

基于扩散熵的平衡估计的儿童行走序列研究

严捷冰, 杨会杰
(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

摘要: 基于扩散熵的平衡估计, 评估了儿童步态间隔时间序列的分形指数, 并讨论了其动力学机制. 研究表明, 儿童行走序列的分形指数与年龄之间并没有明确的关系, 少数样本没有长程相关性或者具有离散的长程相关性. 此外, 扩散熵的平衡估计与去趋势波动分析的比较结果显示, 部分样本符合 Levy 行走过程而并非分数布朗运动.

关键词: 跨步时间变异性; 分形指数; 去趋势波动分析; 扩散熵的平衡估计

中图分类号: N 941 **文献标志码:** A

Balanced Estimation of Diffusion Entropy Based on
Study of Children's Walking Series

YAN Jie-bing, YANG Hui-jie
(Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: Long-range correlations embedded in stride series were evaluated by means of balanced estimation of diffusion entropy. The results show that there is no statistically monotonical relation between the long-range correlation and the age. Especially, one cannot find long-range correlation characteristics in some samples. The comparison between the results of balanced estimation of diffusion entropy and detrended fluctuation analysis shows that some samples may obey Levy walk processes, instead of fractional Brownian motions.

Key words: stride duration variability; fractal scaling index; detrended fluctuation analysis; balanced estimation of diffusion entropy

行走取决于非常复杂的控制机制, 它是由运动系统执行的复杂的、有节奏的任务. 跨步时间变异性 (stride duration variability) 被视为步态平衡的标志, 大多数研究都集中在自发步行速度的跨步时间变异性上. 目前主要的研究方法有两种: 统计学方法和复杂性理论. 前者主要考察序列涨落的量级, 有研究表明, 较大的标准差 (SD) 和变异系数 (CV) 与步伐不稳定^[1-2] 和容易摔倒^[3-6] 有关. 后者主要研究涨落的动力学特性, 其中, 通过计算序列的分形指数考察序列的长程相关性质是重要的复杂数学方法

收稿日期: 2013-04-12
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10975099, 10635040); 上海市一流学科建设资助项目(XTKX2012)
第一作者: 严捷冰(1986-), 男, 硕士研究生. 研究方向: 复杂网络. E-mail: yjb0922@126.com
通讯作者: 杨会杰(1968-), 男, 教授. 研究方向: 系统生物学、统计物理. E-mail: hjyang@ustc.edu.cn

之一。

Hausdorff 等^[7]在 1999 年发表了一篇研究儿童步态成熟的文章,研究了 50 个 3~14 岁孩子的行走序列,用多种方法论证了他们的观点,即对于 3~14 岁的孩子来说,他们的步态有随年龄的增长趋于更加稳定的趋势.文献^[7]应用二阶去趋势涨落分析法(DFA-2)选取观察窗口的范围为 $10 \leq n \leq 20$,计算每一组数据的分形指数,并指出 11~14 岁孩子的行走序列的分形指数比 3~4 岁和 6~7 岁孩子的行走序列的分形指数小得多. Bollens 等^[8]基于不同的实验样本,对不同年龄段的人,用重标极差法(R/S 分析法)分析了他们的行走序列(长度为 512 步)的分形指数.研究表明,行走序列的分形指数与人的年龄并没有必然的关系.然而, Pacheco 等^[9]的研究结果表明,在序列长度达到 2^{15} 时,像去趋势涨落分析(DFA)这样基于方差的方法能给出偏差较小(偏差小于 0.05)的赫斯特指数,对于长度小于 2^{15} 的序列来说,基于方差的方法的计算结果的偏差较大(偏差大于 0.05);而 R/S 分析法在序列长度为 $2^6 \sim 2^{16}$ 范围内始终有较大的偏差(偏差大于 0.05).鉴于行走序列属于短序列(2^9),而上述两种方法在处理这种长度的序列时都有较大的偏差,且基于不同方法得出的结果互相矛盾.因此,使用更为可靠的、适合分析短序列的方法重新评估这 50 个 3~14 岁孩子的行走序列的分形指数是十分必要的.为了能有效地计算短序列的分形指数,文献^[10]提出了扩散熵的平衡估计(BEDE),从现有的研究结果来看,该方法能在较高的精度下计算出 10^2 的短序列的分形指数^[10-11].

