

文章编号:1007-6735(2013)05-0479-05

换热网络优化影响因素分析及局部最优解的跳出策略

胡 沛, 崔国民

(上海理工大学 能源与动力工程学院, 上海 200093)

摘要: 在换热网络分级超结构的基础上提出了换热网络优化数学模型, 对其用惩罚函数法去约束后通过算例分析其非线性, 明确了优化起始点冷热流体的匹配方式以及换热器的面积是影响求解效果与效率的两个关键因素. 同时提出了一种基于蒙特卡罗法结合多起点面积法的局部最优解跳出策略, 并用算例验证表明, 该策略能有效地跳出局部最优解, 得到全局最优解.

关键词: 换热网络; 优化; 影响因素; 局部最优解

中图分类号: TK 124 **文献标志码:** A

Analysis on Influencial Factors in Heat Exchanger Network Optimization and the Strategy for Jumping out of Local Optimal Solution

HU Pei, CUI Guo-ming

(School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: A mathematical model for heat exchanger network optimization was established based on the stage-wise superstructure. By analyzing the serious nonlinearity of the model, it is shown that two key factors, namely, the matching mode and the exchanger area, have a strong impact on calculation efficiency and accuracy. Moreover, the heat exchanger network optimization problem belongs to the mixed integer non-linear programming problem, so, it is easy to fall into the local solution in optimization process. In order to relieve this limitation in the synthesis of heat exchanger networks, a novel approach which combines initial multi-point method with Monte Carlo method was presented. Effectively jumping out of the local solution to obtain global optimal solution by using this approach was validated by numerical examples.

Key words: heat exchanger networks; optimization; influence factors; local optimal solution

收稿日期: 2012-12-26

基金项目: 上海市人才发展基金资助项目(2009022); 教育部博士点基金资助项目(200802520007); 国家自然科学基金资助项目(51176125)

第一作者: 胡 沛(1989-), 女, 硕士研究生. 研究方向: 换热网络优化. E-mail: hupei89@163.com

通讯作者: 崔国民(1969-), 男, 教授. 研究方向: 过程系统及能量综合利用. E-mail: cgm1226@163.com

换热网络在许多工业过程中有广泛的应用,换热网络的效率在很大程度上制约了整个生产过程中的用能效率.对于多股冷流体与多股热流体换热的大型换热网络来说,冷热流股匹配方式不同的换热网络之间所需的总投资费用也会有很大的差异,因此需要对换热网络进行优化.经过多年对换热网络优化综合问题的研究,目前总共有三大类方法可对换热网络进行优化:试探法、夹点法及数学规划法^[1].试探法是在经验的基础上进行,方法的收敛与否完全取决于所用经验选择规则的性质和有效性,此法不能解决复杂的换热网络的优化问题.以夹点法为代表的热力学优化方法虽然获得了广泛应用,但由于夹点温度的使用,使该方法无法得到换热网络优化问题的全局最优解^[2].数学规划法可用于解决具有大量变量和多种反馈的问题,适合工业系统的网络设计,可求出经验规则无法求出的优化网络^[3].因此通过对数学规划法中优化方法的改进,更可能求出优于其它方法的解.

1 换热网络结构和初始面积对优化的影响

1.1 换热网络超结构

以一个3股热流体H和2股冷流体C进行换热的换热网络为例,无分流的换热网络超结构如图1所示^[2-3].

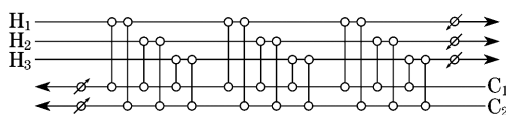


图1 无分流换热网络超结构

Fig.1 Heat exchanger network superstructure without splitting

若换热网络由 N_H 股热流体和 N_C 股冷流体组成,则该换热网络的最高级数 $J_{\max} = \max(N_H, N_C)$,换热网络中换热器的最大台数 $N_{\max} = N_H N_C J_{\max}$.因此第 i 股热流体与第 j 股冷流体换热的第 k 级换热器在该换热网络中的序号 $I(i, j, k) = N_H N_C k + N_C(i-1) + j$,其中 $k \in \{1, 2, \dots, J_{\max}\}$, $i \in \{1, 2, \dots, N_H\}$, $j \in \{1, 2, \dots, N_C\}$.

