

GDP 对称性与变换群

刘 姜

(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

摘要: 系统对称性和规范建模是将物理学的规范变换理论推广应用于各种经济系统、生物系统和人类社会系统,以期解决系统科学中如何刻画组元之间的相互作用等最基本的问题.针对商品市场经济系统的对称性与规范建模中的核心问题——发现不变量,首先从经济意义角度分析了 GDP 所揭示的商品经济的基本事实以及商品所具有的根本属性,进而给出了 GDP 对货币的 3 种对称性,并在科学层面上找出了对称性所对应的变换群,从而说明 GDP 是商品经济系统运动过程中的不变量.

关键词: GDP; 对称性; 变换群; 规范建模

中图分类号: N 94 **文献标志码:** A

Symmetries of GDP and Corresponding Transformation Groups

LIU Jiang

(Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: Symmetries analysis and gauge modeling of systems extend the gauge field theory from physics into economic systems, biological systems and social systems in order to solve the most fundamental problems in systems science such as how to describe the interaction between any two elements. On the core issue of finding invariants in gauge modeling of commodity market economic system, from the perspective of economic significance, the primary facts in commodity economy and fundamental properties of commodities revealed by GDP were analyzed, and then three kinds of symmetries of GDP with respect to money were clarified, and at the mathematical level, the transformation groups corresponding to the symmetries were presented, which reveals that GDP is an invariant in the movement of commodity economic system.

Key words: GDP; symmetries; transformation group; gauge modeling

复杂系统的复杂性主要来源于相互作用,它是指系统各组成部分之间存在的某种联系或者某种量的传递,刻画了相互作用就相当于理解了复杂系

统^[1]. 如何描述相互作用? 在物理学中,规范场理论能统一描述 4 种相互作用,是现代物理中刻画相互作用最成功的方法,并被公认为 20 世纪物理学中最

收稿日期: 2013-12-26

基金项目: 上海市一流学科建设资助项目(XTKX2012); 上海理工大学国家级项目培育基金资助项目(14XPQ01)

第一作者: 刘 姜(1983-),女,讲师.研究方向:复杂系统理论与方法、符号代数计算. E-mail: jliu113@126.com

重要的成就之一.该理论的核心问题之一是发现不变量.具体而言,任何物质系统均遵守能量守恒,任何运动变化过程本质上都是在能量守恒前提下的势能和动能的相互转换,从而可以构建转换过程的拉氏量(拉格朗日量)和相应的作用量^[2].如何将规范场理论推广应用至其它系统,亦即如何进行系统对称性分析和规范建模,文献[1]中论证其核心问题(要件)之一也是发现不变量.只要发现了系统的不变量,原则上就可以构建出“拉氏量”和相应的“作用量”,从而完全刻画组元之间的相互作用.

在商品市场经济领域,商品(包括实物和服务)从一方交换到另一方,作为物质,当然是守恒的,但这不是经济意义的守恒.那么,商品市场经济系统中的“不变量”是什么?本文通过分析GDP所揭示的商品经济的3项事实和商品均具有的根本属性,得出GDP对货币的3种对称性,并找出对称性所对应的变换群,从而论证GDP是经济系统运动过程中首先的“不变量”.在此基础上,又显示出劳动的分工和分工优势特性,发展出产品交换的商品经济和以货币为中介的产品交换.

1 GDP揭示了基本经济事实

GDP(Gross Domestic Product)是指一个国家(地区)按市场价格计算的常住生产单位生产活动的最终成果.

现在世界各国(地区)都按统一的规范统计并公布本国(本地区)的GDP.一般公布3个数据:现价GDP、不变价GDP、GDP增长率.GDP揭示了商品经济的3项事实:生产劳动(劳动力)的数量、产品的种类和数量、产品的市场价格及价格总量.这里,之所以称“事实”,是强调其不是概念阐述,也不是理论分析或数学运算.只要是商品经济的社会,无论任何时间和国家,无论是否进行了统计以及统计是否精确全面,这3项事实都是客观存在着.GDP只力求把事实反映得真实全面些.从经济学研究的“实证研究”和“规范研究”的视角来看,凡规范研究的内容都不应是GDP的统计所考虑的内容(如人们所说的“绿色GDP”).对GDP本身来说,只有精确和全面的程度问题,不存在目前人们分析的“局限性”问题.GDP所反映的只能是、只应是已存在的经济事实.

GDP揭示了商品均具有的根本属性:一是生产劳动的产品;二是社会认可的使用价值,即有效用;三是商品的有效性还必须不是生产者自己使用,是

为别人使用,也就是商品的效用必须通过交换才能实现,这就是“价格”的实质.商品具有的根本属性,是互为依存的,尤其是劳动和效用,是一个钱币的两面,不可能脱离对方定性定量刻画自己这一方.