本文应用 DFA-2 在更大的尺度上计算了每一个序列的分形指数,以考察在较大的尺度上 DFA-2 的计算结果是否与文献^[7]中的计算结果相吻合.然后,应用 BEDE 重新计算出了每个样本序列的分形指数,并将其与 DFA-2 的结果进行了对比.在上述两个计算结果中,均没有发现 Hausdorff 等在文献^[7]提到的现象,计算结果显示,行走序列的分形指数与实验对象的年龄无明显关系,这与 Bollens 等^[8]的最新研究结果相类似.

Scafetta 等^[12]在提出扩散熵分析(DEA)的文章中推导出了 DEA 的标度参数 δ 与基于方差的方法的指数 H ,在序列具有分数布朗运动特征的时候满足 $\delta = H$,而当序列具有 Levy 行走特征时满足 $\delta = \frac{1}{3-2H}$.本文在上述研究的基础上,又对这 50 个样

本序列是否具有分数布朗运动或 Levy 行走的特征进行讨论.从计算结果中可以看到,在“年轻”年龄组中只有 1 个样本具有 Levy 行走的特征.在“中等”和“年长”年龄组中一共有 10 个样本具有分数布朗运动的特征,在这 2 个年龄组中也有 10 个样本具有 Levy 行走的特征,其中,又有 7 个样本数据同时具有分数布朗运动和 Levy 行走的特征.

1 材料与方法

1.1 数据的来源与处理

本文沿用了 Hausdorff 等在文献^[7]中使用的数据,并且按照文献^[7]中叙述的办法对原始数据进行处理,除去了一些可能的异常值.

在文献^[7]中,Hausdorff 等在 400 m 的跑道上采集了 50 名 3~14 岁的健康儿童时长为 8 min 的自发步行速度下的行走序列.在获取数据之后按以下 3 个步骤去除数据中的一些异常值:

第 1 步 去除前 60 s 以及最后 5 s 的数据,以消除启动和结束时可能存在的干扰;

第 2 步 去除“暂停”(即大于 2 s 的步幅间隔)以及暂停前后各 5 s 的数据;

第 3 步 去除较大的步幅间隔以及其它异常值,其方法是排除原始数据中最大和最小的 5% 的数据,计算剩余数据的均值和方差,去除原始数据中与该均值相差 4 倍方差以上的数据点.

1.2 去趋势波动分析法

去趋势波动分析法是 Peng 等^[13]在 1994 年提出的,其具体步骤如下:给定一个有界时间序列 x_t ,

$t \in \mathbb{N}$,首先,计算它的累积离差 $X_t = \sum_{i=1}^t (x_i - \langle x_i \rangle)$;接着,将 X_t 分割成窗口长度为 L 的序列 Y_j ,对 Y_j 应用最小二乘法求出使其平方误差最小的拟合函数 Y_j^* ;然后,计算出 $Y_j - Y_j^*$ 的均方根误差 $F(L) = \left[\frac{1}{L} \sum_{j=1}^L (Y_j - Y_j^*)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$;最后,对不同的窗口大小 L 重复上述过程,可得到如下式所示的关系

$$F(L) \propto L^\alpha$$

式中,指数 α 是在双对数坐标下应用最小二乘法求得的 L 对 $F(L)$ 作线性拟合后的斜率.

若 Y_j^* 为 n 阶多项式,即可以用 n 阶的 DFA (记为 DFA- n)去除高阶趋势^[14].

1.3 扩散熵

为了能有效地计算短序列的分形指数,Scafetta

等^[12]在香农熵的基础上提出了扩散熵,扩散熵能有效地区分出复杂系统中 Levy 行走序列和分数布朗运动序列.在此,对扩散熵作简单的推导.

对一维稳态时间序列 $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 作相空间重构

$$\begin{aligned} X_1 &= \{x_1, x_2, \dots, x_s\} \\ X_2 &= \{x_2, x_3, \dots, x_{s+1}\} \\ &\vdots \\ X_{N-s+1} &= \{x_{N-s+1}, x_{N-s+2}, \dots, x_N\} \end{aligned}$$

式中, N 为个数.

