

自适应小波阈值函数的指纹图像去噪

李 雷, 魏连鑫

(上海理工大学 理学院, 上海 200093)

摘要: 针对指纹图像的特点,对传统小波阈值去噪方法中采用的软、硬阈值函数作了改进,并建立了多项式拟合模型,实现了参数 α 的自适应选取.仿真实验表明,该模型去噪效果优于软、硬阈值函数,且与最优 α 值去噪图像的峰值信噪比的相对误差在1%以内,对噪声强度的变化具有较强的自适应性.

关键词: 指纹图像; 阈值函数; 数据拟合; 峰值信噪比

中图分类号: TP 391 **文献标志码:** A

Adaptive Wavelet Threshold Function for Fingerprint Denoising

LI Lei, WEI Lian-xin

(College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: According to the characteristics of fingerprint images, the soft and hard threshold functions used in traditional wavelet threshold denoising method were improved and a polynomial fitting model was built to implement the adaptive selection of parameter α . Based on a large number of experimental data, and in the light of the fitting model α can be adaptively selected under different noise intensity and different wavelet decomposition levels. The computer simulation results show that the relative error of processed image PSNR between the results by using the model selected α and by using the optimal α is within 1%, and there appears a better visual effect. Furthermore, the method has a higher denoising efficiency and real-time processing ability compared to the soft and hard threshold methods with the increase of noise.

Key words: fingerprint image; threshold function; data fitting; peak signal to noise ratio (PSNR)

指纹识别技术被广泛应用于公安刑侦和产品安全验证中,然而由于设备和环境等因素的影响,使得采集到的指纹图像质量比较差,给指纹的快速识别对比带来了一定的麻烦.传统的图像去噪^[1]是在空间域实现的,主要方法有均值滤波法、中值滤波法和维纳滤波法.小波以其良好的时频特性和多分辨率

特性,使其在去噪领域得到广泛的应用^[2-10].最早的小波阈值去噪方法是由 Donoho 提出的 VisuShrink 方法^[7-9],该方法在减少噪声的同时能保持图像的局部奇异性,但仍然会过度“扼杀”小波系数,造成一定程度的细节丢失. Chang^[11], Kaur^[12]等改进了阈值的选取方法.本文针对指纹图像在采

收稿日期: 2013-04-20

基金项目: 上海市高校选拔培养优秀青年教师科研专项基金资助项目(5107341007)

第一作者: 李 雷(1989-),男,硕士研究生.研究方向:小波分析与应用. E-mail: lisanxx@126.com

通讯作者: 魏连鑫(1978-),男,讲师.研究方向:小波分析与应用. E-mail: weilianxin@usst.edu.cn

集过程中由于仪器或者传输通道而产生的高斯白噪声,改进了 VisuShrink 方法,提出了一种基于噪声强度和小波分解层数的自适应指纹去噪方法.

1 VisuShrink 方法基本原理

原始图像和噪声在小波变换后有不同的统计特性,图像本身的能量对应着较大的小波系数,主要集中在低频部分,而噪声的能量对应着较小的小波系数,分布于整个小波域中.根据这一特性,可以找到一个合适的实数作为阈值,当小波系数的幅值大于该阈值时,予以保留;当小波系数的幅值小于该阈值时,将小波系数置零.

小波阈值图像去噪的主要步骤:a. 选择合适的小波基函数和分解层数对噪声图像进行小波分解;b. 在小波域对分解后的各层系数进行阈值处理;c. 根据小波分解的低频系数和处理后的高频系数进行重构,得到去噪图像.

2 改进的阈值函数

2.1 改进的阈值函数

小波阈值去噪方法的关键是小波阈值的量化和阈值函数的选取.传统的阈值函数有软阈值和硬阈值,其函数表达式分别为

$$w'_{jk} = \begin{cases} \text{sgn}(w_{jk})(|w_{jk}| - \delta), & |w_{jk}| \geq \delta \\ 0, & |w_{jk}| < \delta \end{cases} \quad (1)$$

$$w'_{jk} = \begin{cases} w_{jk}, & |w_{jk}| \geq \delta \\ 0, & |w_{jk}| < \delta \end{cases} \quad (2)$$

式中, $\text{sgn}(w_{jk})$ 表示 w_{jk} 的符号; w_{jk} 为噪声图像的小波变换系数; w'_{jk} 为经过阈值函数处理后的小波系数; δ 为阈值.

