

文章编号:1007-6735(2014)01-0021-05

广义误差分布下 CVaR 模型的股市风险研究

朱翔翔, 姚 俭

(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

摘要: 以沪深 300 指数数据为样本, 首先利用广义误差分布与正态分布假定下的 GARCH 模型对我国股票市场收益率波动特征进行定量分析, 然后运用 CVaR 模型对股票市场的风险进行实证研究, 并与基于 VaR 模型的风险测度值进行比较. 研究结果表明, 广义误差分布假定下的 GARCH 模型能够更好地反映出我国股票指数收益率尖峰厚尾的特性, 而使用 CVaR 模型则有利于提高金融市场风险测度的准确性.

关键词: 广义误差分布; CVaR 模型; 股票市场风险

中图分类号: F 832.5 **文献标志码:** A

Risk Measure in China Stock Market by Using Conditional VaR Model with the Assumption of Generalized Error Distribution

ZHU Xiang-xiang, YAO Jian

(Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: Taking the CSI 300 index as a sample, a quantitative analysis was carried out regarding the volatility of stock index return rate by using the GARCH (1,1) model under the assumption of generalized error distribution and Gaussian distribution. Then the risk was measured with conditional VaR model empirically and compared with that measured with VaR model. The result shows that GARCH-GED model can describe the characteristics of the stock index return rate perfectly and the conditional VaR model can get more accurate measures of risk in the stock market than VaR model.

Key words: *generalized error distribution; conditional VaR model; stock market risk*

金融业管制的放松和金融自由化的发展导致了全球金融市场波动的加剧, 金融机构面临着日趋严重的金融风险. 目前, 金融市场风险测度的主流方法是由 Morgan 提出的风险价值 VaR (value at risk). 该指标不仅被金融机构用于风险管理, 而且被众多金融监管组织作为风险评估的标准. 巴塞尔银行监

管委员会还在“1996 年巴塞尔修正案”中利用 VaR 所确定的市场风险来规定银行及其它金融机构的资本充足率. 我国学者杜海涛^[1]在市场指数风险量度、单个证券的风险度量、基金管理人员绩效评价及确定配股价格等方面运用 VaR 方法, 验证了 VaR 模型对风险的测度效果较好. 尽管 VaR 指标在实践中得

收稿日期: 2013-03-07
第一作者: 朱翔翔 (1990-), 男, 硕士研究生. 研究方向: 金融工程. E-mail: aaron_zhu7@hotmail.com
通讯作者: 姚 俭 (1960-), 男, 教授. 研究方向: 模糊决策与控制. E-mail: yaojian@usst.edu.cn

到广泛的应用,但其本身存在着诸多的理论缺陷,如 VaR 不满足一致性风险测度理论中次可加性的公理,这使得基于 VaR 的资产组合无法通过分散化投资降低投资风险^[2]. 因此,人们提出了许多不同的风险测度指标,其中,条件风险价值 CVaR(conditional value at risk)满足一致性风险测度理论,在性质上优于 VaR 指标^[3]. 同时,金融资产收益波动率的测度及其动力学特征的刻画,对基于 VaR, CVaR 指标的金融市场风险测度具有十分重要的理论意义. 目前的理论研究中存在多种不同的模型描述方法可以用于刻画金融资产收益波动率,究竟哪一种模型最适合我国股票市场的实际波动特征和风险状况尚无定论. 实证研究发现^[4],我国金融资产的收益率序列普遍不服从独立同分布假设且不服从正态分布,存在着波动集聚(volatility-clustering)和厚尾(fat-tail)的特性,具有很强的自回归条件异方差(ARCH)效应. 因此,可以运用广义自回归条件异方差模型(GARCH 模型)对沪深 300 指数的波动率进行估计. 另外,在采用极大似然估计 GARCH 模型时,通常假定误差服从正态分布,但此种假设不能反映我国金融收益序列的特征,一般可以通过假定收益率序列服从具有尖峰厚尾特征的分布,如广义误差分布(GED)来解决^[5]. 广义误差分布可以通过其参数的调整拟合出不同的分布形式,使用更为灵活,对数据分布的刻画也更准确.

