

多输入多输出系统的加权多模型自适应控制研究

吕冠儒¹, 张维存², 刘文璐²

(1. 中国科学院国家天文台, 北京 100012; 2. 北京科技大学 自动化学院, 北京 100083)

摘要: 针对单入单出系统设计的加权算法无法在多输入多输出系统中得到较好的控制效果, 对加权多模型自适应控制中的加权算法进行研究, 并设计矢量与标量两种加权算法, 研究多变量系统中标量以及矢量权值对系统的影响. 同时, 对加权算法中的误差性能指标进行研究, 选取不同的误差性能指标, 研究不同误差性能指标对权值收敛速度的影响. 通过 Matlab 搭建 Simulink 仿真模型, 对加权算法进行仿真. 仿真结果显示, 采用定常系数的误差性能指标的标量加权算法能对多输入多输出系统做出理想的控制效果.

关键词: 多输入多输出; 加权多模型自适应控制; 加权算法

中图分类号: TP 301.6 **文献标志码:** A

Weighted Multiple-Model Adaptive Control of Multiple-Input Multiple-Output Systems

LV Guanru¹, ZHANG Weicun², LIU Wenlu²

(1. National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China;

2. School of Automation and Electrical Engineering, Beijing University of Science and Technology, Beijing 100083, China)

Abstract: The weighted multiple-model adaptive control (MMAC) has been successfully used for single-input single-output (SISO) systems, but for multiple-input multiple-output (MIMO) systems, satisfactory application results are still quite few. The weighting algorithm designed for SISO systems could not work well on MIMO systems. In the paper, two different weighting methods, namely, the scalar and vector weighting algorithms were considered and their effectiveness were verified through Matlab simulations. The weighting algorithms' parameters were adjusted in order to quickly recognise the change of system parameters. Different error performance index has influence on the convergence speed of the weighing value. Through Matlab simulations, it is found that the scalar weighting algorithm with constant coefficient error performance index mentioned in the paper can achieve an ideal control effect on MIMO systems.

Key words: MIMO; weighted multiple model adaptive control; weighting algorithm

收稿日期: 2013-12-04

基金项目: 国家高技术研究发展计划(863)资助项目(2011AA060408); 国家重点基础研究发展计划(973)资助项目(2012CB821203)

第一作者: 吕冠儒(1988-), 男, 硕士研究生. 研究方向: 控制理论与应用. E-mail: lgr0106@gmail.com

通信作者: 张维存(1962-), 男, 副教授. 研究方向: 控制理论与应用. E-mail: weicunzhang@263.net

多模型的基本思想最初由 Magill 提出^[1],用以解决参数不确定问题,其主要思想是用一组状态估计器的估计值进行加权组合,实现最优估计和最优控制.1971 年,Lainiotis^[2]首次正式提出加权多模型自适应控制(MMAC)的概念.

MMAC 试图用多个辨识模型来实现对被控对象特性的覆盖.对于每一个子模型,设计相应的子控制器.在实际运行时,通过系统在线辨识,即权重的计算,将有限个子控制器组合成能对被控对象在不同工况内实行控制的自适应控制器.如果现有模型都不能满足当前被控对象的工作特性要求,还可以通过自适应在线辨识新的辨识模型,加入子模型中,并在线设计相应的子控制器加入子控制器集中,这样使得整个控制过程能满足暂态、静态性能指标和快速性的要求^[3].

MMAC 可以看作是一种基于软切换的多模型自适应控制,与增益调度控制有一定的相似性.当模型参数发生改变时,系统的输出比较平滑,控制律的对应权重不是突变的,而是平滑的过渡,因此对系统的执行机构损害小,系统的输出不会在切换时出现大的跳跃.也因为其平滑过渡的特点,使该技术在很多领域获得成功应用,特别是在医学领域,如通过对输入药物的调节达到对病人的动脉血压和心脏输出进行控制,可以取得比常规控制更好的效果^[4].

对于多输入多输出系统控制,国内外已作了很多研究,传统的 PID、鲁棒控制等控制方式均可以很好地控制多变量系统.但是对于多模型自适应控制在多变量系统中的应用,还没有得到充分研究.目前多模型自适应控制大多以单入单出的单变量系统作为研究对象,而在多输入多输出系统上的研究较少.针对多输入多输出系统模型集的构建以及加权算法在多输入多输出系统中 MMAC 的应用,国内尚未有系统研究.