软阈值函数连续,处理结果相对平滑,但处理后的小波系数会发生一定的收缩,造成一定程度的边缘模糊等失真现象.硬阈值函数虽然可以很好地保留图像的边缘等局部特征,但由于其在阈值点处不连续,处理后的图像会出现震荡、伪吉布斯效应.另外,软、硬阈值函数都有过度“扼杀”小波系数的缺点,会使指纹图像中很多重要的细节信息丢失,对此,本文提出了一种改进的阈值函数

$$w'_{ij} = \begin{cases} \alpha\delta + \text{sgn}(w_{ij})(|w_{ij}| - \alpha\delta) \cdot (1 - e^{(1-|w_{ij}|/\delta)}), & |w_{ij}| \geq \delta \\ \alpha w_{ij}, & |w_{ij}| < \delta \end{cases} \quad (3)$$

式中, $\alpha (0 \leq \alpha \leq 1)$ 为控制参数,其图像如图 1 所示.

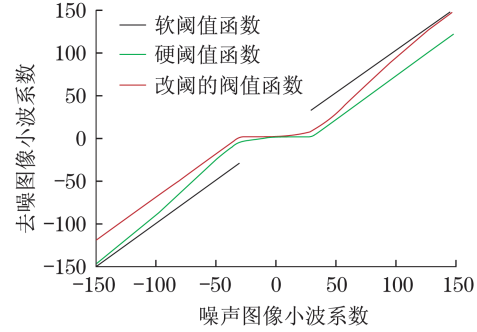


图 1 3 种阈值函数的对比 ($\delta = 30, \alpha = 0.2$)

Fig.1 Comparison of three kinds of threshold functions ($\delta = 30, \alpha = 0.2$)

当 $|w_{ij}| < \delta$ 时,改进的阈值函数保留了一部分原图像信息,避免了过度“扼杀”小波系数;在阈值点处, $\lim_{w_{ij} \rightarrow \delta^-} w'_{ij} = \lim_{w_{ij} \rightarrow \delta^+} w'_{ij}$, 即此函数是连续的,从而消除了硬阈值函数产生的震荡现象;当 $|w_{ij}| > \delta$ 时,小波系数收缩小于软阈值函数,降低了软阈值函数对图像造成的边缘模糊程度.

2.2 风险性分析

Donoho 等^[7-9]利用极小化极大估计建立了软、硬阈值理论基础,并对这些阈值估计方法进行了详细讨论.假设噪声图像 $Y = (y_n)_{n \in [1, n]}$ 为原图像 $X = (x_n)_{n \in [1, n]}$ 的观测值,即 $Y = X + \zeta b$. 其中, ζ 为噪声的方差, $b = (b_n)_{n \in [1, n]}$ 为独立同分布的高斯白噪声.该观察模型经小波变换后在小波域中可表示为, $w_i = f_i + \zeta b_i, i \in [1, n]$. w_i, f_i 分别为含噪图像与原图像的小波系数,白噪声 b_i 变换后在小波域中仍为白噪声 b_i .

对于小波模型 $w_i = f_i + \zeta b_i$,其 Oracle 投影子风险^[13]为

$$r_p(f) = \mathbf{E}\{\|f - w'\|^2\} = \sum_{i=1}^n \min(|f_i|^2, \zeta^2)$$

式中, f 为原图像小波系数; w 为去噪后小波系数.

当采用硬阈值估计方法时,其风险为

$$r_t(f) = \begin{cases} n\zeta^2, & |w_i| \geq \delta \\ \sum_{i=1}^n |f_i|^2, & \text{其它} \end{cases} \geq r_p(f)$$

硬阈值估计的风险大于 Oracle 投影子的风险.对于软阈值估计,适当选取 δ ,其 Oracle 投影风险接近于 Oracle 投影子的风险.