1.2 换热网络数学模型

对于一个 N_H 股热流体和 N_C 股冷流体换热的换热网络,优化的目的是在各流股的出口温度达到目标温度的条件下,确定各流股的匹配以及换热单元的面积,使换热网络的年综合费用最少.

建立换热网络优化问题的数学模型

$$\begin{aligned} \min Z = & Z_{UC} + Z_{UH} + F = \sum_{i=1}^{N_H} E_{UC,i} Q_{UC,i} + \\ & \sum_{i=1}^{N_C} E_{UH,i} Q_{UH,i} + \left(\sum_{i=1}^{N_H} \sum_{j=1}^{N_C} \sum_{k=1}^{J_{\max}} E_F V_{i,j,k} + \right. \\ & \sum_{i=1}^{N_H} E_F V_{UC,i} + \sum_{i=1}^{N_C} E_F V_{UH,i} + \sum_{i=1}^{N_H} \sum_{j=1}^{N_C} \sum_{k=1}^{J_{\max}} E_{i,j,k} \\ & \left. A_{i,j,k}^b + \sum_{i=1}^{N_H} E_{H,i} A_{UH,i}^{b_H} + \sum_{i=1}^{N_C} E_{C,i} A_{UC,i}^{b_C} \right) \end{aligned}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{j=1}^{N_C} \sum_{k=1}^{J_{\max}} Q_{i,j,k} + Q_{UC,i} = q_{m,i} c_{p,i} (t_{H,in,i} - t_{H,out,i}) \\ \sum_{i=1}^{N_H} \sum_{k=1}^{J_{\max}} Q_{i,j,k} + Q_{UH,j} = q_{m,j} c_{p,j} (t_{C,out,j} - t_{C,in,j}) \\ Q_{i,j,k} = k A_{i,j,k} \Delta t_{i,j,k,H} = k A_{j,i,k} \Delta t_{i,j,k,C} \\ \Delta t_{i,j,k,H} \geq \Delta t_{\min}, \Delta t_{i,j,k,C} \geq \Delta t_{\min} \\ \Delta t_{i,j,k,H} \leq \Delta t_{\min}, \Delta t_{i,j,k,C} \leq \Delta t_{\min} \\ t_{i,H} \leq t_{H,in,i}, t_{i,C} \geq t_{C,in,i} \\ t_{j,C} \leq t_{C,out,j}, t_{j,H} \geq t_{C,in,j} \\ V_{i,j,k}, V_{UH,i}, V_{UC,i} \in \{0, 1\} \end{cases}$$

式中, Z 为费用; E 为费用系数; Q 为换热量; V 为存在状态函数; A 为换热单元面积; b 为面积费用指数; q_m 为流股质量流量; c_p 为比定压热容; t 为温度; k 为换热器传热系数; F 为换热器本身的固定投资费用; UH 、 UC 为热公用工程和冷公用工程.

1.3 初始结构和面积对换热网络优化的影响

换热网络的优化问题是一个有约束的混合整数非线性规划问题,不便于直接求解,因此在用牛顿法等数学规划法求解前,需用惩罚函数法将有约束问题转化成无约束问题.

惩罚函数法中构造的辅助函数为

$$Z' = Z_{UH} + Z_{UC} + F + \sigma P(x)$$

式中, σ 为一个自选很大的正数.

$$\begin{aligned} P(x) = & \max\{0, (t_{i,H} - t_{H,in,i})\} + \max\{0, (t_{C,in,i} - t_{i,C})\} + \max\{0, (t_{j,C} - t_{C,out,j})\} + \\ & \max\{0, (t_{C,in,j} - t_{j,H})\} + \max\{0, (\Delta t_{\min} - \Delta t_{i,j,k,H})\} + \max\{0, (\Delta t_{\min} - \Delta t_{i,j,k,C})\} \end{aligned}$$

用一维搜索法结合牛顿法,求解以辅助函数为新的目标函数的数学问题能迅速收敛,寻求到最优解.但是由于换热网络优化问题中严重的非线性,往往在优化过程中会陷于局部最优解.且优化的初始点的参数不同,得到的局部最优解也不同^[4].