本文从模型集的构建、子模型控制器的设计以及加权算法等方面,对多输入多输出系统的 MMAC 进行研究.

1 加权算法

简易的 MMAC 系统框图见图 1.其中, $y_r(k)$ 为 k 时刻系统的参考输入; C_i 为已知模型集里第 i 个子模型的控制器; $p_i(k)$ 为 k 时刻控制器 C_i 的控制律 $u_i(k)$ 所对应的权重. k 时刻控制器产生的控制律 $u_i(k)$ 分别与各自对应的权重 $p_i(k)$ 相乘后累加

求和,得到加权求和后全新的控制律 $u(k)$,将控制律作用于被控系统上,得到系统输出 $y(k)$.输出误差为系统输出 $y(k)$ 与子模型各自的输出 $y_i(k)$ 之差的绝对值,即 $e_i(k) = |y(k) - y_i(k)|$.

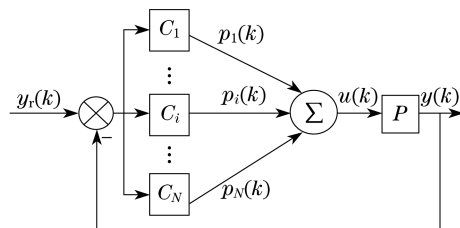


图 1 简易的 MMAC 系统框图

Fig.1 Simple block diagram of MMAC system

对于 MMAC 来说,加权算法是其中的核心内容,加权算法的好坏直接影响到是否能准确快速地选出与实际被控对象最为接近的子模型.

1.1 加权算法设计

传统的利用后验概率来计算加权多模型各控制器权重的方法,在实际计算过程中比较复杂,对计算量的要求较高.加权多模型自适应控制器对每个子模型设计子模型控制器,然后被控系统的控制器由各子模型控制器与对应的权值线性组合构成.

加权算法的基本思想是,模型集里的模型与系统的实际模型越接近,其对应的权值就越大,权值的变化是平滑而非突变的,从而达到模型软切换的目的.只要符合这种思路的加权算法,从理论上都是可行的.

由于实际被控系统与模型集中的子模型不一定完全一致,因此实际被控对象的输出 $y(k)$ 与模型集中的每个子模型输出 $y_i(k)$ 都存在输出误差 $e_i(k)$.模型的接近程度通过 $e_i(k)$ 的大小来评价,对于单变量系统来说, $e_i(k)$ 为标量,其大小可以直接进行标量大小比较.增大误差较小的子模型的权重,减小误差较大的子模型的权重,使得最终最为接近真实模型的子模型的权重最终收敛到 1,而其它子模型的权重收敛到 0,达到模型识别的目的.用识别好的子模型控制器对被控对象进行控制,可以达到较好的控制效果^[5-6].

基于以上的加权算法的思路,设计以下加权算法:

a. 初始化设置.设模型集子模型 M_i 输出与实际被控对象 P 的输出偏差为 $e_i(k)$.在加权算法开始时,令各子模型的权值相等,即设置各子模型控制器的权重 $p_i(0)$ 以及权值计算指标 $l_i(0)$ 在初值时刻均等,即 $l_i(0) = p_i(0) = 1/N$, N 为模型集中子

模型的个数.

b. 计算误差性能指标 $J_i(k)$.

c. 比较误差性能指标. 令 $l'_i(k) = 1 + J_i(k)$, 对偏差进行累加, 式中, 在 $J_i(k)$ 前加 1 是为了防止在加权程序开始时指标 $l'_i(k)$ 作为分母等于 0 造成程序计算出错. 比较各个子模型的 $l'_i(k)$, 选出指标最小值 $l'_{\min}(k)$.

d. 计算权值计算指标 $l_i(k)$. 以指标最小值 $l'_{\min}(k)$ 作为分子, k 时刻每一个子模型的指标 $l'_i(k)$ 作为分母, 得到一个小于 1 的比例系数, 用该比例系数乘以上一时刻的权值计算指标 $l_i(k-1)$, 得到当前时刻的权值计算指标 $l_i(k)$.

e. 计算子模型权值 $p_i(k)$. 将各个子模型的权值计算指标累加求和, 作为计算权值的分母, 子模型的权值计算指标 $l_i(k)$ 作为计算权值的分子, 即

$$p_i(k) = l_i(k) / \sum_{i=1}^N l_i(k)$$

f. 控制律合成. 用各子模型控制律与各子模型的权值相乘后累加, 得到加权后的系统的控制律

$$u(k) = \sum_{i=1}^N p_i(k) u_i(k)$$

该算法可以选择与真实被控对象偏差最小的子模型, 并用这个子模型所对应的子控制器控制被控对象. 该方法的优点是子控制器之间的切换过程相对平滑, 系统的输出不会出现大的跳跃, 在实际生产中对执行机构损害较小, 在实际工业过程中使用时比较安全方便.

