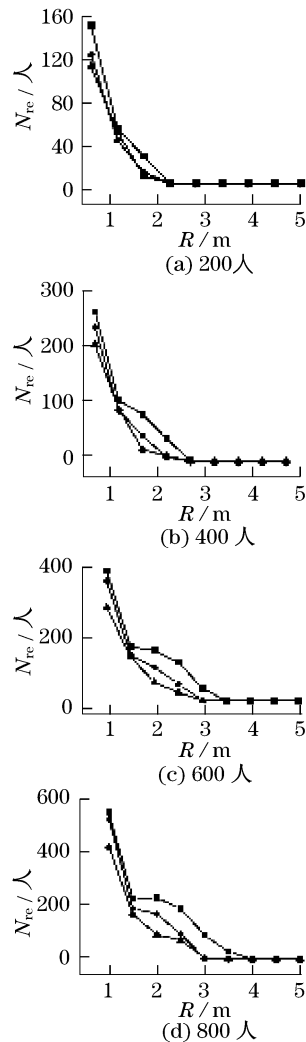


图 25 滞留人数和视野半径的关系

Fig. 25 Remained pedestrian vs view radius

4 行人绕障碍物的行走方式

采用元胞自动机模型来讨论,如果门口有障碍物,行人将如何逃生这样一个问题.尽管目前大家对这样一个普遍的问题都有一定的认识,但是怎么建立一个合理的模型依旧没有统一的意见.在这里将提出本文的模型,描述和讨论障碍物的大小和位置对行人逃生时间的影响.

4.1 行人在空屋子内行走

先描述模拟行人流的模型,再进行数值模拟.在方格子上定义这个模型.屋子的大小由一个 $D_L \times D_L$ 的方格子表示,这里 D_L 表示屋子的长和宽.这屋子只有一个出口,出口在屋子的右侧,宽度是 W .在本文中,设定屋子的边长 $D_L = 61$,门宽 $W = 1$.在初始时刻,行人随机地分布在屋内.

行走策略定义为:先假设行人为了能直接出门,

会以很大的概率 p_1 向门移动.移动的方式是:这个行人 i 如果在点 (x_i, y_i) 上面,那么他会以 $p_1 \cdot (x_i - x_0)^2 / r_i^2$ 的概率向右移动一格,或者以 $p_1 \cdot (y_i - y_0)^2 / r_i^2$ 向下(或者向上)移动一格,当 $y_i - y_0 > 0$ 的时候(或者 $y_i - y_0 < 0$ 的时候).这里 (x_0, y_0) 是出口中心的坐标,并且 $r_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}$ 是行人 i 到出口的距离.再假设,行人总是想更靠近门,因此就会以 p_2 的概率去挤身边的空档.如图 26 所示,在区域 I ($|x_i - x_0| > |y_i - y_0|$) 的行人,朝屋子的中间行走;在区域 II ($|x_i - x_0| < |y_i - y_0|$) 的行人向右行走.此外,还假设行人以 p_3 的概率随机行走.这样,归一化条件就是 $p_1 + p_2 + p_3 = 1$.在这里,设定 $p_3 = 0.1$.

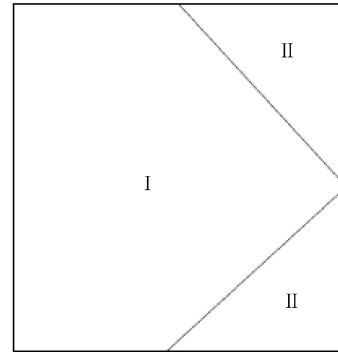
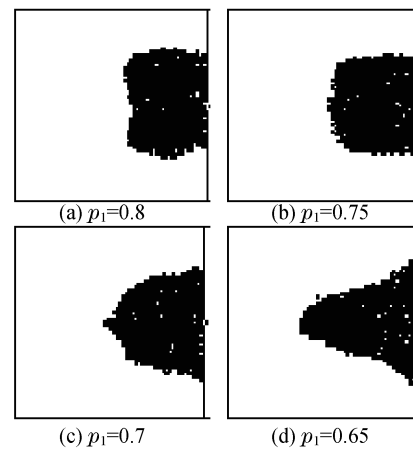


图 26 屋子的示意图

Fig. 26 Schematic diagram of a hall

现在根据上述规则,行人可以移动了.采用顺序更新规则.如果行人下一个位置被占据,那么就不移动.如果行人出了屋子,那么就将他从系统中移除.尽可能地简化模型,但是必须要保证不能改变行人流的主要特点.