以文献[5]中的算例为算例1,说明起始点参数

的选择对优化结果的影响.

算例 1 中的换热网络由 5 股冷流体与 5 股热流体换热,流股参数如表 1 所示.其中加热器的传热系数 k_1 为 $1.2\text{ kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$,冷却器的传热系数 k_2 为 $0.8\text{ kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$.换热器的面积费用计算式为 $1\,200\text{ A}^{0.6}$ 美元/年,单个换热器固定投资费用为 $8\,600$ 美元/年.

以结构数列 $V_I = \{V_1, V_2, \dots, V_{I(i,j,k)}, \dots, V_{I(N_H, N_C, J_{\max})}\} (V_{I(i,j,k)} \in \{0,1\})$ 表示换热网络中所有换热单元的有无状态. $V_{I(i,j,k)} = 0$ 表示该换热网络中序号为 $I(i,j,k)$ 的换热器不存在, $V_{I(i,j,k)} = 1$ 表示该换热网络中序号为 $I(i,j,k)$ 的换热器存在.

以不同的结构数列 V_I 对应的换热网络结构作为初始优化结构优化同一个算例往往得到的是不同的局部最优解.如图 2 所示,图 2(a)表示换热网络结构的结构数列 V_I 中, $V_1 \sim V_{125}$ 中除了 $V_8, V_{15}, V_{17}, V_{24}, V_{28}, V_{41}$ 等于 1 以外,其余均为 0.图 2(b)所示换热网络结构的结构数列 V_I 中, $V_1 \sim V_{125}$ 中除了 $V_4, V_7, V_{15}, V_{18}, V_{21}$ 等于 1 以外,其余均为 0.当用图 2(a)所示结构作为初始优化结构时,以 30 m^2 作为初始优化面积,计算算例 1 得到的局部最

表 1 算例 1 流股参数
Tab.1 Stream data of the case1

流股	$t_{\text{in}}/\text{℃}$	$t_{\text{out}}/\text{℃}$	$q_m c_p/(\text{kW} \cdot \text{℃}^{-1})$	$E/(\text{\$} \cdot \text{kW}^{-1} \text{a}^{-1})$
H ₁	160	93	8.79	
H ₂	249	138	10.55	
H ₃	227	66	14.77	
H ₄	271	149	12.56	
H ₅	199	66	17.73	
C ₁	60	160	7.62	
C ₂	116	222	6.08	
C ₃	38	221	8.44	
C ₄	82	177	17.28	
C ₅	93	205	13.90	
HU	236	236		38
CU	38	82	42.66	20

优解如图 2(a)所示,总费用为 $202\,882$ 美元/年,其中固定投资费用为 $86\,000$ 美元/年.当用图 2(b)所示结构作为初始优化结构时,同样以 30 m^2 作为初始优化面积,计算算例 1 得到的局部最优解如图 2(b)所示,总费用为 $242\,442$ 美元/年,其中固定投资费用为 $77\,400$ 美元/年.因此可知结构数列 V_I 是影响换热网络能否找到全局最优解的重要因素.