GDP的市场价格(单个商品的市场价格和全部商品的市场价格总量),是在统一不可分的意义上揭示了商品在劳动和效用上的-体性,即既标示了商品的劳动价值(效用)量,也标示了商品的效用劳动量.也就是说,相同价格的商品,其付出的生产劳动是等价的,效用是等价的,效用和劳动的对应关系也是等价的.等价的形成是现实的社会过程,是商品交换主体间的“现实均衡”.劳动要视其产生的效用大小,效用要考虑付出的劳动代价.但是,无论理论上如何繁复,每个时刻都存在现实的单个商品的价格和价格总量.基于以上的分析,商品价格的客观含义体现于:对于同质的商品,等效商品的劳动是等价的;对于异质的商品,其价格是劳动交换的比例,这个比例的确定,是复杂的社会过程,本质上是基于大数定律的“拍卖”、“招标”的过程.

商品交换必需以货币为中介进行买卖.关于货币的产生和功能,已有翔实的研究(如马克思在撰写《资本论》第一卷所作的研究).本文将着重指出货币量和商品量的实质关系.

设A国某年的GDP其货币标度为1000万元,可以认为是把一年生产商品的劳动价值量的总量分为1000万等分,1元代表劳动价值量总量的 $1/1000$ 万.凡1元价格的产品,其劳动价值量等于劳动价值量总量的 $1/1000$ 万;3元价格的商品,其劳动价值量等于劳动价值量总量的 $3/1000$ 万.在货币是商品交换的媒介时,1000万元的生产劳动最终成果,应有1000万元的货币相对应.在GDP统计后,随着劳动产品的增加,应有等值的货币增加,否则就会出现货币的增值或贬值.

基于以上的事实和说明,本文在进一步展开理论阐述时约定:GDP是基于效用测度的劳动价值量,并以此为理论演绎的事实前提.

商品是生产劳动的产出,这是商品存在的根本源头.每个商品都有其付出的劳动量,但是生产具体商品所付的具体劳动是千差万别的,如何进行定量的度量?既然生产商品的劳动有无价值,是由有无效用决定的,那么就可以通过效用的量化来测度劳动.事实上,经济本身时刻在进行着这种度量.关键的难点在于:GDP的统计如何在操作层面上揭示出这种度量.经过近300年的努力,获得全世界认可的

GDP 实现了这个目标.

作为反映商品经济基本事实的 GDP,既不包含没有社会认可的有效用的劳动产品,也不包含可以交换到货币(即有价格)的但不是劳动成果的物品或其它形式的任何东西(这类交换,只是劳动所得者把持有的货币渡让给其他人,这种过程并不影响劳动成果的商品和货币的对应关系).

由于 GDP 是基于效用排序的统计量,基于上文所约定的 GDP 是基于效用测度的劳动价值量,亦即统计 GDP 的商品价格是基于效用测度的劳动价值量,于是推理得:单位劳动价值量的劳动应该对应确定的劳动力(活劳动)的劳动时间(劳动日或劳动小时,GDP 的统计平均值).作为劳动价值量,一旦测定,即是客观不变的,是随后各种修正和变换的原形和出发点.

2 对称性和变换群

GDP 的对称性是指 GDP 在某种变换或变化下的不变性.由商品所具有的根本属性表现出商品劳动价值量对货币的 3 种对称性:

a. 升降不变性,即对于货币单位升降的不变性.

b. 涨缩不变性,即对于货币升值贬值的不变性.

相对现价 GDP,不变价格 GDP 就体现了上述两种不变性.

c. 交换(买卖)的不变性.

前已述及,在货币是商品交换的媒介时,1 000 万元的生产劳动最终成果,应有 1 000 万元的货币相对应.在 GDP 统计后,随着劳动产品的增加,应有等值的货币增加,否则就会出现货币的增值或贬值.

现定义:货币所对应的商品价值,即所代表的商品价值,就是货币价值.在以货币对商品进行买卖(交换)时,经常是不等价交换,但无论是“贱买贱卖”或“贵买贵卖”,商品价值和货币价值,以及两者的总值均是守恒的.

科学层面的“对称性”有特定的数学语言,这就是变换群^[3].本文找出了上述对称性所对应的群——涨缩群和对称群.

对于“升降不变性”和“涨缩不变性”,将某一固定年份的单位货币所包含的劳动价值量记为 x_0 ,任意年份的单位货币所包含的劳动价值量 x 与 x_0 的比值一定包含在集合 $\left\{\frac{x}{x_0} \mid x, x_0 > 0\right\}$ 中,该集合中

所有元素在数乘运算下组成一个涨缩群,不妨记为 G_1 ,单位元为 1,每个元素的逆元为其倒数(也属于该集合),即 $\frac{x}{x_0}$ 的逆元为 $\frac{x_0^2/x}{x_0}$.

