

文章编号:1007-6735(2013)04-0325-04

规范场理论的扩展研究——A 场→B 场→C 场

奚 宁

(上海理工大学 管理学院,上海 200093)

摘要: 当今的研究已经证明复杂系统的复杂性主要来自于元素之间的相互作用. 在自然科学的研究中,刻画相互作用最成功的方法是物理学中的规范场理论. 基于此,回顾了规范场理论发展中 3 篇具有里程碑意义的论文,展示了规范场理论的发展过程. 并以电磁场为例,从系统科学的角度说明规范场理论如何刻画相互作用. 之后,在上述论述的基础上,得出一个推论:规范场理论可以扩展到非物理系统,并且总结出应用规范场理论应该具备的 4 个要件.

关键词: 相互作用; 规范场; 规范变换; 守恒量; 作用量

中图分类号: N 94 **文献标志码:** A

Extended Researches on Gauge Field Theory ——A Field→B Field→C Field

Xi Ning

(Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: Recent researches have shown that the complexity of complex systems mainly comes from the interaction between elements. In natural sciences, the gauge field theory in physics is one of the most successful frameworks which formulate the interaction. Three classic papers on gauge field theory were reviewed and the development of gauge field theory was introduced. Taking the electromagnetic field as an example, it was illustrated how the gauge field theory formulates the interaction. Then based on the above discussion, it is concluded that the gauge field theory can be applied to non-physical systems. Four necessary conditions which the application of gauge field theory requires were summarized.

Key words: *interaction; gauge field; gauge transformation; conserved quantity; action*

当今的研究已经证明复杂系统的复杂性主要来自于相互作用. 例如,人类与黑猩猩基因组的 DNA 序列相似程度高达 99%^[1],由此可以推知,人类与黑猩猩在生理与行为上的显著差异并非来自于基

因,而是来自于基因之间的相互作用. 所以,刻画了相互作用就相当于理解了复杂系统. 在自然科学的研究中,刻画相互作用最成功的方法是粒子物理中的规范场理论. 现在,它已经被公认为是 20 世纪物

收稿日期: 2013-06-15

基金项目: 上海市一流学科(系统科学)建设资助项目(XTKX2012)

第一作者: 奚 宁(1979-),男,讲师. 研究方向: 系统科学. E-mail: nxi@usst.edu.cn

理学最重要的成就之一,其核心思想可以用杨振宁的一句话来概括,即“对称性支配相互作用”^[2].

规范场理论的研究始于1918年韦尔的论文“万有引力和电”^[3],其开创性的思想吸引了很多著名的物理学家,如泡利、杨振宁、温伯格等,他们在规范场理论的发展过程中作出了重要贡献.现在,物理学家们一致认为规范场理论将是最终解决4种作用力(即引力、电磁作用、强作用、弱作用)统一问题的最有希望的理论范式.

在规范场理论的发展史中,有3篇具有里程碑意义的论文,即1918年韦尔的“万有引力和电”^[3]、1929年韦尔的“电子与万有引力”^[4]和1954年杨振宁与米尔斯的“同位旋守恒和同位旋规范不变性”^[5].本文首先回顾这3篇经典论文,展示规范场理论的发展过程;然后以电磁场为例,从系统科学的角度阐述规范场理论是如何刻画电子之间的相互作用的;之后,尝试抽象规范场理论的建模思想,并将其推广到非物理系统中.最后,总结出应用规范场理论所需的要件.在一个非物理系统中,一旦找到这些要件,就可以应用规范场理论刻画系统元素之间的相互作用,进而理解支配系统演化的动力学规律.根据现有可相关研究结果^[6],预计规范场理论的使用将会给系统科学研究带来前所未有的新发现.