1.2 矢量加权与标量加权

对于多输入多输出系统而言, $e_i(k)$ 通常不是标量, 而是一组矢量误差, 即

$$E_i(k) = \begin{bmatrix} e_{i1}(k) \\ e_{i2}(k) \\ \vdots \\ e_{in}(k) \end{bmatrix}, j = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

式中, $e_{ij}(k)$ 为第 i 个子模型的第 j 个输出误差.

鉴于多输入多输出 MMAC 系统的输出误差为矢量输出误差, 多入多出系统的加权算法与单入单出系统的加权算法有所不同, 本文尝试用两种不同的处理思路处理加权算法.

一种思路是将矢量输出误差进行处理, 使其变成标量误差, 再进行加权计算. 可以采用取范数的方法使矢量误差转换成标量误差, 这种思路进行加权计算后每个子模型的权重 p 均为标量.

另一种思路是对矢量误差中的每一个元素分别

进行加权计算, 得到矢量的加权重, 即

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11} p_{11} + \dots + u_{n1} p_{n1} \\ u_{12} p_{12} + \dots + u_{n2} p_{n2} \\ \vdots \\ u_{1n} p_{1n} + \dots + u_{nn} p_{nn} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中, u_{ij} 为第 i 个子模型第 j 个控制分量; p_{ij} 为第 i 个子模型第 j 个输出误差分量经过加权算法计算后得到的权值. 加权算法计算得到的权值为一组权值矩阵.

两种加权算法是否都可以准确地选择出最优的子模型, 控制律能否较好地控制实际被控对象, 以及两种方法选出的控制律哪种对系统的控制效果最好, 是本文研究的重点.

1.3 误差性能指标选取

加权误差性能指标公式为

$$J_i(k) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k e_i^2(j) \quad (3)$$

在时间乘以误差绝对值积分 (ITAE) 基础上^[7], 对 ITAE 指标进行了优化, 给输出误差均等的附加权重 $1/k$. 可见, 这个权重的大小与计算的采样时刻有关, 采样时间越长, k 值越大, 权重系数越小. 这种性能指标考虑了历史时刻以及当地时刻的输出误差, 从物理意义上看, ITAE 指标是对采样时间内的误差曲线进行积分运算, 得到的误差指标实际为误差曲线与坐标轴所围成的图形的面积大小, 而带有权重 $1/k$ 的误差性能指标为单位采样时间内的误差面积大小. 相比 ITAE 指标, 该指标数值较小, 方便后面加权算法的继续计算, 且可以更好地减小某一时刻随机干扰对系统的影响, 进一步提高算法的稳定性.

定常权值系数的加权性能指标公式为

$$J_i(k) = \alpha e_i^2(k) + \beta \sum_{j=1}^L \theta^j e_i^2(k-j) \quad (4)$$

式中, α 为当前时刻的误差系数; β 为历史时刻的误差系数, 分别表示当前时刻误差和历史时刻误差对性能指标影响的关注程度. α 权重越高, 表示越关注当前时刻的误差对系统的影响; 反之, β 权重越高, 表示越关注历史时刻的误差对系统的影响. 且有 $\alpha > 0, \beta > 0, \alpha + \beta = 1$. L 为关注的历史采样数据的个数, θ 统一置为 1, 即对历史时刻的数据同等关注.

该类型误差性能指标与只关注当前时刻误差的一般型误差性能指标相比, 由于增加考虑了历史误差对系统的影响, 因此能够有效地避免由随机误差

或干扰引起的系统辨识错误,使系统更加稳定.

1.4 加权算法参数优化

对于定常权值系数的误差性能指标式(4),其中 α 和 β 的大小对权值收敛速度的影响是不同的. 对于时变系统,由于系统会随着时间发生改变,所以应该对当前时刻的误差关注程度较高,即当前时刻的误差系数 α 越大,以提高加权算法对系统发生改变的敏感程度;对于定常系统,系统确定不变,则增大对历史时刻误差的关注程度,有利于提高权值收敛速度 β ,以及加权算法的稳定性和抗干扰性.