从扩散的角度出发,可以将上述 $N-s+1$ 个序列视为一个从原点出发走了 s 步的粒子运动轨迹的 $N-s+1$ 次抽样,则第 k 次抽样的位移

$$\begin{aligned} Y_k(s) &\equiv \sum_{i=1}^s X_k(i) = \sum_{q=1}^s x_{k+q-1}, \\ k &= 1, 2, \dots, N-s+1 \end{aligned}$$

式中, k 指第 k 次抽样.

将 $Y_k(s)$ 的分布范围划分成 $M(s)$ 等分并统计落在每个小区间内的位移个数 $n(k, s)$, $k = 1, 2, \dots, M(s)$. 可用下式来估计位移的概率分布函数

$$\begin{aligned} p(j, s) &\sim \hat{p}(j, s) = \frac{n(j, s)}{N-s+1}, \\ j &= 1, 2, \dots, M(s) \end{aligned}$$

式中, $\hat{p}(j, s)$ 为 $p(j, s)$ 的估计值.

上述扩散过程的熵估计可表示为

$$S_{DE}(s) = - \sum_{k=1}^{M(s)} \hat{p}(j, s) \ln [\hat{p}(j, s)]$$

式中, $S_{DE}(s)$ 为扩散熵.

如果扩散过程具有自相似结构,则有

$$\begin{aligned} S_{DE}(s) &= - \int_{-\infty}^{+\infty} dy F(y) \ln [F(y)] + \\ &\delta \ln s = A + \delta \ln s \end{aligned}$$

式中, A 是一个常数.

$$A = - \int_{-\infty}^{+\infty} F(y) \ln [F(y)] dy$$

1.4 扩散熵的平衡估计法

从对扩散熵的理论推导中可以看到,由于使用了 $\hat{p}(j, s)$ 来估计位移的概率分布函数 $p(j, s)$, 因此,必然会存在统计误差和系统偏差,而只有在序列长度趋于无穷时才可以忽略该误差.对于有限长度的序列来说,该误差对计算结果的不良影响很可能是无法令人接受的.为了减少这一误差对计算结果的影响, Qi^[10] 将扩散熵的概念与 Bonachela 提出的

熵的平衡估计法^[15]相结合,在此基础之上提出了扩散熵的平衡估计 (BEDE). 从文献[10-11]中可以看到,该方法是对扩散熵的一种很好的修正,尤其在计算短序列的分形指数时有较高的精度.现介绍 BEDE 的简要推导过程.

将修正由序列长度是“有限的”所带来的误差视为一个最优化问题,因此,定义

$$S_{DE}[p(j, s)] \equiv - p(j, s) \ln [p(j, s)]$$

则扩散熵可表示为

$$S_{DE}(s) = \sum_{j=1}^{M(s)} S_{DE}[p(j, s)]$$

接下来要找一个估计量 $\hat{S}_{DE}(s) = \sum_{j=1}^{M(s)} \hat{S}_{DE}[p(j, s)]$,

使得统计误差 $\Delta_{stat}^2(s) = \langle (\hat{S}_{DE}(s) - \langle \hat{S}_{DE}(s) \rangle)^2 \rangle$ 和系统偏差 $\Delta_{bias}^2(s) = (\langle \hat{S}_{DE}(s) \rangle - \hat{S}_{DE}(s))^2$ 之和最小.假设 $n(j, s)$ 彼此无关, $j = 1, 2, \dots, M(s)$, 则可以得到

$$\Delta_{stat}^2[p(j, s)] = \langle (\hat{S}_{DE}[n(j, s)] - \langle \hat{S}_{DE}[p(j, s)] \rangle)^2 \rangle$$

$$\Delta_{bias}^2[p(j, s)] = (\langle \hat{S}_{DE}[n(j, s)] \rangle - \hat{S}_{DE}[n(j, s)])^2$$

这里, 概率 $p(j, s) \in [0, 1]$, $n(j, s) \in \{0, 1, 2, \dots, N-s+1\}$. 取平均误差在整个 $p(j, s) \in [0, 1]$ 范围内的最小值

$$\Delta^2(j, s) = \int_0^1 dp(j, s) w[p(j, s)] \cdot$$

$$[\Delta_{stat}^2[p(j, s)] + \Delta_{bias}^2[p(j, s)]]$$

式中, $w[p(j, s)]$ 是一个由具体问题所决定的权重函数,为简便起见,可设 $w[p(j, s)] = 1$.