对于改进的阈值函数估计的风险 $r_n(f)$:

当 $0 < w_i < \delta$ 时,

$$r_n(f) = \mathbf{E}\{\|f - w'\|^2\} \leq$$

$$E\{\|f\|^2\} = \sum_{i=1}^n |f_i|^2$$

当 $-\delta < w_i < 0$ 时,

$$r_n(f) = E\{\|f - w'\|^2\} = E\{\|f - \alpha f - \alpha \zeta b\|^2\}$$

当 $|w_i| < \delta$ 时, 主要是噪声成分, 因此, $r_n(f) \leq \sum_{i=1}^n |f_i|^2$.

当 $|w_i| \geq \delta$ 时, $|w'| \leq |w_i|$, 则 $r_n(f) = E\{\|f - w'\|^2\} \leq n\zeta^2$.

因此, 改进的阈值函数估计的风险小于硬阈值函数的. 虽然改进的阈值函数的小波系数幅值收缩程度比软阈值函数的小, 其投影风险大于软阈值函数的, 但通过调节参数 α 和 δ 的大小, 可使其接近于软阈值函数估计的风险.

2.3 仿真实验

选取 FVC2004 指纹数据库中的 102_3.tif, 103_7.tif, 104_5.tif 这 3 幅图像, 分别利用软、硬阈值函数和改进的阈值函数进行仿真实验. 采用 Chang 等^[11] 提出的自适应阈值 $\delta_j = \sigma \sqrt{2 \ln(MN)/(j+1)}$, 其中, M, N 为图像的尺寸, σ 为标准差, j 为当前分解层数. 噪声图像经过小波分解后, 噪声系数主要集中在高频部分, 可以用分解尺度为 1 时的对角细节高频系数的标准差来估计噪声标准差. 对图像加入标准差为 18 的高斯白噪声, 采用 db3 小波作 3 层分解, α 分别取 0.1 与 0.2. 实验结果如图 2 所示. 只列举图像 104_5.tif 的实验结果, “图 2(e)”为 $\alpha = 0.1$ 时的去噪图像.



图 2 不同阈值函数的去噪效果对比 ($\alpha = 0.1$ 和 $\alpha = 0.2$)
Fig.2 The denoising effect comparison between various threshold functions ($\alpha = 0.1$ and $\alpha = 0.2$)

由图 2 看出, 经硬阈值函数和改进的阈值函数处理后的图像, 比软阈值函数处理后的图像更加清晰, 且细节特征更加明显. 表 1 列出了采用不同阈值

函数去噪后的峰值信噪比 PSNR. 当 $\alpha = 0.1$ 时, 改进的阈值函数去噪法比软、硬阈值函数去噪法获得了更高的 PSNR. 当 $\alpha = 0.2$ 时, 只有图像 102_3.tif 的 PSNR 值略低于硬阈值函数的. 因此, 通过适当地选取 α 值, 改进的阈值函数可以获得比传统的阈值函数更好的去噪效果.

表 1 3 种阈值去噪方法的 PSNR 比较

Tab.1 Comparison of PSNR between three kinds of denoising methods dB

方 法	图 像		
	102_3.tif	103_7.tif	104_5.tif
硬阈值方法	26.181 6	26.212 4	26.165 7
软阈值方法	25.766 8	26.043 2	25.941 2
改进阈值方法 $\alpha = 0.1$	26.846 2	27.063 3	26.945 8
改进阈值方法 $\alpha = 0.2$	26.113 3	26.677 1	26.647 2

3 自适应模型的建立与检验

3.1 最优参数 α 的自适应选取

由以上实验可知, 控制参数 α 的取值决定了去噪效果的好坏. 现通过实验进一步研究 α 对去噪效果的影响.

对图像 102_3.tif 分别加入标准差为 18, 21, 24, 27, 30, 33 的高斯白噪声, 利用改进的阈值函数进行去噪. 在区间 $[0, 1]$ 内, 利用二分法逐层确定 α 的最优值. 规定: 当二分次数 $s = 8$ 或 PSNR 之差 $\epsilon < 10^{-4}$ 时, 终止二分, 获得 α 最优值. 计算结果如表 2 所示, 保留两位有效数字. j 代表分解层数.