基于以上认识,本文通过运用 GARCH 模型为我国股票市场收益的条件波动率建模,同时选择对金融资产收益率分布典型特征具有较强描述能力的广义误差分布来刻画沪深 300 指数收益率的分布特征. 在此基础上计算不同风险测度模型的风险价值 VaR 和条件风险价值 CVaR,并运用返回检验方法检验 VaR 和 CVaR 两种指标的准确性,探讨适用于我国股票市场的风险测度方法.

1 数据选取与检验

沪深 300 指数是由沪深证券交易所联合发布的反映我国 A 股市场价格波动和运行状况的重要指数. 选取沪深 300 指数为研究样本,选择 2005 年 1 月 4 日至 2012 年 6 月 29 日的每日收盘价格指数,共计 1 816 个数据. 估计时对指数数据进行自然对数处理,计算指数的日收益率

$$R_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$$

式中, R_t 代表时间 t 的日收益率; P_t 代表时间 t 的

收盘价格指数.

图 1 给出了 2005 年 1 月 5 日至 2012 年 6 月 29 日的每日收益率序列图. 从图 1 中可以直观地看出,收益率序列显示出一定的波动聚集现象.

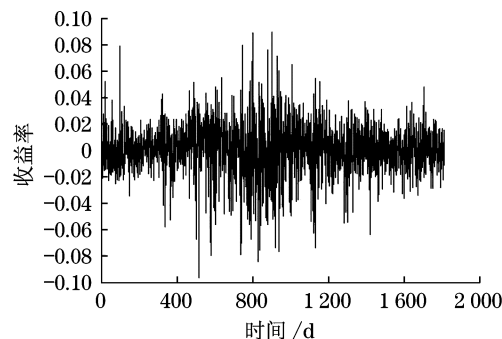


图 1 沪深 300 指数每日收益率序列

Fig.1 Time series of daily return rate of CSI 300 index

使用 Engle 提出的拉格朗日乘数检验,即 ARCH LM 检验,对原始收益数据进行 ARCH 效应检验. 表 1 为 ARCH LM 检验结果. R 为可决系数, n 为样本量.

表 1 异方差性检验:ARCH 效应

Tab.1 Heteroskedasticity test:ARCH effect

F 统计量	19.237 51
nR^2	91.622 25
$P(F(5,1\ 804))$	0
$P(\chi^2(5))$	0

注: P 值表示显著性水平, F 表示 F 分布, χ^2 表示卡方分布

表 1 中 F 统计量和 LM 统计量均十分显著,说明拒绝收益序列没有自相关的假设,暗示收益波动具有 ARCH 效应,所以,可以利用 GARCH 模型进行波动率的建模.

图 2 将样本数据频率图与正态分布对比,指数每日收益率呈现出明显的尖峰厚尾现象,并不满足正态分布的假设.

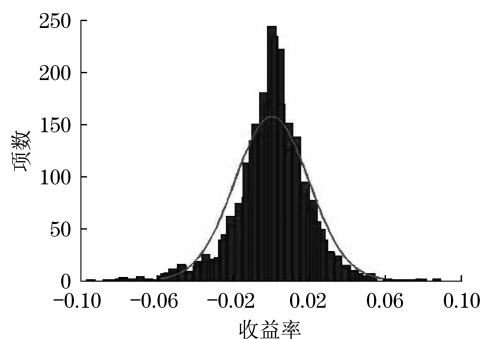


图 2 指数每日收益率分布与正态分布对比图

Fig.2 Comparison between return rate distribution and normal distribution

另外,运用迪基-福勒检验(ADF test)检查数据的平稳性.从表 2 结果可以看出,收益率序列满足平稳性假设,可以直接用于下一步的计量建模.

表 2 收益率序列 ADF 单位根检验
Tab.2 Unit root test of return rate series by ADF test

检验方法	T 统计量	显著性水平/%	临界值
ADF 检验	- 41.739 27	1	- 3.433 753
		5	- 2.862 930
		10	- 2.567 557