因此,可得平均误差

$$\Delta^2(j, s) = \int_0^1 dp(j, s) \sum_{n(j, s)=0}^{N-s+1} \{ P_{n(j, s)}[p(j, s)] \cdot$$

$$\hat{S}_{DE}^2[n(j, s)] + \hat{S}_{DE}[n(j, s)] -$$

$$2S_{DE}[p(j, s)] \{ P_{n(j, s)}[p(j, s)]$$

$$\hat{S}_{DE}^2[n(j, s)] \} \}$$

式中, $P_{n(j, s)}[p(j, s)]$ 是二项分布.

$$P_{n(j, s)}[p(j, s)] = \frac{[N-s+1]!}{n(j, s)! [N-s+1-n(j, s)]!} \cdot$$

$$[p(j, s)]^{n(j, s)} [1-p(j, s)]^{N-s+1-n(j, s)}$$

要得到最小的平均误差,就是要求下述偏导数都等于零.

$$\frac{\partial \Delta^2(j, s)}{\partial \hat{S}_{DE}[n(j, s)]} = 0, \quad n(j, s) = 1, 2, \dots, N-s+1$$

经计算可得

$$\hat{S}_{DE}[n(j, s)] = (N - s + 2) \int_0^1 dp(j, s) P_{n(j, s)}[p(j, s)] \cdot$$

$$\hat{S}_{DE}[n(j, s)] = \frac{n(j, s) + 1}{N - s + 3} \sum_{k=n(j, s)+2}^{N-s+3} \frac{1}{k}$$

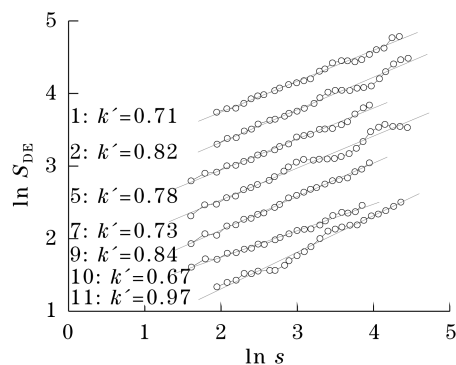
由此可得扩散熵的平衡估计为

$$\hat{S}_{DE} = \frac{1}{N - s + 3} \sum_{j=1}^{M(s)} [N_j(s) + 1] \sum_{k=N_j(s)+2}^{N-s+3} \frac{1}{k}$$

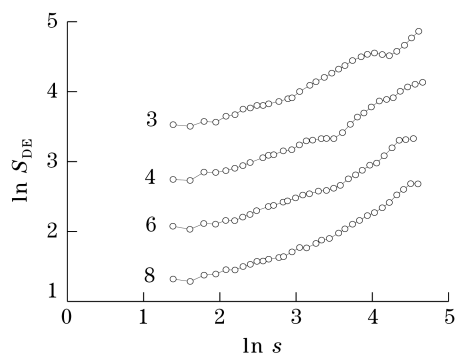
2 结果

2.1 分形指数的计算

仿照文献[7],按照儿童的年龄将这50个样本数据分成“年轻”、“中等”和“年长”这3组,即3~4岁(编号:1~11),6~7岁(编号:15~34)和11~14岁(编号:39~50).此外,还有几个过渡年龄段的样本数据:5岁(编号:12~14),8岁(编号:35)和10岁(编号:36~38).图1~4分别显示了“年轻”年龄组(3~4岁)、过渡年龄段、“中等”年龄组(6~7岁)以及“年长”年龄组(11~14岁)这几组儿童行走序列样本在BEDE下分形指数的拟合结果.