1 经典论文

20世纪初是物理学发展的黄金时期,相对论和量子力学的出现极大地激发了物理学家的研究热情.1918年韦尔为了统一引力与电磁作用,完成了论文“万有引力和电”^[3].在这篇论文中,韦尔有两个创造性的贡献,一是最先将无限小平行位移的概念应用到物理学研究,二是应用了规范不变性思想,从而建立了规范场理论.不幸的是,在这篇论文中,韦尔错将长度变换认作规范变换,这导致理论结果与实验观测严重背离.但是,这个错误并不能掩盖韦尔这套思维的巧妙.爱因斯坦在指出韦尔错误的同时,也肯定了这篇文章的创造性.

随着量子力学的飞速发展,物理学家们逐渐发现韦尔错误的原因.1929年韦尔综合这些观点完成了一篇新的论文“电子与万有引力”^[4].在这篇论文中,他用相位规范不变性代替长度规范不变性.结果发现,在相位规范变换下的不变性要求引入一个新的量 A_μ ,即规范场.如果将韦尔的这套规范场理论与麦克斯韦的电磁场理论相对照的话,不难发现这

个 A 场就是电磁场理论中的电磁势,正是由它刻画了电子之间的相互作用.

韦尔在规范场理论方面的工作并没能实现他统一引力与电磁作用的愿望,因而没有受到物理学家的足够重视.这种情况一直到杨振宁与米尔斯的论文发表才发生转变.1954年为了刻画核子之间相互作用,杨振宁与米尔斯完成了他们的论文“同位旋守恒和同位旋规范不变性”^[5].在这篇论文中,他们找到了同位旋这个物理量,与韦尔的工作类似,他们发现在同位旋规范变换下的不变性要求引入一个规范场,他们称之为 B_μ ,它刻画了核子之间的相互作用.之后,杨振宁与米尔斯利用 B 场的具体性质最终确定了 B 场的方程.杨振宁与米尔斯的工作揭示了规范场理论背后深刻的物理学含义,使物理学家们意识到规范场理论是研究微观粒子相互作用的理想范式.同时,也指出了寻找规范变换的方法,即通过守恒量寻找.之后,格拉肖、温伯格和萨拉姆应用规范场理论给出了弱电统一形式^[7-9].目前,规范场理论被认为是最终解决4种作用力统一问题的最有希望的理论范式.

2 电磁作用的规范场理论

现以电磁场为例,从系统科学的角度展示规范场理论如何刻画电子之间的相互作用^[10-11].

物理学已经将自由电子的运动研究得非常透彻,其运动规律用作用量 L 描述.

$$L = -\bar{\psi}(x)(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi(x) \quad (1)$$

式中, γ_μ 为常数矩阵; ∂_μ 为 $\partial/\partial x^\mu$ 的记号; m 为自由电子的质量; $\psi(x)$ 为自由电子的波函数.

由量子力学理论可知,波函数 $\psi(x)$ 是不可观测测量,而 $|\psi(x)|^2$ 是几率,才是可观测量.因而,将所有位置的相位改变相同的角度,即作变换

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i\alpha}\psi(x) \quad (2)$$

作用量应该保持不变,即 $L' = L$.由于变换中的 α 是对全时空都相同的常量,所以,这类变换被称为整体规范变换,相应的不变性被称为整体规范不变性(也称全局对称性).应用Noether定理,由这种不变性可以导出

$$\partial_\mu j_\mu(x) = 0 \quad (3)$$

式中, $j_\mu(x)$ 为电流强度.

方程(3)意味着电荷守恒.通过上面的分析可知,整体规范不变性对应着守恒量;反过来,守恒量也对应着整体规范不变性.现将整体规范变换进行

扩展,将不同位置的相位改变不同的角度,即作变换

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i\alpha(x)} \psi(x) \quad (4)$$

此时, $\alpha(x)$ 不再是常量,而是位置的函数. 这类变换被称为定域规范变换. 基于与上面相同的理由,作用量也应该具有不变性. 然而,与预期相反,在定域规范变换后得到的作用量 L' 却不等于原来的作用量 L ,即自由电子的作用量式(1)在形如式(4)的定域规范变换下不具有不变性. 这只能有一种解释:电子之间存在相互作用,必须将相互作用引入到自由电子的作用量中,才能得到正确描述系统中电子运动的作用量. 为了刻画相互作用,需要引入规范场 A_μ , 它的规范变换为 $A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha(x)$. e 为电子电荷. 电子之间的相互作用是通过电磁场来实现的. 使用 A_μ 可以得到电子与电磁场之间的相互作用 $ie\bar{\psi}(x) \gamma_\mu A_\mu \psi(x)$, 同时将电磁场的作用量 $-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ (其中,电磁场强 $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$) 也补充到自由电子的作用量中,就得到了描述系统中电子运动的完整作用量