表 2 不同噪声强度和分解层数下的控制参数 α 最优值
Tab.2 The best α under different noise intensity and different decomposition layers

j	σ					
	18	21	24	27	30	33
1	0.24	0.22	0.19	0.17	0.15	0.14
2	0.005 0	0.005 0	0.005 0	0.005 0	0.005 0	0.005 0
3	0	0	0	0	0	0

注: 当 $j = 2$ 时, α 分布在 0.005 0 附近, 因此, 统一取 0.005 0.

分析表 2 的数据可知, 参数 α 在小波分解的第一层取值对去噪结果有着相对较大的影响. 随着噪声强度的增大和分解层数的增加, α 的取值呈变小趋势. 当 $j = 1$ 时, 噪声的大小与 α 的取值呈负相关关系, 采用多项式拟合将更符合模型的走势. 对表 2 数据分别进行 1~5 次多项式拟合, 对比模型的复相关系数(R-square)和误差平方和(SSE), 在 α 的取值

范围内,结合模型图像,本文选取经 3 次多项式拟合得出的 $\sigma-\alpha$ 模型,该模型复相关系数达到 0.998 3,误差平方和为 1.349×10^{-5} . 当 $j=2$ 时, $\alpha=0.005\ 0$;当 $j \geqslant 3$ 时, $\alpha=0$. 得到参数 α 关于噪声强度和分解层数的 $\sigma-j-\alpha$ 模型为

$$\alpha = \begin{cases} 2.401 \times 10^{-5} \sigma^3 - 1.658 \times 10^{-3} \sigma^2 + \\ \quad 2.968 \times 10^{-2} \sigma + 0.103\ 5, & j = 1 \\ 0.005\ 0, & j = 2 \\ 0, & j \geqslant 2 \end{cases} \quad (4)$$

当 σ 足够大,使得 $\alpha < 0$ 时,取 $\alpha = 0$.

3.2 模型验证

分别选取软、硬阈值函数、模型(1)的 α 值和最优 α 值对分别加入标准差为 14,25,36 的高斯白噪声的指纹图像 103_7.tif 进行去噪. 其中,噪声标准差为 25 的噪声图像的去噪效果如图 3 所示.

不同去噪方法的均方根误差峰值信噪比如表 3 所示.

表 3 不同 α 取值的峰值信噪比对比
Tab.3 Comparison of PSNR with different values of α

标准差	方法	峰值信噪比	均方根误差	α_1	α_2	α_3
$\sigma=14$	软阈值方法	27.197 7	11.134 1			
	硬阈值方法	28.274 6	9.835 8			
	自适应方法	29.158 0	8.884 7	0.251	0.005 0	0
	最优参数	29.160 6	8.882 0	0.267	0.005 0	0
$\sigma=25$	软阈值方法	24.495 5	15.197 2			
	硬阈值方法	23.564 4	16.916 8			
	自适应方法	25.437 9	13.634 7	0.173	0.005 0	0
	最优参数	25.440 4	13.630 8	0.188	0.005 0	0
$\sigma=36$	软阈值方法	22.820 1	18.430 4			
	硬阈值方法	20.663 9	23.623 5			
	自适应方法	23.246 3	17.547 9	0.148	0.005 0	0
	最优参数	23.258 0	17.524 4	0.120	0.005 0	0

α_j 代表 j 层参数 α 的取值, $j=1,2,3$. 3 个噪声图像的峰值信噪比分别为 25.186 4,19.809 5,16.982 9 dB.

由图 3 和表 3 可以看出,自适应模型和最优参数去噪效果接近,与软、硬阈值去噪相比,在更彻底去除噪声的同时,也保留了更多的图像细节信息,获得了更高的峰值信噪比和更小的均方根误差. 由自适应模型得出的 α 值与最优值去噪后图像的 PSNR 值相对误差在 1% 以内. 当 σ 分别为 14,25,36 时,其 PSNR 相比软、硬阈值法分别提高了 3.5%~7.9%,4.2%~9.5%,4.5%~15.3%.



图 3 不同 α 取值方法的去噪效果对比
Fig.3 The denoising effect comparison between processing methods with different values of α

其中,均方根误差

$$RMSE = \sqrt{MSE}$$
$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (f - w')^2$$

4 结 论

指纹图像去噪是指纹识别系统中的一个重要环节,对于指纹图像的读取、特征提取等具有重要的意义. 本文针对传统的软、硬阈值去噪法在指纹图像去噪中的不足,提出了一种自适应选取参数的阈值函数,在一定程度上弥补了软、硬阈值函数的缺陷. 仿真实验表明,该方法在有效去除噪声的同时,保留了指纹图像中重要的细节特征,与软、硬阈值法相比,去噪后的指纹图像有更好的视觉效果和客观评价.