(a) 可以拟合成直线的样本及其斜率

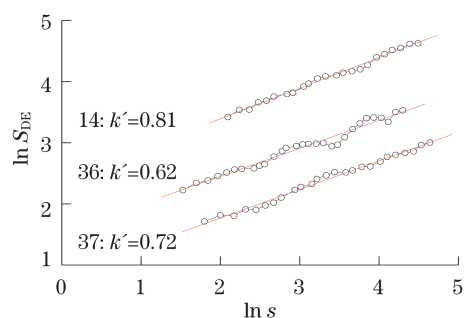


(b) 不能拟合成直线的样本

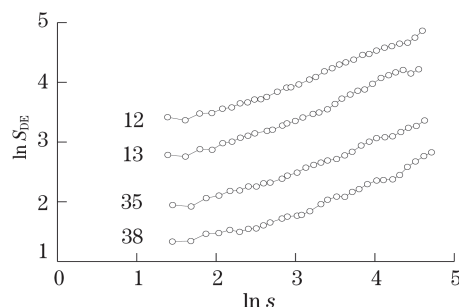
图1 3~4岁年龄组的线性拟合

Fig.1 Linear data fitting for the group of 3~4-year-olds

如图1~4所示, k' 为斜率. 就这50个样本数据而言, 一共有12个样本在较大的尺度上不能用一条直线来拟合, 它们分别是3, 4, 6, 8, 12, 13, 15, 35, 38, 43, 44, 47号样本. 不能用直线拟合的数据中, 在“年轻”组中占的比例最高, 在“中等”组中占的比例最小. 在这12个样本中, 8, 12, 13, 15, 35, 38这6个样本与二次或三次多项式符合得非常好, 且这6个数据都不属于“年长”组. 此外, 7, 21, 22, 30, 36, 40, 49号样本似乎具有离散分形结构, 其中, 以7和22这2个样本最为明显. 其余的样本数据都在相对较大的尺度范围内可以用一条直线来拟合.



(a) 可以拟合成直线的样本及其斜率



(b) 不能拟合成直线的样本

图2 5, 8, 10岁样本的线性拟合

Fig.2 Linear data fitting for the group of 5, 8 and 10-year-olds

2.2 分形指数的分布

首先应用BEDE计算处理完的数据的分形指数, 并与DFA-2的结果进行对比. 图5(a)显示了BEDE的分形指数的分布情况, 从图示的结果来看, 没有看出3个年龄段之间有什么明显的区别, 这与DFA-2的结果相类似, 如图5(b)所示. 然而, 将窗口范围限定在 $10 \leq n \leq 20$ 之后, 应用DFA-2计算出来的分形指数则显示出了如Hausdorff等在文献[7]中所提到的结果, 即2个较小年龄组的分形指数相类似, 而最大年龄组的分形指数明显小于前2组的, 如图5(c)所示. y 为年龄, α 为DFA-2的分形指数, σ 为BEDE的分形指数.