现进行数值模拟,起初行人都随机地分布在屋内,他们都被编了号,从 1 到 N ,这里 N 是总人数.先考察 p_1 对行人的影响.图 27 就展示了在不同的

图 27 斑图随 p_1 的变化Fig. 27 Patterns with different p_1

p_1 下的斑图.图中表明了屋内有1200人朝门行走的第450步.不管 p_1 如何变动,行人都会被堵在门口,但是拱的形状并不一样.

下面,当 p_1 一定时,考察随时间演化斑图的变化.设定 $p_1 = 0.75$.图28表示了行人朝门行走,在不同时步的斑图.在起初阶段,行人朝门移动,并迅速在门口堵了起来.随着时间的流逝,越来越多的人走出了屋子,被从系统中移除.这样门前的拱就变小了,但是它的形状并不是变化很多,更不会在拱的后端出现凹陷^[20].

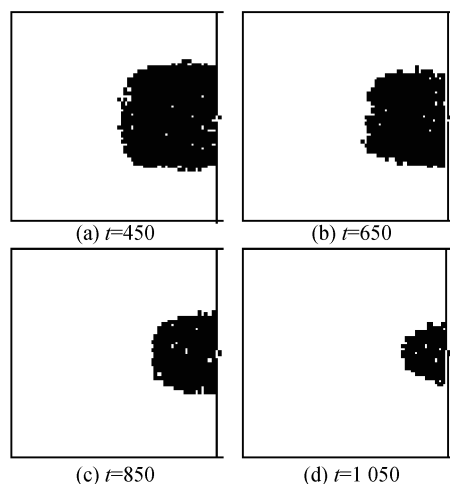


图28 随时间演化的斑图.

Fig.28 Patterns with time evolution

值得注意的是行人数量和逃生时间之间的关系,发现在人数特别少的时候($N < 100$),门前很难形成拱.这样逃生时间就和离门最远的人有关,也就是在这时逃生时间并不会随着人数的减少而减少.如果行人数量足够多,那么门前就能形成拱,并且逃生时间就只比人数略大.研究行人数量和逃生时间之间的标度行为,定义一个新的变量 $y = (t - N)/N$.图29就表示了人数和逃生时间之间的关系.图中的小图是变量 y 和人数在双对数坐标下的关系.通过对数据的拟合,发现有关系

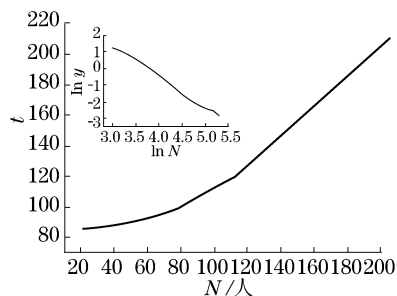


图29 逃生时间和行人数量的关系

Fig.29 Relation between pedestrian and leaving time

$$\ln y = -1.8047 \ln N + 6.7084$$

即

$$t = 819.26N^{-0.8047} + N$$

4.2 出口处障碍物对逃生时间的影响

更进一步,本文研究了门口放置障碍物的情景.为了简化模型,将障碍物放在屋子的中轴线上.找出它对逃生时间的影响.如图30所示,这个屋子根据在中轴线上的障碍物,可以分成几个不同的区域.可以想象,在不同区域内行走的行人,他们的策略应该是不同的.那么就需要建立一个比前面略微复杂一点的模型.这里依旧假设行人随机行走的概率 $p_3 = 0.1$.在区域I的行人,可以认为不受到障碍物的影响,他们的移动方式和在空屋子内的一样.在区域II内的行人,以概率 $p_1^{\text{II}} = 0.75$ 向右行走.或者如果当 $y_i - y_0 > 0$ (或者 $y_i - y_0 < 0$)时,就以概率 $p_2^{\text{II}} = 0.15$ 向下(或者向上)行走.在区域III的行人就以概率 $p_3^{\text{III}} = 0.9$ 向右行走.在区域IV的行人,如果当 $y_i - y_0 > 0$ (或者 $y_i - y_0 < 0$)时,就以概率 $p_1^{\text{IV}} = 0.9 \times (x_i - \tilde{x}_2)/(\tilde{x}_2 - \tilde{X}_2)$ 向上(或者向下)行走.如果正好有 $y_i - y_0 = 0$,那么行人就等概率地向上或者向下行走.或者以概率 $p_2^{\text{IV}} = 0.9(\tilde{X}_2 - x_i)/(\tilde{x}_2 - \tilde{X}_2)$ 向右行走,其中, $\tilde{x}_2$ 是障碍物的左边界; $\tilde{X}_2$ 是屋子的左边界.