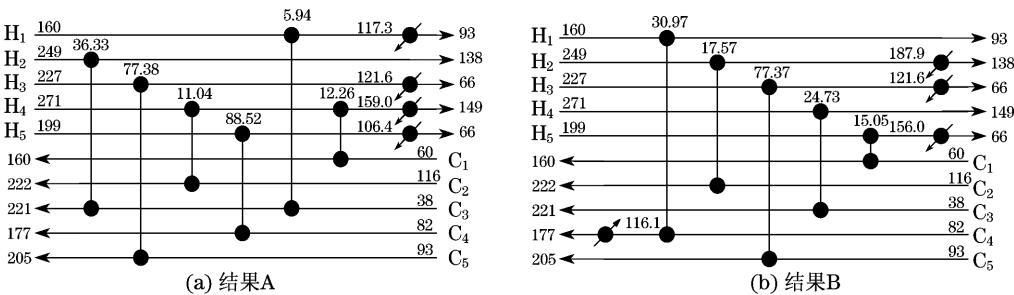


图 2 优化结果 A 与 B
Fig.2 Optimized result A and B of case

当以相同结构数列的换热网络结构作为初始结构优化时,优化初始面积数列 $A_I = \{A_1, A_2, \dots, A_{I(i,j,k)}, \dots, A_{I(N_H, N_C, J_{\max})}\}$ 不同时,也往往会得到不同的最优解.如图 3 所示(见下页),优化的初始结构的结构数列 V_I 相同, $V_1 \sim V_{125}$ 中除了 $V_8, V_{20}, V_{28}, V_{40}, V_{42}, V_{49}, V_{66}$ 等于 1 以外,其余均为 0,但优化初始面积数列不同.图 3(a)中的最优解的优化初始面积数列中, $V_{I(i,j,k)} = 1$ 时对应的 $A_{I(i,j,k)} = 100$, $V_{I(i,j,k)} = 0$ 时对应的 $A_{I(i,j,k)} = 0$,优化后得到的总费用为 $196\,105$ 美元/年,其中固定投资费用为 $86\,000$ 美元/年.图 3(b)中的最优解的优化初始面积数列中, $V_{I(i,j,k)} = 1$ 时对应的 $A_{I(i,j,k)} = 30$, $V_{I(i,j,k)} = 0$ 时对应的 $A_{I(i,j,k)} = 0$,优化后得到的总

费用为 $196\,573$ 美元/年,其中固定投资费用为 $8\,600$ 美元/年.优化初始面积不同,得到的最优解也不用,因此优化初始面积数列 A_I 同样也是影响换热网络能否找到全局最优解的重要因素.

由于整型变量的存在,换热网络优化问题的非线性变得非常严重.换热器台数的不确定,冷热流体匹配顺序的不确定以及冷热公用工程是否存在的不确定都使问题变得更加复杂.通过算例 1 可以看出,换热网络优化问题中存在着大量的局部最优解,由于其非线性,在求解过程中往往容易陷入局部最优解从而得不到全局最优解.因此,为了顺利求得该问题的全局最优解,必须寻求一种可行的对局部最优解的跳出策略.

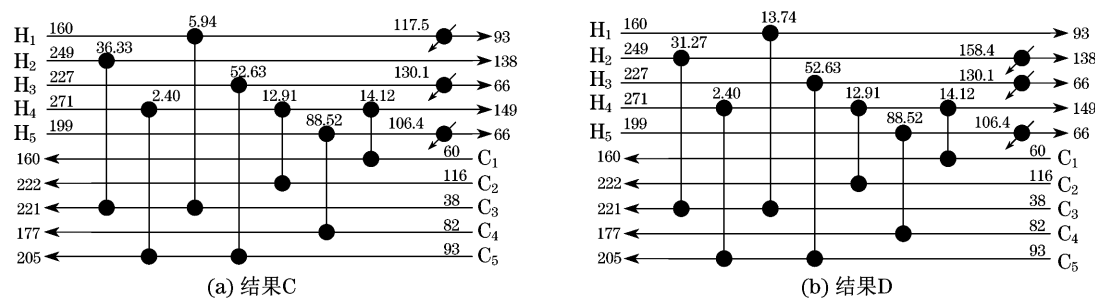


图3 优化结果 C 与 D

Fig.3 Optimized result C and D of case

2 蒙特卡罗多起点优化方法

通过对算例1的多个局部最优解的求解过程分析,可知影响能否最终求得换热网络优化问题全局最优解的重要因素有两个,一个是换热网络优化初始结构数列 V_I 的选取,另一个则是结构数列确定后的优化初始面积数列 A_I 的选取。

2.1 确定初始结构数列

蒙特卡罗法是一种具有全局搜索能力的随机性方法,可利用计算机产生的随机数,进行统计模拟或抽样来解决许多其它确定性算法解决不了的数学问题.蒙特卡罗法应用于换热网络优化问题可以有效地避免陷入局部最优解.换热网络中冷热流股匹配是一个概率模型,因此可以用蒙特卡罗法确定冷热流股匹配的方式和顺序,从而确定换热网络优化的初始结构数列 V_I 。