2 我国股票市场波动率模型及估计

2.1 我国股票市场波动率模型

在金融时间序列中经常发生某一特征的值成群出现,即资产收益率大的变化(正的或负的)后,往往随后会有大的变化,小的变化(正的或负的)后会发生小的变化,这就是波动聚集效应.图 1 显示,沪深 300 指数收益率具有明显的波动聚集效应.针对这一现象,Engle 提出了自回归条件异方差模型(ARCH 模型),很好地刻画了金融时间序列的这种特征^[6].但由于在非负参数约束下求解极大似然估计,对参数进行估计有一定的困难,Bollerslev 又提出了广义的 ARCH 模型,即 Generalized ARCH 模型(GARCH 模型),他在条件方差的方程中加上了自回归项,用简单的 GARCH 模型代表一个高阶的 ARCH 模型,弥补了 ARCH 模型的不足,大大减少了待估的参数,使得方程更加简约,避免了过度拟合^[7].Engle 和 Patton 的研究结果表明^[8],实证研究中 GARCH(1,1)模型是权衡计算精度和模型复杂程度的一种比较合适的折中,因此,现假定条件方差 σ_t^2 满足 GARCH(1,1)模型.

$$\begin{aligned}r_t &= \mu_t + u_t \\u_t &= \sigma_t \varepsilon_t \\\sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 \beta_1 \sigma_{t-1}^2\end{aligned}$$

式中, r_t 为指数收益率; u_t 为残差; μ_t 为收益率的条件均值; ε_t 为满足独立同分布且服从标准正态分布的随机变量; $\alpha_0, \alpha_1, \beta_1$ 为系数.

考虑到我国沪深 300 指数收益率存在的尖峰厚尾现象(如图 2 所示),采用一种较为灵活的、能够同时刻画这两种特征的 GED 来表示 ε_t 的分布情况.GED 的密度函数为

$$f(x_t) = \frac{v e^{-\frac{1}{2} \left| \frac{x_t}{\lambda} \right|^v}}{\lambda 2^{\frac{v+1}{v}} \Gamma\left(\frac{1}{v}\right)}$$

$$\lambda = \left[\frac{2^{-\frac{2}{v}} \Gamma\left(\frac{1}{v}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{v}\right)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

式中, $\Gamma(\cdot)$ 为伽马分布; v 为 GED 分布参数.

通过对参数值 v 的调整,GED 可以表示出不同程度的尖峰厚尾.当 $v=2$ 时,GED 即为标准正态分布;当 $v<2$ 时,广义误差分布比正态分布具有更厚的尾部和更尖的峰,而且随着 v 值的减小,尖峰厚尾现象越明显,即极端事件出现的概率随 v 的减小而增大;当 $v>2$ 时,其尾部则较正态分布更薄.

同时,为了验证 GED 分布假设对波动率方程估计的影响,还将对正态分布假设下的波动率方程进行估计.两种不同的情况分别记为 GARCH(1,1)-GED, GARCH(1,1)-N.

2.2 波动率模型的参数估计

运用 Eviews 软件对两种波动率模型进行参数估计,结果如表 3 和表 4 所示.

表 3 估计 GARCH(1,1)-GED 模型结果
Tab.3 GARCH(1,1)-GED model estimation and results

变量	系数	标准误差	统计量	概率
μ_t	0.001 066	0.000 335	3.183 350	0.001 5
α_0	2.79×10^{-6}	1.26×10^{-6}	2.210 951	0.027 0
α_1	0.051 154	0.010 415	4.911 743	0
β_1	0.942 204	0.011 255	83.711 660	0
v	1.294 065	0.055 454	23.335 640	0

表 4 估计 GARCH(1,1)-N 模型结果
Tab.4 GARCH(1,1)-N model estimation and results

变量	系数	标准误差	统计量	概率
μ_t	0.000 567	0.000 350	1.618 856	0.105 5
α_0	3.22×10^{-6}	8.44×10^{-7}	3.818 523	0.000 1
α_1	0.052 361	0.006 805	7.694 337	0
β_1	0.939 635	0.007 505	125.199 1	0

从表 3 和表 4 的估计结果可以看出,条件方差方程中 3 项的系数均高度统计显著.此外,与典型的金融资产收益 GARCH 估计相似的是,这里滞后一期的误差平方项与滞后条件方差系数的和接近于 1.这表明冲击对条件方差的影响具有很强的持续性.截距项 μ_t 很小,而滞后条件方差系数 β_1 很大,为 0.9,意味着在一段时间内,大的正或负收益会导致大的方差预测值^[9].