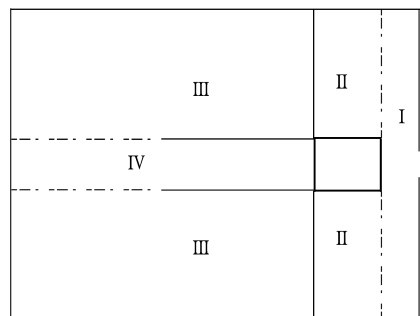


图30 有障碍物的屋子示意图

Fig.30 Schematic diagram of a hall with obstacle

现进行数值计算来模拟行人出屋,门口有障碍物的情景.图31显示了在屋子内有750人出屋,斑图随时间演化的情形.开始时刻,在区域IV的行人开始朝障碍物的两边移动,而不是挤向中间,在其它区域的行人或者向右行走,或者直接向门行走.不久,区域IV中就不再有行人了,并且在门前和障碍物的两侧形成了拱.随着时间的演化,拱在慢慢减小,行人慢慢地移到了障碍物的右侧,并最终全部跑出屋子.

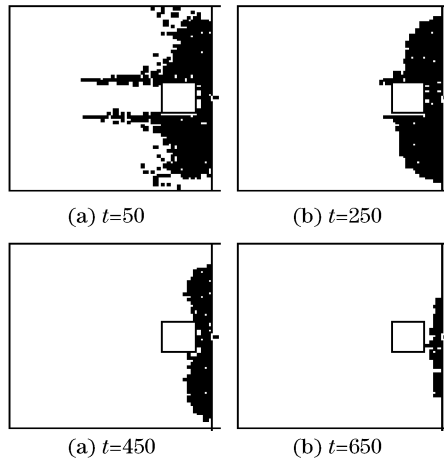


图 31 随时间演化的斑图

Fig. 31 Patterns with time evolution

图 32 表示了逃生时间和障碍物位置之间的关系,图中的曲线表明了行人总数下,当障碍物大小一定时,其位置和逃生时间的不同关系,可见如果障碍物越大或者是越靠近门,那么逃生时间就越长,反之亦然.在图 33 中,每条曲线最终都会趋于一个常数,

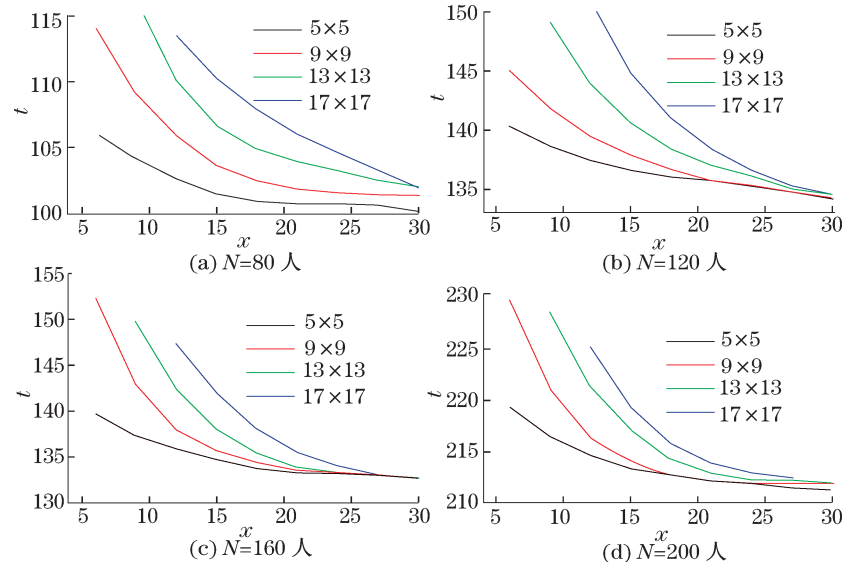
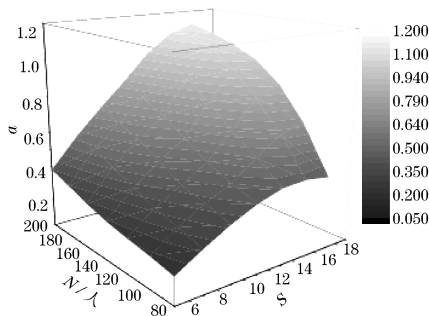