任意不变价 GDP(不妨记为 w ,并不失一般性,可假设不变价的基期为 x_0 所对应的年份)在货币单位升降和货币升值贬值下不变,可看作群 G_1 中每个元素定义了 w 上的一个变换,并且 w 在该变换下保持不变,即

$$\frac{x}{x_0}: w \rightarrow \left(\frac{x}{x_0} w\right) \frac{x_0}{x} = w$$

对于“交换(买卖)的不变性”,所有商品可编号为 $C_1, C_2, \dots, C_n$ (注意:即使是同一种的任两个商品也是不同的,因此编号不同),所有参与买卖的对象编号为 $P_1, P_2, \dots, P_m$,考虑笛卡尔积 $\{C_1, C_2, \dots, C_n\} \times \{P_1, P_2, \dots, P_m\} \times \mathbb{Q}$,这里 $\mathbb{Q}$ 为有理数集,不妨记该笛卡尔积为 Σ .商品的买卖可用集合 Σ 上的一个置换(即 Σ 到自身之上的一个一一对应)表示.这是因为:单个商品 C_i 在买家 P_k 和卖家 P_j 之间以价格 q (在固定货币单位下)成交,这里 $q \geq 0$,不妨假设 $k < j$,可以用如下的置换表示,即

$$\sigma = \begin{bmatrix} \dots(C_{i-a}, P_b, q_c) \dots (C_i, P_k, -q) \dots \\ (C_i, P_j, q) \dots (C_{i+d}, P_e, q_f) \dots \\ \dots(C_{i-a}, P_b, q_c) \dots (C_i, P_j, q) \dots \\ (C_i, P_k, -q) \dots (C_{i+d}, P_e, q_f) \dots \end{bmatrix}$$

式中, $1 \leq i-a \leq i \leq i+d \leq n; 1 \leq b, e, k, j \leq m; q_c, q_f \in \mathbb{Q}$.而多个商品的多次(转手)买卖则可用上述表示单个商品单次买卖的置换的乘积(即 Σ 到 Σ 映射的合成)表示,当然仍是置换.

另一方面,集合 Σ 上的全部置换构成 Σ 上的对称群(不妨用 $S(\Sigma)$ 表示),也就是说商品买卖一定包含在对称群 $S(\Sigma)$ 中.

3 结束语

商品的交换双方,是发生相互作用的双方.对于“相互作用”科学层面的研究,在物质结构领域(物理学研究领域)20 世纪有了划时代的进展,这就是以杨振宁为代表提出的相互作用的规范场理论^[4].物质结构层次的相互作用规范理论,是以相互作用传递不变量为事实前提的,如电磁相互作用是以传递电荷不变量这个事实为前提.类比规范场理论的科学内涵,商品交换的双方也交换经济范畴的不变量,

这种不变量在各自的经济系统有独立的对称变换,但通过特定的“联络”^[6],可以传递到对方.

本文论证了 GDP(以效用测度的劳动价值量)是商品经济最基本的不变量,由此可以进一步演绎出机会成本的守恒,以及机会成本不等式的“补偿势”,从而可以引进商品经济系统的“补偿场”(C场)^[1].

参考文献:

[1] 奚宁.规范场理论的扩展研究——A场→B场→C场

[J].上海理工大学学报,2013,35(4):325-328.

[2] 戴元本.相互作用的规范理论[M].2版.北京:科学出版社,2005.

[3] Scott W R. Group theory [M]. New York: Dover Publications,1987.

[4] Yang C N, Mills R L. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance[J]. Physical Review, 1954, 96(1):191-195.

[5] 李华钟.规范场理论和金融市场模型[J].物理,2006,35(9):740-749.

(编辑:丁红艺)

(上接第415页)

[11] Ahmad B, Ntouyas S K. Existence results for nonlocal boundary value problems of fractional differential equations and inclusions with strip conditions [J]. Boundary Value Problems (Springer), 2012:55.

[12] Guezane-Lakoud A, Khaldi R. Solvability of a fractional boundary value problem with fractional integral condition [J]. Nonlinear Analysis: Theory Method & Applications, 2012, 75(4):2692-2700.

[13] Khan R A, Rehman M U, Henderson J. Existence and uniqueness of solutions for nonlinear fractional differential equations with integral boundary conditions [J]. Fractional Differential Calculus, 2011, 1(1):29-43.

[14] 窦丽霞,刘锡平,金京福,等.分数阶积分微分方程多点边值问题解的存在性和唯一性[J].上海理工大学学报,2012,34(1):51-55.

[15] 王淑,贾梅,祁卫杰.非线性项变号的分数阶微分方程边值问题正解的存在性[J].上海理工大学学报,2013,35(1):1-6.

[16] Feng M Q, Zhang X M, Ge W G. New existence results for higher-order nonlinear fractional differential equation with integral boundary conditions [J]. Boundary Value Problems (Hindawi), 2011:720702.

(编辑:石 瑛)