对权值计算指标的优化为

$$l_i(k) = \frac{l'_{\min}(k)}{l'_i(k)} l_i(k-1) \quad (5)$$

权值计算指标采用递归的方法,当前时刻的权值计算指标为上一时刻的权值计算指标与比例系数 $\frac{l'_{\min}(k)}{l'_i(k)}$ 的乘积. 从式中不难看出,该比例系数为一个不大于 1 的真分数,其作用是为了加快权值收敛速度,子模型的输出误差越大,该系数数值越小. 为了进一步加快权值的收敛速度,可以对该比例系数进行乘方.

2 Matlab 仿真

对于一个两输入两输出的多变量系统,有

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx$$

$$\text{式中, } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -50 & -4 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

在实际被控系统中, A 矩阵中第 2 行第 1 列的元素不确定,为区间 $[-50 \ -80]$ 中的某一个值. 利用 Matlab 的 Simulink 工具对系统进行仿真,模型集简单设置 3 个子模型,即

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -50 & -4 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -60 & -4 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -80 & -4 \end{bmatrix}$$

采用极点配置的方法,分别设计状态反馈矩阵 K 以及各自的控制律 u . 反馈矩阵 K 通过 Matlab 函数计算求得. 控制律计算公式为

$$u = y_r + Kx$$

对子模型以及实际被控对象施加控制律 u , u 为经过加权算法计算后得到的控制律. 将该控制律施加到模型集子模型以及实际被控对象模型上,得到相应的输出,3 个子模型输出与实际被控对象输出作差,得到相应的 $e_i(k)$,对 $e_i(k)$ 取范数. 当实际被控对象系统的参数为 59 时,3 个子模型与实际被控对象的输出误差如图 2 所示.

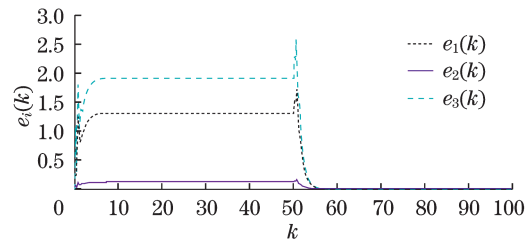


图 2 输出误差曲线

Fig.2 Curve of system output error

从图 2 曲线可以看出,参数为 60 的子模型与参数为 59 的实际被控对象的输出误差最小,模型相似程度最近. 在加权算法计算相应权值时,应使参数为 60 的子模型的权重较大,而参数为 50 以及 80 的两个子模型权重相对较小,使得经过加权后的控制律在控制实际被控对象时控制效果最优,输出误差最小.

分别运行上文提到的矢量加权以及标量加权算法,观察参数为 60 的子模型权值收敛的速度以及实际被控系统的输出曲线,权重收敛曲线如图 3—5 所示. 可以看出,加权算法可以准确地选中输出误差最小的子模型,使其权重收敛为 1.

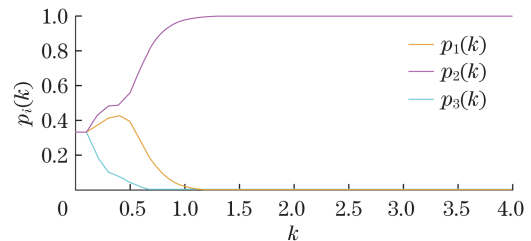


图 3 子模型权值收敛曲线

Fig.3 Curve of sub-models' weight convergence speed

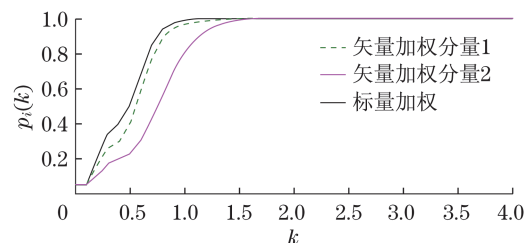


图 4 矢量与标量加权算法权值收敛曲线

Fig.4 Curve of weight convergence speed with scalar and vector weighting algorithms

由图 3 可以看出,只有最为接近实际被控系统的子模型的权值收敛为 1,其余子模型的权值最终收敛为 0,即加权算法可以达到选出最为接近真实被控系统的子模型的目的.