对 GARCH(1,1)-GED 模型估计的残差再作 ARCH LM 检验,从表 5(见下页)的检验结果发现,

残差序列已经不存在显著的异方差现象,所以,上述模型较好地刻画了我国股票市场沪深 300 指数收益率序列的波动率特征.

表 5 异方差性检验:ARCH 效应
Tab.5 Heteroskedasticity test:ARCH effect

<i>F</i> 统计量	0.238 5
样本量 * <i>R</i> ²	1.195 676
<i>P</i> (<i>F</i> (5,1 804))	0.945 5
<i>P</i> (χ^2 (5))	0.945 3

3 风险测度值的计算及返回检验

3.1 风险测度值的计算

运用参数法计算 VaR 值.在置信水平 α 下,可以写出 t 时刻的 VaR 值为

$$VaR_t = p_{t-1} z_{\alpha} \sigma_t$$

式中, p_{t-1} 代表滞后一期的指数值; z_{α} 表示在给定置信水平 α 下的分位数; σ_t 可由 GARCH 模型先求出 σ_t^2 ,进而开方得出相应的标准差 σ_t .

取置信水平 99%计算 VaR 指标序列.

若用 z_{α} 表示对应于某一置信水平 α 的分位数,用 q 表示大于 z_{α} 的分位数.根据 CVaR 的定义可知 CVaR 值为^[10-11]

$$CVaR_{\alpha} = E(X | X > VaR_{\alpha}) =$$
$$E(p_{t-1} q \sigma_t | p_{t-1} q \sigma_t > p_{t-1} z_{\alpha} \sigma_t) =$$
$$p_{t-1} \sigma_t E(q | q > z_{\alpha}) = - p_{t-1} \sigma_t \frac{\int_{-\infty}^{-z_{\alpha}} q f(q) dq}{\int_{-\infty}^{-z_{\alpha}} f(q) dq} =$$
$$- \frac{p_{t-1} \sigma_t}{1 - \alpha} \int_{-\infty}^{-z_{\alpha}} q f(q) dq$$

式中, p_{t-1} 表示第 $t-1$ 日的指数收盘价格; $f(q)$ 表示收益率序列服从分布的密度函数.

在 GED 条件下,CVaR 值为

$$CVaR_{\alpha} = - \frac{p_{t-1} \sigma_t}{1 - \alpha} \int_{-\infty}^{-z_{\alpha}} q \frac{v e^{-\frac{1}{2} \left| \frac{q}{\lambda} \right|^v}}{\lambda 2^{\frac{v+1}{v}} \Gamma\left(\frac{1}{v}\right)} dq$$
$$\lambda = \left\{ \frac{2^{-\frac{2}{v}} \Gamma\left(\frac{1}{v}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{v}\right)} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

在正态分布条件下,CVaR 值为

$$CVaR_{\alpha} = - \frac{p_{t-1} \sigma_t}{1 - \alpha} \int_{-\infty}^{-z_{\alpha}} q \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{q^2}{2}} dq$$

3.2 不同风险测度值的返回检验

对 VaR,CVaR 进行返回检验分析主要是检验其对风险(实际损失)的覆盖情况^[12].本文采用 Kupiec 于 1995 年提出的失败频率检验法.当损失超过风险测度值时,记为一次测度失败,则失败率 $P_L = N/T$.其中, T 为实际考察天数, N 为失败的天数.理论上每次观察到的失败次数服从概率为 $P_L^* = \alpha$ 的伯努利分布,所以,对风险测度值的检验便可以转化为检验 P_L 是否显著等于 P_L^* .基于这一推论,Kupiec 提出了似然比检验 LR .

$$LR = -2 \ln \left[\frac{(1 - P_L^*)^{T-N} P_L^{*N}}{\left(1 - \frac{N}{T}\right)^{T-N} \left(\frac{N}{T}\right)^N} \right]$$

若零假设是正确的,则似然比满足自由度为 1 的 χ^2 分布,也就是说,在置信水平 α 上,如果所计算的 LR 统计量大于该水平上自由度为 1 的 χ^2 分布的临界值,则应该拒绝原假设;反之,则应该接受原假设,即认为所采用的风险测度模型足够准确^[13].