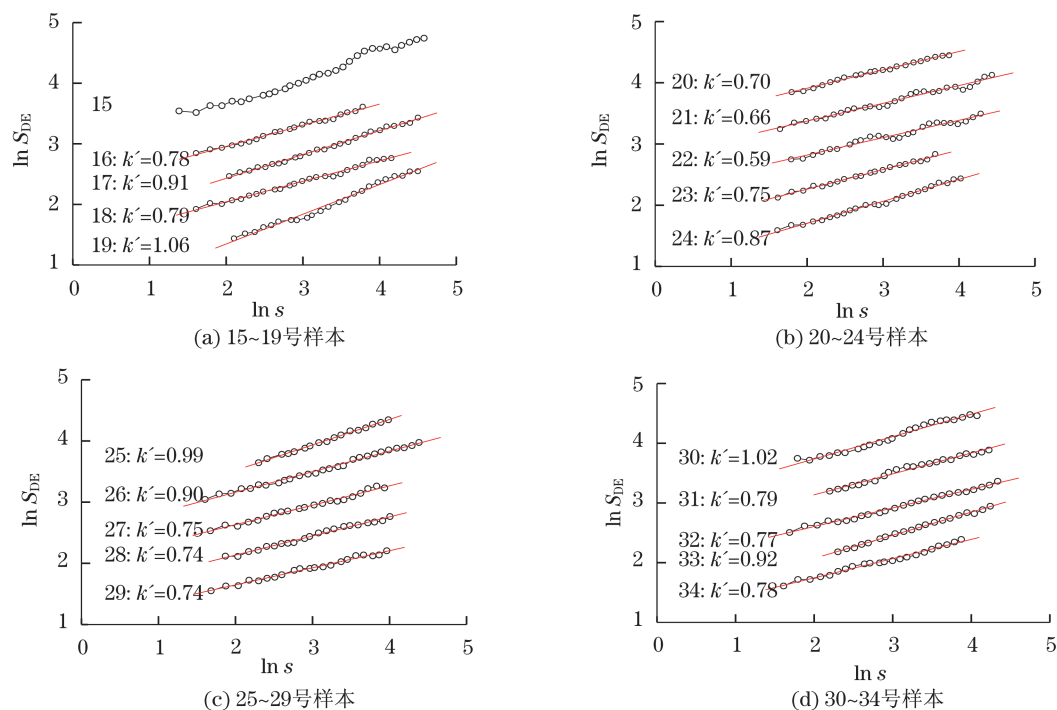


图3 6~7岁年龄组的线性拟合

Fig.3 Linear data fitting for the group of 6~7-year-olds

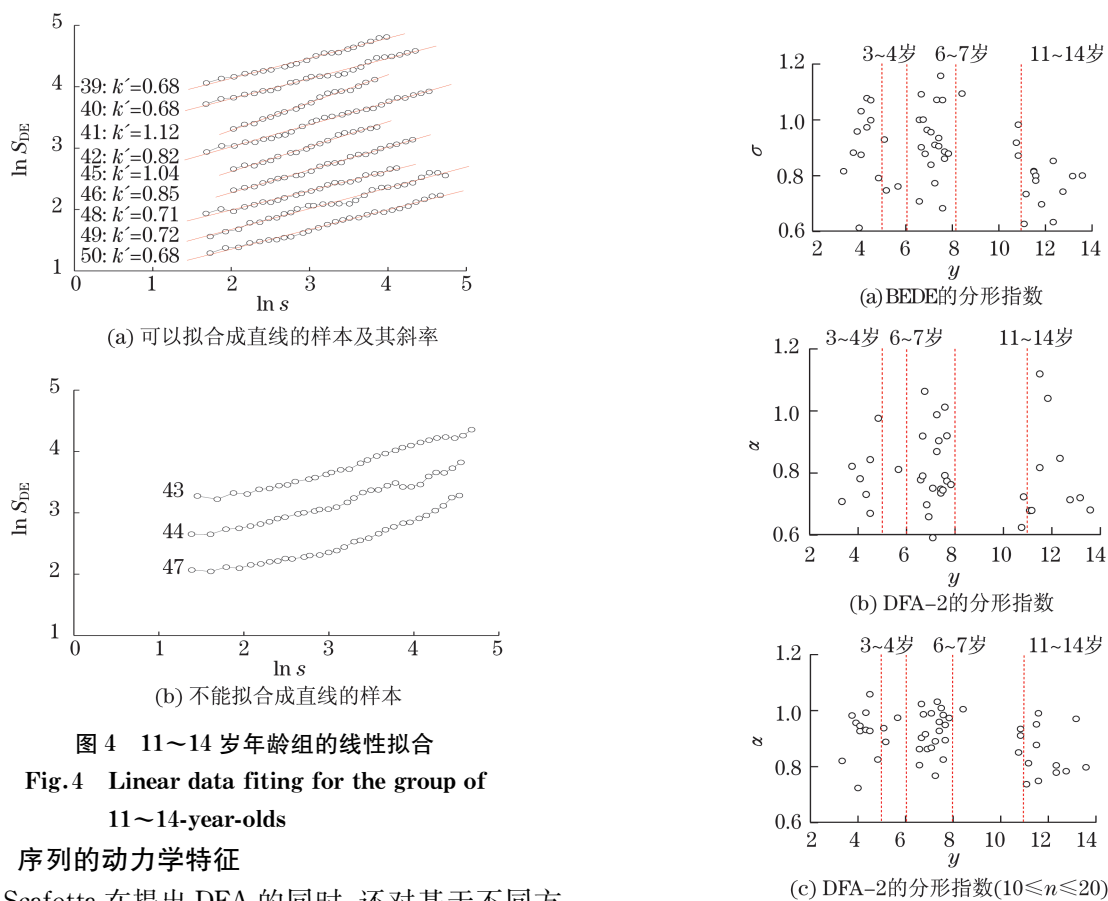


图4 11~14岁年龄组的线性拟合

Fig.4 Linear data fitting for the group of 11~14-year-olds

2.3 序列的动力学特征

Scafetta 在提出 DEA 的同时,还对基于不同方法计算出的指数进行了详细的对比^[12],研究表明,当序列具有分数布朗运动特征时,基于方差的方法

图5 行走序列的分形指数

Fig.5 Fractal scaling index of walking series

的分形指数与 DEA 计算出来的分形指数是等价的, 即 $H = \delta$. 而当序列具有 Levy 行走特征时, 上述两种方法计算出来的分形指数满足关系 $\frac{1}{3-2H} = \delta$.