图 32 逃生时间和障碍物位置的关系

Fig. 32 Leaving time vs the position of obstacle

图 33 指数 α 和 S 与 N 之间的关系Fig. 33 Index α vs S and N

这个值约等于在空屋子中行人的逃生时间,这表明此时障碍物已经对行人不起作用.

对这个系统也考察一下其标度行为. 依旧可以定义新变量 $y = (t - N)/N$. 通过数值拟合,可见

$$y = A_s l^{-\alpha}$$

式中, l 表示从门口到障碍物中心的距离; A_s 是一个常数. 可见指数 α 不仅仅是人数 N 的函数, 并且还是障碍物大小的函数, 即 $\alpha = \alpha(S, N)$, 其中, S 表示障碍物的边长. 由于障碍物有着不同的大小和距离, 因此图 32 中的曲线的斜率也不相同. 障碍物越大, 或者行人越多, 那么斜率就越陡. 图 33 就表示了函数 α 和 S 与 N 的关系. 可见函数 α 是一个单调的函数, 随着 N 和 S 的增长而增长. 当 l 足够大时, 数据不再遵守指数函数的关系, 此时障碍物对行人没有影响. 这时标度关系应是 $y = cN^{-\gamma}$, 因此完整的标度关系是 $y = A_s l^{-\alpha} + cN^{-\gamma}$, 其中, c 和 γ 为常数. 如果 N 固定, 并且 l 足够小, 那么 $cN^{-\gamma}$ 就能被忽略了.

4.3 行人竞争对逃生时间的影响

门口放置障碍物虽然会使行人用更长的时间去逃生, 但是在某种情况下却也能在一定程度上缩短逃生时间. 这种现象在实测中曾出现. 当然不是在任何情况下逃生时间都能缩短. 如果大家没有竞争, 那么障碍物几乎就不起什么作用, 甚至是反作用. 如果大家互不相让, 互相拥挤, 那么障碍物的作用就会比较明显. 另外因障碍物摆放的位置, 有时逃生的时间反而会增加, 因此必须特别注意. 根据模拟的结果, 逃生时最短的时间不是把障碍物放在逃生出口的正

中间,而是放在稍微旁边地方的情况.

不过至今尚未能确认在哪里摆放什么障碍物可以缩短逃生时间.关于障碍物影响逃生时间的原因也有很多说法.有人认为比较大的人流碰到障碍物会分散成比较小的人流,在逃生的出口处不会形成大拱形;也有人认为,是障碍物承受了行人流的压力.只要能理清现象背后的机制,就能在公共交通工具和大型活动会场的出口处适当地设置障碍物,以减轻拥塞的程度.

5 总 结

行人流是一个综合性前沿问题,不像复杂网络的同步问题比较单一.在本文中,主要将行人流模型和描述集群运动的 Vicsek 模型综合起来,描述了行人从屋内逃生的情景.得到了视野半径和逃生时间的关系.其实行人逃生并不是一个新课题.由于这是一个非常实际的问题,因此不断地被人们所研究.现在人群的恐慌问题日益受到人们的关注,人们迫切希望能减少因为突发事件而引起的恐慌事故.但是恐慌是一个人们的心理问题,要反映到模型中还有困难,因为目前人们并不知道有什么特征量可以描述人们心理的恐慌,还有在平时的实测中,人群出现的湍流甚至出现互相踩踏的事故,也未必就能说明人们心中就一定有恐慌.因此用什么特征量来描述行人的恐慌心理依旧是一个开放性命题.有鉴于此,本文对行人流进行建模,目前的重点还只是在于真实客观地描述.