计算在 99%的置信水平下基于 GARCH-GED 和 GARCH-N 模型的两种不同风险测度值.模型对风险状况预测结果的返回检验采用最为常见的“失败率”检验.由 Matlab 软件计算,得到结果如表 6 所示.

表 6 99%置信水平下 VaR,CVaR 模型的返回检验
Tab.6 Back test of VaR and CVaR model at 99% confidence level

模 型	失败天数	考察天数	失败率/%	LR 统计量
GARCH(1,1)-N-VaR	60	1 815	3.3	60.76
GARCH(1,1)-N-CVaR	20	1 815	1.1	-64.19
GARCH(1,1)-GED-VaR	22	1 815	1.2	-70.04
GARCH(1,1)-GED-CVaR	9	1 815	0.5	-23.24

从表 6 的返回检验结果可知:a.基于 GED 的两种风险测度值均要好于基于正态分布的情况,因此,可以认为,目前研究中所采用的正态分布假设并不适用于我国股票市场的风险测度,而使用具有尖峰厚尾特征的 GED 有助于提高对市场极端风险的估计精度.b.在 99%置信水平下,基于相同的分布假定和 GARCH 模型,CVaR 的失败天数和失败率均小于相应的 VaR 的失败天数和失败率.由 LR 统计量

来看,只有 GARCH(1,1) - N - VaR 模型未通过检验.其它 3 个模型的失败天数均处于可接受的范围内.因此,综合考虑对我国股票指数收益率波动的刻画以及 VaR, CVaR 指标对风险的估计精度,结合 GARCH(1,1) - GED 的 CVaR 模型对我国股票市场的风险测度较为合理.

4 结 论

以沪深 300 指数为研究样本,对我国股票指数收益率的波动特点进行了研究,结果表明, GARCH(1,1) - GED 模型可以很好地刻画收益序列的波动率.在此基础上对股市风险进行测度,实证分析了 4 种风险测度模型,并运用返回检验的方法对比了不同模型风险测度指标的精度,最终得出结论,在相同的收益率分布假定下, CVaR 指标对风险的测度更为准确、合理,说明 CVaR 值对风险的容忍度更低,更加客观保守,也更加符合风险管理的谨慎性原则,对我国金融市场的风险管理以及市场监管工作具有一定的借鉴意义.

参考文献:

- [1] 杜海涛. VAR 模型在证券风险管理中的应用[J]. 证券市场导报, 2000(8): 57 - 61.
- [2] Artzner P, Delbaen F, Eber J, et al. Thinking coherently[J]. RISK, 1997, 10(11): 68 - 71.
- [3] Artzner P, Delbaen F, Eber J, et al. Coherent measures

of risk[J]. Math Fin, 1999, 9(3): 203 - 228.

- [4] 陈守东. VaR 的一种模拟方法[J]. 决策借鉴, 2000, 3(3): 32 - 33.
- [5] 吴晓霖, 蒋祥林, 孙绍荣. 基于广义期望效用理论的主观概率调整的一致性风险测度[J]. 上海理工大学学报, 2010, 32(5): 479 - 487.
- [6] Engle R F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation[J]. Econometrica, 1982, 50(4): 987 - 1008.
- [7] Bollerslev T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity[J]. Journal of Econometrics, 1986(31): 307 - 327.
- [8] Engle R F, Patton A J. What good is a volatility model? [J]. Quantitative Finance, 2001, 1(5): 237 - 245.
- [9] Brooks C. 金融计量经济学导论[M]. 邹宏元, 译. 成都: 西南财经大学出版社, 2005.
- [10] 文凤华, 马超群, 陈壮妙, 等. 一致性风险价值及其算法与实证研究[J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24(10): 15 - 21.
- [11] 赵静, 肖庆宪. 条件风险价值度量方法在银行投资组合优化中的应用[J]. 上海理工大学学报, 2005, 27(5): 389 - 392.
- [12] 王鹏, 鹿新华, 魏宇, 等. 中国金融期货市场的风险度量及其 Back testing 分析[J]. 金融研究, 2012(8): 193 - 206.
- [13] 江涛. 基于 GARCH 与半参数法 VaR 模型的证券市场风险的度量和分析: 来自中国上海股票市场的经验证据[J]. 金融研究, 2010(6): 103 - 111.

(编辑: 石 瑛)