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \bar{\psi}(x) (\gamma_\mu \partial_\mu + m) \psi(x) + ie\bar{\psi} \gamma_\mu A_\mu \psi(x) \quad (5)$$

它在形如式(4)的定域规范变换下具有不变性,可称这种不变性为定域规范不变性(也称局部对称性).

3 非物理系统的规范场理论

电荷守恒意味着相位整体规范不变性,当扩展到相位定域规范不变性时就引入了韦尔的A场,它刻画了电子之间的相互作用. 类似地,同位旋守恒意味着同位旋整体规范不变性,当扩展到同位旋定域规范不变性时就引入了杨振宁等的B场,它刻画了核子之间的相互作用. 目前,规范场理论已经成为刻画基本粒子之间相互作用的标准模型.

规范场理论在物理学中取得了巨大成功. 是否可以借用它的思想来研究非物理系统中元素之间的相互作用呢? 若要实现这一想法,必须先将规范场理论从物理学的背景下抽象出来. 幸运的是,数学家们已经完成了相关工作. 他们证明了下面的定理^[12]: 形如 $L = L(\psi(x), \partial\psi(x)/\partial x^\mu)$ 的描述元素演化的作用量,如果在整体规范变换 $\psi(x) \rightarrow g\psi(x)$ 下具有不变性,则要求它在定域规范变换 $\psi(x) \rightarrow g(x)\psi(x)$ 下也具有不变性时将发生下述改变:

a. 引入新的余向量场 C_μ , 它的规范变换为

$$C_\mu \rightarrow g(x) C_\mu g(x)^{-1} - \frac{\partial g(x)}{\partial x^\mu} g^{-1}(x)$$

b. 原来的作用量变为

$$\tilde{L}\left(\psi(x), \frac{\partial\psi(x)}{\partial x^\mu}, C_\mu\right) = L(\psi(x), \nabla_\mu \psi)$$

式中, g 是常量; $g(x)$ 是函数; $\nabla_\mu \psi(x) = \partial\psi(x)/\partial x^\mu + C_\mu \psi(x)$.

c. 新的作用量应有形式

$$L(\psi, \nabla_\mu \psi(x)) + L_2\left(C_\mu, \frac{\partial C_\mu}{\partial x^\mu}\right)$$

式中, $L_2(C_\mu, \partial C_\mu/\partial x^\mu)$ 为标量,并且在定域规范变换下不变.

在这个定理中,新引入的余向量场 C_μ 就是规范场理论中的规范场. 将新的作用量与原来的作用量进行比较,可以发现新作用量中增添了两项: $L_2(C_\mu, \partial C_\mu/\partial x^\mu)$ 和含有 $C_\mu \psi(x)$ 的项. 因为,定理脱离了具体系统,它们的含义很抽象. 为了理解它们的含义,可以对照上文中电磁场的例子. 通过对照很容易发现, $L_2(C_\mu, \partial C_\mu/\partial x^\mu)$ 对应到电磁场理论中电磁场的作用量 $-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}$, 而含有 $C_\mu \psi(x)$ 的项则

对应到电子与电磁场之间的相互作用 $ie\bar{\psi}(x) \gamma_\mu A_\mu \psi(x)$. 可见,新增的两项都与相互作用有关. 而这两项都是由规范场 C_μ 构造而成的. 所以,规范场刻画了相互作用.

有了定理的保证,就可以使用规范场理论的思想研究非物理系统. 可以将非物理系统中的规范场称为C场.