对于行人流的描述,引用了 Vicsek 模型.在本文中没有过多地讨论这个模型的理论及其发展的领域,而是重点在于如何把这个模型应用到行人流中来.尤其是本文借鉴了视野半径这一思想,使得本文的工作有了意义.其实在行人流众多的模型当中,都各有所长.譬如离心力模型中,就提到了视野范围的问题,即行人一般只能估计前方的情况,两边顾及得就比较少,而后面就几乎不会去顾及;还有,就是速度相关问题,即人们一般不会去考虑别人远离的情况,只有在行人靠近时,才会去考虑该如何避免碰撞.这些都是非常好的思想,对今后该如何建立一个更加真实的行人流模型,都是有着指导意义的.只有能比较真实地描述行人流,才能通过模型去预见潜在的危象,为行人恐慌事故做出预案.

参考文献:

- [1] Wolf D E, Schreckenberg M, Bachem A. Traffic and granular flow[M]. Scientific: World Singapore 1996.
- [2] Helbing D, Herrmann H J, Schreckenberg M. Traffic and granular flow '99[M]. Berlin: Springer 2000.
- [3] Helbing D. Verkehrsdynamik[M]. Berlin: Springer, 1997.
- [4] Bando M, Hasebe K, Nakayama A, et al. Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation [J]. Phys Rev E, 1995, 51(2): 1035 - 1042.
- [5] Benjamin S C, Johnson N F, Hui P M. Cellular automata models of traffic flow along a highway containing a junction[J]. Phys A, 1996, 29(12): 3119 - 3127.
- [6] Schadschneider A, Schreckenberg M. Traffic flow models with 'slow-to-start' rules[J]. Phys, 1997, 509(7): 541 - 551.
- [7] Nagatani T. Bunching of cars in asymmetric exclusion models for freeway traffic[J]. Phys Rev E, 1995, 51(2): 922 - 928.
- [8] Helbing D. Gas-kinetic derivation of Navier-Stokes-like traffic equations[J]. Phys Rev E, 1996, 53(3): 2366 - 2381.
- [9] Nagatani T. Kinetic segregation in a multilane highway traffic flow[J]. Phys A, 1997, 237(1/2): 67 - 74.
- [10] Kerner B S, Konhauser P, Schilke M. Deterministic spontaneous appearance of traffic jams in slightly inhomogeneous traffic flow[J]. Phys Rev E, 1995, 51(6): 6243 - 6246.
- [11] Nagarani T, Nakanishi K. Delay effect on phase transition in traffic dynamics[J]. Phys Rev E, 1998, 57(6): 6415 - 6421.
- [12] Nagatani T, Nakanishi K, Emmerich H. Phase transition in a difference equation model of traffic flow[J]. Phys A, 1998, 31(24): 5431 - 5438.
- [13] Kerner B S, Rehborn H. Experimental features and characteristics of traffic jams[J]. Phys Rev E, 1996, 53(2): 1297 - 1300.
- [14] Helbing D, Molnar P. Social force model for pedestrian dynamics[J]. Phys Rev E, 1995, 51(5): 4282 - 4286.
- [15] Fukui M, Ishibashi Y. Self-organized phase transition in cellular automaton models for pedestrians[J]. Phys Soc Japan, 1999, 68(8): 2861 - 2863.
- [16] Henderson L F. The statistic of crowd fluids [J]. Nature, 1971, 229(5284): 381 - 383.
- [17] Muramatsu M, Nagatani T. Jamming transition of pedestrian traffic at a crossing with open boundaries [J]. Phys A, 2000, 286(1/2): 377 - 390.
- [18] Muramatsu M, Irie T, Nagatani T. Jamming transition in pedestrian counter flow[J]. Phys A, 1999, 276(3/