在换热网络中,既要确保所有的流股均参与换热,又要避免出现换热回路,因此需要确定换热系统中理论最小匹配单元数 $U_{\min} = M + L - S$,其中 $U_{\min}$ 作为单元数目包括了加热器和冷却器,式中, M 为包括公用工程的物流数目; L 为换热网络中的回路数目; S 为系统中独立子网络数^[5].在通常情况下,要避免额外的单元,必须设法使 $L = 0$.此外,除非特殊情况在物流数据集中不存在子集同,通常 $S = 1$.因此换热网络中的最小单元数为 $U_{\min} = M - 1$ 。

因此,可设换热网络中换热器台数为

$$N = U_{\min} + \delta = N_H + N_C + 2 - 1 + \delta = N_H + N_C + 1 + \delta$$

式中, δ 为大于或等于 0 的整数,因此, N 满足 $N \geq U_{\min}$ 。

根据设定的 N 及换热网络超结构中的 $N_{\max}$,可得到换热网络中某换热器是否存在的概率模型为

$$P(X = i) = \frac{N}{N_{\max}} = \frac{\max(N_H, N_C) + \delta}{N_H N_C J_{\max}}$$

$$i \in \{1, 2, \dots, N_{\max}\}, P \in (0, 1)$$

对第 i 号换热器进行抽样,生成随机数 χ_i , χ 服从 $(0, 1)$ 区间均匀分布,即 $\chi \sim U(0, 1)$.若 $\chi_i < P(X = i)$,即令 $V_i = 0$,即第 i 号换热器不存在.反之若 $\chi_i \geq P(X = i)$,则令 $V_i = 1$,即第 i 号换热器存在.依次确定第 1 号换热器到第 $N_{\max}$ 号换热器的存在状态后,可以生成换热网络的结构序列 $V_I = \{V_1, V_2, \dots, V_i, \dots, V_{N_{\max}}\}$.再对其进行判定,若有未参与换热的换热器或出现换热回路则重新抽样。

2.2 确定优化初始面积数列

在确定了结构序列 V_I 后,可用随机性方法确定优化初始面积数列 A_I .初始面积范围边界值为 $a_{\max}$,则优化问题的初始面积范围确定为 $\{a_{\max}, a_{\max}, \dots, a_{\max}\}$.生成随机数组 $\eta = \{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_i, \dots, \eta_{N_{\max}}\}$,其中 η_i 服从 $(0, 1)$ 区间均匀分布,即 $\eta_i \sim U(0, 1)$.再令当 $V_i = 0$ 时, $\eta_i = 0$,得到优化初始面积数列 $A_I = \{a_{\max} \eta_1, a_{\max} \eta_2, \dots, a_{\max} \eta_i, \dots, a_{\max} \eta_{N_{\max}}\}$ 。

在确定了换热网络的 V_I 和 A_I 后,能得到一个确定的换热网络初始结构,即为多起点网络中的一个结点,以该结构为起始点用一维搜索法结合牛顿法优化该结构,则能得到一个局部最优解.用蒙特卡罗法结合多起点法能以网格状在求解域内寻求全局最优解,因此这种优化方法比传统的单程优化更容易跳出局部最优解,找到全局最优解。

3 优化方法应用实例

用以上提出的优化方法优化算例1,用蒙特卡罗法抽样 10 万个结构数列和 10 万个初始面积结构,得到的最小年综合费用为 196 105 美元/年,比文献^[5]中的年综合费用 197 728 美元/年低 1 623 美元/年,优化得到的换热网络结构以及其参数如图 4 所示。