(下转第 162 页)

参考文献:

- [1] Solomon S, Qin D, Manning M, et al. Intergovernmental panel on climate change, climate change 2007: the physical science basis [M]. New York: Cambridge University Press, 2007.
- [2] 丁仲礼, 段晓男, 葛全胜, 等. 国际温室气体减排方案评估及中国长期排放权讨论[J]. 中国科学, D 辑: 地球科学, 2009, 39 (12): 1659 - 1671.
- [3] Hansen J, Sato M, Kharecha P, et al. Earth's energy imbalance and implications[J]. Atmospheric Chemistry and Physics, 2011, 11(24): 13421 - 13449.
- [4] 石广玉. 大气辐射学[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [5] 盛裴轩, 毛节泰, 李建国, 等. 大气物理学[M]. 北京: 北京大学出版社, 2003.
- [6] McClatchey R A, Fenn R W, Selby J E A, et al. Optical properties of atmosphere [M]. 3rd. Cambridge: Air Force Systems Command, United States Air Force, 1973.
- [7] Mlawer E J, Taubman S J, Brown P D, et al. RRTM, a validated correlated-k model for the longwave [J]. Journal of Geophysical Research, 1997, 102: 16663 - 16682.
- [8] Iacono M J, Mlawer E J, Clough S A, et al. Impact of an improved longwave radiation model, RRTM, on the energy budget and thermodynamic properties of the NCAR community climate mode, CCM3 [J]. Journal of Geophysical Research, 2000, 105: 14873 - 14890.
- [9] Kai F M, Tyler S C, Randerson J T, et al. Reduced methane growth rate explained by decreased Northern Hemisphere microbial sources [J]. Nature, 2011, 476 (7359): 194 - 197.
- [10] Trenberth K E, Fasullo J T, Kiehl J. Earth's global energy budget [J]. Bulletin of the American Meteorological Society, 2009, 90(3): 311 - 323.
- [11] 王建兵. 环境工程与科学导论[M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2009.

(编辑: 金 虹)

(上接第 157 页)

参考文献:

- [1] 朱希安, 曹林. 小波分析及其在数字图像处理中的应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2012.
- [2] Malfait M, Roose D. Wavelet-based image denoising using a Markov random field a priori model [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 6 (4): 549 - 565.
- [3] Nikpour M, Hassanpour H. Using diffusion equations for improving performance of wavelet-based image denoising techniques [J]. IET Image Processing, 2010, 4(6): 452 - 462.
- [4] Kazubek M. Wavelet domain image de-noising by thresholding and Wiener filtering [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 10(11): 324 - 326.
- [5] Kim C S, Kang T J. Automated defect detection system using wavelet packet frame and Gaussian mixture model [J]. Optical Society of America, 2006, 23(11): 2690 - 2701.
- [6] Mark M, Nick K. Image denoising using derotated complex wavelet coefficients [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(9): 1500 - 1511.
- [7] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3): 613 - 627.
- [8] Donoho D L, Johnstone I M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage [J]. Biometrika, 1994, 81 (3): 425 - 455.
- [9] Donoho D L, Johnstone I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage [J]. Journal of the American Statistical Association, 1995, 90 (432): 1200 - 1224.
- [10] 王彦青, 魏连鑫. 一种改进的小波阈值去噪方法 [J]. 上海理工大学学报, 2011, 33(4): 405 - 408.
- [11] Chang S G, Yu B, Vetterli M. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising and compression [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(9): 1522 - 1531.
- [12] Kaur L, Gupta S, Chauhan R C. Image denoising using wavelet thresholding [C] // Proceedings of the Third Indian Conference on Computer Vision, Graphics & Image Processing. Ahmadabad: Allied Publishers Private Limited, 2002, 11: 1522 - 1531.
- [13] 马拉特. 信号处理的小波导引 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2003.

(编辑: 石 瑛)