表 1 同时给出了这两种方法计算出的所有样本数据的分形指数, 并且对样本数据是否具有分数布朗运动或 Levy 行走的特征作出了判断.

表 1 分形指数间的关系
Tab.1 Relationship between fractal scaling indices

组别	编号	α	σ	$\alpha = \sigma$	$\frac{1}{3-2\alpha} = \sigma$	组别	编号	α	σ	$\alpha = \sigma$	$\frac{1}{3-2\alpha} = \sigma$
3~4 岁	1	0.82±0.03	0.71±0.03		✓	6~7 岁	26	1.03±0.03	0.90±0.03		
3~4 岁	2	0.98±0.02	0.82±0.05			6~7 岁	27	0.93±0.04	0.75±0.04		
3~4 岁	3	0.96±0.04	—			6~7 岁	28	0.96±0.04	0.74±0.04		
3~4 岁	4	0.72±0.02	—			6~7 岁	29	1.01±0.04	0.74±0.04		
3~4 岁	5	0.93±0.05	0.78±0.04			6~7 岁	30	0.98±0.05	1.01±0.05	✓	✓
3~4 岁	6	0.95±0.03	—			6~7 岁	31	0.83±0.04	0.79±0.05	✓	✓
3~4 岁	7	0.99±0.04	0.73±0.05			6~7 岁	32	0.95±0.04	0.77±0.03		
3~4 岁	8	0.93±0.03	—			6~7 岁	33	0.89±0.04	0.92±0.03	✓	
3~4 岁	9	1.06±0.04	0.84±0.03			6~7 岁	34	0.97±0.03	0.76±0.04		
3~4 岁	10	0.93±0.03	0.67±0.03				35	1.01±0.05	—		
3~4 岁	11	0.83±0.04	0.98±0.06				36	0.85±0.03	0.62±0.04		
	12	0.94±0.04	—				37	0.93±0.03	0.72±0.03		
	13	0.89±0.04	—				38	0.91±0.04	—		
	14	0.97±0.04	0.81±0.03			11~14 岁	39	0.74±0.04	0.68±0.04	✓	✓
6~7 岁	15	0.86±0.08	—			11~14 岁	40	0.81±0.04	0.68±0.03		✓
6~7 岁	16	0.81±0.04	0.78±0.03	✓	✓	11~14 岁	41	0.95±0.05	1.12±0.05		
6~7 岁	17	0.90±0.05	0.92±0.03	✓		11~14 岁	42	0.88±0.05	0.82±0.03	✓	✓
6~7 岁	18	1.02±0.06	0.79±0.03			11~14 岁	43	0.99±0.05	—		
6~7 岁	19	0.99±0.06	1.06±0.06	✓	✓	11~14 岁	44	0.75±0.03	—		
6~7 岁	20	0.92±0.04	0.70±0.03			11~14 岁	45	—	1.04±0.06		
6~7 岁	21	0.86±0.05	0.66±0.04			11~14 岁	46	0.80±0.04	0.85±0.03	✓	
6~7 岁	22	0.99±0.04	0.59±0.05			11~14 岁	47	0.78±0.03	—		
6~7 岁	23	0.87±0.04	0.75±0.03			11~14 岁	48	0.78±0.03	0.71±0.04		✓
6~7 岁	24	0.89±0.03	0.87±0.04	✓	✓	11~14 岁	49	0.97±0.05	0.72±0.04		
6~7 岁	25	0.77±0.03	0.99±0.03			11~14 岁	50	0.80±0.03	0.68±0.02		✓

从表 1 中可以看到, 在“年轻”年龄组中只有 1 号样本能被视为 Levy 行走序列. 在“中等”和“年长”年龄组中一共有 10 个样本可以被视为分数布朗运动, 它们分别是 16, 17, 19, 24, 30, 31, 33, 39, 42, 46. 在“中等”和“年长”年龄组中也有 10 个样本可以被视为 Levy 行走, 它们分别是 16, 19, 24, 30, 31, 39, 40, 42, 48, 50. 在这中间, 16, 19, 24, 30, 31, 39, 42 这 7 组数据同时满足分数布朗运动和 Levy 行走.