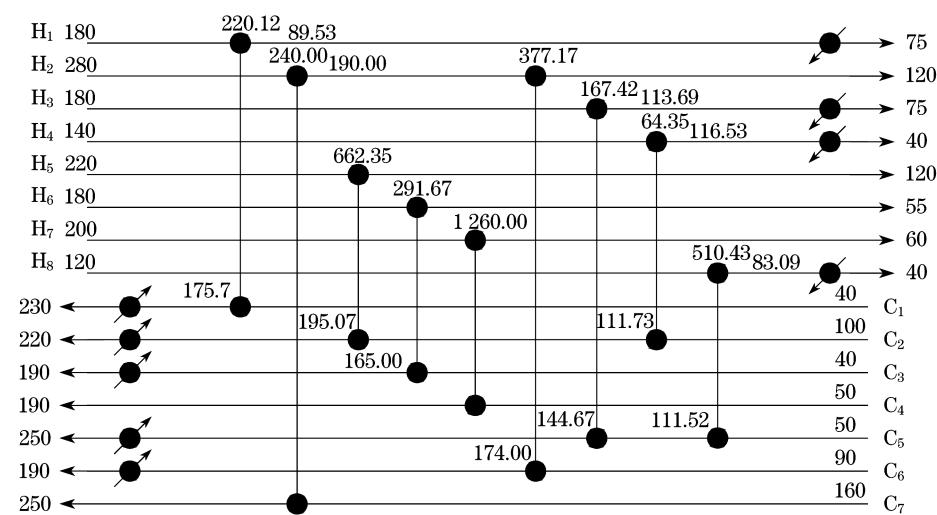


图 4 算例 2 换热网络优化结果
Fig.4 Optimized result of the case 2

用文献[6]中的算例为算例 2,进一步检验上文的局部最优解的跳出策略的可靠性和有效性.

算例 2 中的换热网络由 7 股冷流体与 8 股热流体换热,流股参数如表 2 所示.换热器的面积费用计算式为 $500 A^{0.75}$ 美元/年,单个换热器固定投资费用为 8 000 美元/年.冷热公用工程年价格分别为 10 美元/年和 80 美元/年.

表 2 算例 2 流股参数
Tab.2 Stream data of the case 2

流股	$t_{in}/^{\circ}\text{C}$	$t_{out}/^{\circ}\text{C}$	$k/(\text{kW}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}\cdot\text{m}^{-2})$	$q_m c_p/(\text{kW}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1})$
H ₁	180	75	2.0	30
H ₂	280	120	1.0	60
H ₃	180	75	2.0	30
H ₄	140	40	1.0	30
H ₅	220	120	1.0	50
H ₆	180	55	2.0	35
H ₇	200	60	0.4	30
H ₈	120	40	0.5	100
C ₁	40	230	1.0	20
C ₂	100	220	1.0	60
C ₃	40	190	2.0	35
C ₄	50	190	2.0	30
C ₅	50	250	2.0	60
C ₆	90	190	1.0	50
C ₇	160	250	3.0	60
HU	325	325	1.0	
CU	25	40	2.0	

用蒙特卡罗法抽样 10 万个结构数列和 10 万个初始面积结构,得到的最小年综合费用为 1 564 543 美元/年,比文献[5]中的年综合费用 1 599 229 美元/年低 34 686 美元/年.

4 结 论

分析了初始结构和初始面积对换热网络优化问题的影响.由于问题非线性严重,优化过程中往往容易陷入局部最优解而得不到全局最优解.对此本文提出了一种基于蒙特卡罗法与多起点法的局部最优解的跳出策略,通过实例检验表明,该跳出策略能有效地跳出局部最优解,合适地选择初始结构的抽样次数、初始面积的抽样次数以及初始面积范围的大小则能求得全局最优解.

参考文献:

[1] 高维平. 换热网络优化节能技术[M]. 北京: 中国石化出版社, 2004.

[2] Linnhoff B, Hindmarsh E. The pinch design method for heat exchanger networks[J]. Chem Eng Sci, 1983, 38 (5): 745 - 762.

[3] 袁希钢. 混合整数非线性规划与化学工程系统最优化设计: 换热器网络的最优合成[J]. 化工学报, 1991, 42 (1): 40 - 46.

[4] Yee T F, Grossmann I E. Simultaneous optimization models for heat integration[J]. Comput Chem Eng, 1990, 14(10): 1165 - 1184.

[5] Papoulias S A, Grossmann I E. A structural optimization approach in process synthesis[J]. Comput Chem Eng, 1983, 7(6): 707 - 721.

[6] Bjork K, Nordman R. Solving large-scale retrofit heat exchanger network synthesis problems with mathematical optimization methods [J]. Chemical Engineering and Processing, 2005, 44(12): 869 - 879.

(编辑: 金 虹)