4 应用规范场理论的要件

并非所有非物理系统都能使用规范场理论来研究. 应用规范场理论必须满足一定的条件,可将其总结成4个要件:

a. 守恒量. 应用规范场理论首先要求系统具有整体规范不变性. 之后再由局部性原则出发扩展到定域规范不变性. 由电磁场的例子可以看出,整体规范不变性与守恒量是相互对应的. 如果一个系统具有守恒量,则它一定具有整体规范不变性.

b. 定域规范变换. 每一个规范场都对应一个定域规范变换,所以,如果非物理系统可以使用规范场理论进行研究,则一定存在定域规范变换. 客观规律具有定域规范变换下的不变性. 通过这一原则,可以

推知规范场的重要性质.

c. 作用量. 所有系统都由元素和元素之间的相互作用组成. 研究一个系统的演化规律, 首先要研究单个元素的演化, 之后再研究相互作用. 规范场理论是研究相互作用的理论. 在应用规范场理论之前, 必须清楚单个元素的演化规律, 即知道单个元素的作用量, 再在作用量的基础上要求定域规范不变性, 从而引入规范场 C , 刻画元素之间的相互作用.

d. C 场的具体性质. 定域规范不变性将引入规范场 C , 同时还将给出 C 场在定域规范变换下的形式, 但是, 并不能给出 C 场的完整数学形式. 在不同系统中, 元素之间的相互作用存在差异. 因而, 刻画相互作用的 C 场也必然拥有不同的性质. 只有补充这些性质, 才能最终确定 C 场的数学形式.

5 结 论

探讨了一个重要问题: 规范场理论是否能够用来研究非物理系统中元素之间的相互作用. 首先回顾了规范场理论发展中 3 篇具有里程碑意义的论文, 展示了规范场理论的发展过程, 并以电磁场为例, 从系统科学的角度说明规范场理论如何刻画相互作用. 之后, 在上述论述的基础上, 得出一个推论: 规范场理论可以扩展到非物理系统, 并且总结出应用规范场理论应该具备的 4 个要件: 守恒量、定域规范变换、作用量和 C 场的具体性质. 如果一个系统同时满足 4 个要件, 就可以应用规范场理论唯一确定相互作用, 即 C 场的数学形式.

规范场理论改变了传统的科学研究过程, 将“实验→场方程→对称性”的过程转变为“对称性→场方程→实验”的过程.

参考文献:

- [1] Culotta E. Chimp genome catalogs differences with humans[J]. Science, 2005, 309(5740): 1468 - 1469.
- [2] Yang C N. Einstein's impact on theoretical physics [J]. Physics Today, 1980, 33(6): 42 - 44.
- [3] Weyl H. Gravitation and electricity [M] // The Dawning of Gauge Theory. Princeton: Princeton University Press, 1997.
- [4] Weyl H. Electron and gravitation[M] // The Dawning of Gauge Theory. Princeton: Princeton University Press, 1997.
- [5] Yang C N, Mills R L. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance[J]. Physical Review, 1954, 96(1): 191 - 195.
- [6] 黄吉平. 复杂系统中基于场与结构耦合效应的一些涌现特性及其物理机制[J]. 上海理工大学学报, 2011, 33(5): 418 - 424.
- [7] Glashow S L. Partial-symmetries of weak interactions [J]. Nuclear Physics, 1961, 22(4): 579 - 588.
- [8] Weinberg S. A Model of leptons[J]. Physical Review Letters, 1967, 19(21): 1264 - 1266.
- [9] Salam A. Weak and electromagnetic interactions[M] // Elementary Particle Physics: Relativistic Groups and Analyticity. Stockholm: Almqvist and Wiksell, 1968: 367.
- [10] 戴元本. 相互作用的规范理论[M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 2005.
- [11] 李华钟. 规范场理论和金融市场模型[J]. 物理, 2006, 35(9): 740 - 749.
- [12] 杜布洛文, 诺维可夫, 福明柯. 现代几何学: 方法与应用 (第一卷)[M]. 许明, 译. 北京: 高等教育出版社, 2006.

(编辑: 石 瑛)