- 4): 487 – 498.
- [19] Muramastu M, Nagatani T. Jamming transition in two-dimensional pedestrian traffic[J]. Phys A, 2000, 275 (1/2): 281 – 291.
- [20] Yu W J, Chen R, Dong L Y, et al. Centrifugal force model for pedestrian dynamics[J]. Phys Rev E, 2005, 72(2): 026112.
- [21] Xia Y H, Wong S C, Shu C W. Dynamic continuum pedestrian flow model with memory effect[J]. Phys Rev E, 2009, 79(6): 066113.
- [22] Yanagisawa D, Nishinari K. Mean-field theory for pedestrian outflow through an exit[J]. Phys Rev E, 2007, 76(6): 061117.
- [23] Yanagisawa D, Kimura A, Tomoeda A, et al. Introduction of frictional and turning function for pedestrian outflow with and obstacle[J]. Phys Rev E, 2009, 80(3): 036110.
- [24] Helbing D. Derivation and empirical validation of a refined traffic flow mode[J]. Phys A, 1996, 233(1/2): 253 – 282.
- [25] Helbing D, Farkas I, Vicsek T. Simulating dynamic features of escape panic[J]. Nature, 2000, 407(6803): 487 – 490.
- [26] Helbing D. Traffic and related self-driven many-particle systems[J]. Rev Mod Phys, 2001, 73(4): 1067 – 1141.
- [27] Tajima Y, Nagatani T. Scaling behavior of crowd flow outside a hall[J]. Phys A, 2001, 292 (1/2/3/4): 545 – 554.
- [28] Yu W J, Johansson A. Modeling crowd turbulence by many-particle simulations[J]. Phys Rev E, 2007, 76 (4): 046105.
- [29] Nagayama A, Hasebe K, Sugiyama S. Effect of attractive interaction on instability of pedestrian flow in a two-dimensional optimal velocity mode[J]. Phys Rev E, 2008, 77(1): 016105.
- [30] Lohner R. On the modeling of pedestrian motion[J]. App Mod, 2010, 34(2): 366 – 382.
- [31] Weng W G, Chen T, Yuan H Y, et al. Cellular automaton simulation of pedestrian counter flow with different walk velocities[J]. Phys Rev E, 2006, 74(3): 036102.
- [32] Yu F Y, Song W G. Cellular automaton simulation of pedestrian counter flow considering the surrounding environment[J]. Phys Rev E, 2007, 75(4): 046112.
- [33] Kuang H, Li X L, Song T, et al. Analysis of pedestrian dynamics in counter flow via an extended lattice gas model[J]. Phys Rev E, 2008, 78(6): 066117.
- [34] Helbing D, Johansson A, Al-Abideen H Z. Dynamics of crowd disasters: an empirical study[J]. Phys Rev E, 2007, 75(4): 046109.
- [35] Johansson A. Constant-net-time headway as a key mechanism behind pedestrian flow dynamics[J]. Phys Rev E, 2009, 80(2): 026120.
- [36] Moussald M, Perozo N, Garnier S, et al. The walking behaviour of pedestrian social groups and its impact on crowd dynamics[J]. PLoS One, 2010, 5(4): e10047.
- [37] Eckhardt B, Ott E, Strogatz S H, et al. Modeling walker synchronization on the millennium bridge[J]. Phys Rev E, 2007, 75(2): 021110.
- [38] Huang H J, Guo R Y. Static floor field and exit choice for pedestrian evacuation in rooms with internal obstacles and multiple exits[J]. Phys Rev E, 2008, 78 (2): 021131.
- [39] Vicsek T, Czirók A, Ben-Jacob E, et al. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles [J]. Phys Rev Lett, 1995, 75(6): 1226 – 1229.
- [40] Mori M, Tsukaguchi H. A new method for evaluation of level of service in pedestrian facilities[J]. Trans Res, Part A, 1987, 21(3): 223 – 234.
- [41] Polus A, Schofer J L, Ushpiz A. Pedestrian flow and level of service [J]. Transp Eng, 1983, 109 (1): 46 – 56.
- [42] Yu W J, Johansson A. Modeling crowd turbulence by many particle simulation [J]. Phys Rev E, 2007, 76 (4): 046105.
- [43] Johansson A. Constant-net0time headway as a key mechanism behind pedestrian flow dynamics[J]. Phys Rev E, 2009, 80(2): 026102.