3 结 论

研究行走序列对于认识人是如何控制行走步态, 以及理解由于某些疾病或者衰老导致的走路不稳和摔倒, 具有重要的意义. 由于行走序列属于短序列, 而现有的研究方法在研究短序列时的偏差都相对较大, 得不到一个较为可靠的结果, 因此, 寻找新

的能够用来分析短序列的可靠方法是十分迫切的需求。

本文应用 DFA-2 重复了前人的工作,并使用 BEDE 这一能够较为精确地计算出短序列分形指数的方法研究了 50 个儿童行走序列,得到了一些较为有趣的现象。一方面,从本文的计算结果来看,并未发现行走序列的分形指数与实验对象的年龄之间存在某种关系;另一方面,本文的研究结果显示,6~7 岁和 11~14 岁年龄组中的部分儿童的行走序列体现出了分数布朗运动或者 Levy 行走特征,而这一现象在 3~4 岁年龄组里则较为罕见。然而,正因为判断样本序列是否是分数布朗运动或者 Levy 行走时应用了 DFA-2 的计算结果,对于短序列来说,该结果的计算结果偏差相对较大,因此,严格来说,该结论还需要在今后进一步的研究中加以证实。

参考文献:

- [1] Beauchet O, Annweiler C, Lecordroch Y, et al. Walking speed-related changes in stride time variability: effects of decreased speed[J]. *Journal of Neuro Engineering and Rehabilitation*, 2009, 5(6): 32.
- [2] Beauchet O, Allali G, Annweiler C, et al. Gait variability among healthy adults: low and high stride-to-stride variability are both a reflection of gait stability[J]. *Gerontology*, 2009, 55(6): 702-706.
- [3] Hausdorff J M, Mitchell S L, Firtion R, et al. Altered fractal dynamics of gait: reduced stride interval correlations with aging and Huntington's disease[J]. *Journal of Applied Physiology*, 1997, 82(1): 262-269.
- [4] Hausdorff J M, Edelberg H K, Mitchell S L, et al. Increased gait unsteadiness in community-dwelling elderly fallers[J]. *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, 1997, 78(3): 278-283.
- [5] Maki B E. Gait changes in older adults: predictors of falls or indicators of fear[J]. *Journal of the American Geriatrics Society*, 1997, 45(3): 313-320.
- [6] Verghese J, Holtzer R, Lipton R B, et al. Quantitative gait markers and incident fall risk in older adults[J]. *Journals of Gerontology. Series A: Biological Sciences and Medical Sciences*, 2009, 64A(8): 896-901.
- [7] Hausdorff J M, Zeman L, Peng C K, et al. Maturation of gait dynamics: stride-to-stride variability and its temporal organization in children [J]. *Journal of Applied Physiology*, 1999, 86(3): 1040-1047.
- [8] Bollens B, Crevecoeur F, Detrembleur C, et al. Effects of age and walking speed on long-range auto-correlations and fluctuation magnitude of stride duration[J]. *Neuroscience*, 2012, 210(17): 234-242.
- [9] Pacheco J C R, Roman D T. What is the required series length for correct self-similarity analysis? [EB/OL]. [2012-11-22]. <http://biblioteca.coqcyt.gob.nx/bvic/Captura/upload/.../WHAT-IS-THE-REQUIRED-ARTREV.pdf>.
- [10] Qi J C, Yang H J. Hurst exponents for short time series[J]. *Physical Review E*, 2011, 84(6): 066114.
- [11] Zhang W Q, Qiu L, Xiao Q, et al. Evaluation of scale invariance in physiological signals by means of balanced estimation of diffusion entropy[J]. *Physical Review E*, 2012, 86(5): 056107.
- [12] Scafetta N, Grigolini P. Scaling detection in time series: diffusion entropy analysis[J]. *Physical Review E*, 2002, 66(3): 036130.
- [13] Peng C K, Buldyrev S V, Havlin S, et al. Mosaic organization of DNA nucleotides[J]. *Physical Review E*, 1994, 49(2): 1685-1689.
- [14] Kantelhardt J W, Koscielny-Bunde E, Henio H A R, et al. Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis[J]. *Physica A*, 2001, 295(3/4): 441-454.
- [15] Bonachela J A, Hinrichsen H, Munoz M A. Entropy estimates of small data sets[J]. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 2008, 41(20): 202001.

(编辑:石 瑛)