矢量加权系数的控制律是对各个控制分量分别计算权值,最终控制律是各个子控制量的加权和. 从图 4 的曲线上看,标量加权重量的收敛速度要比矢

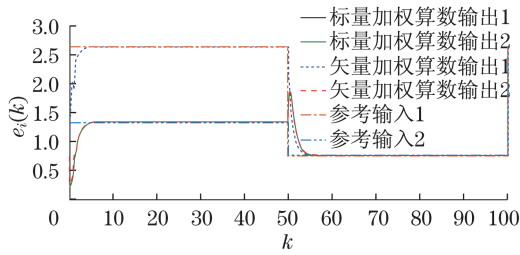


图5 矢量与标量加权算法系统输出曲线

Fig.5 Curve of system output with scalar and vector weighting algorithm

量加权各分量权值的收敛速度要快,且控制律不需要计算加权和,能较快地选择出误差最小的最优控制律对系统进行控制.由图4可以看出,相比矢量加权算法,标量加权算法的权值收敛速度更快,控制系统输出更平稳,因此,标量加权算法要优于矢量加权算法.

由图5可以看出,标量加权计算出的控制律控制的系统输出相对较平稳,控制输出没有较大的波动.而矢量加权的控制律控制系统的输出相对波动较大,两种方法都能达到选出最优的控制律的效果,使得系统的输出误差最小.

采用式(3)和式(4)两种误差性能指标进行加权计算,比较两种误差性能指数对加权算法权值收敛速度的影响.两种误差性能指标的区别在于第一种性能指标各时刻误差的系数是可变的,第二种性能指标误差系数为定常的,该系数表明对各时刻误差的关注程度,系数越大,表示对该时刻的误差关注程度越高.

选取两组不同常系数的定常系数以及变系数误差性能指标进行仿真,比较其对第二个子模型加权权值收敛速度的影响.两组常系数分别为 $\alpha = 0.9, \beta = 0.1$ 和 $\alpha = 0.7, \beta = 0.3$.仿真结果如图6所示.可以看出,同为常系数误差性能指标,不同的常系数对权值收敛速度有不同影响. α 越小, β 越大,权值收敛速度越快,即在定常系统中,历史误差对权值收

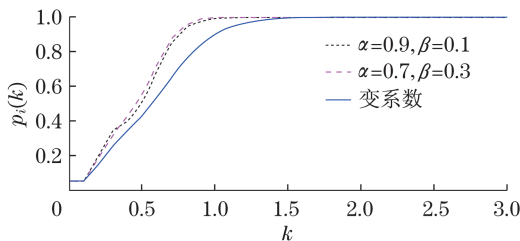


图6 常系数与变系数指标权值收敛曲线

Fig.6 Curve of weight convergence speed with constant and variable coefficient error performance indexes

敛速度有较大的影响,当前时刻的误差对收敛速度影响相对较小.相比常系数误差性能指标,采用变系数 $(1/k)$ 误差性能指标的权值收敛相对较平稳,不过收敛速度较慢,因为随着时间 k 的增大,误差的系数 $1/k$ 值会越来越小,当前时刻的误差与历史时刻的误差被附加同样的比例系数,降低了权值收敛速度.

在计算权值时,权值计算指标见式(5).

为了加快权值的收敛速度,将权值计算指标公式中的比例系数 $\frac{l'_{\min}(k)}{l'_i(k)}$ 取其平方,用 Matlab 进行仿真,观察权值收敛速度.

选取第二个子模型的权值收敛曲线进行比较,比例系数的指数 n 对权值收敛的影响如图7所示.图中常系数下的误差系数 $\alpha = 0.9, \beta = 0.1$.可以看出,无论是常系数还是变系数,对比例系数平方处理后,会显著提高权值的收敛速度,但是增大比例系数的指数,会明显增加算法的计算量,增大运算负担.因此,适当增大比例系数的指数,对加快权值收敛速度,加快系统反应有着较为明显的效果.

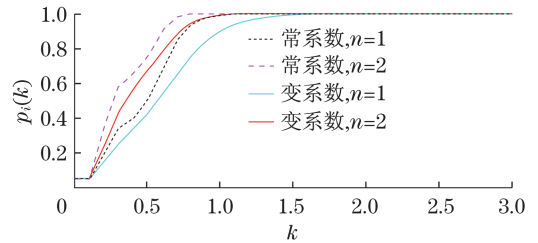


图7 比例系数的指数对权值收敛的影响

Fig.7 Curve of weight convergence speed with different scale coefficients

通过该加权算法,观察系统的输出与参考输入曲线,如图8所示.可以看出,MMAC可以快速准确地选出与被控对象最为接近的子模型对系统进行控制,并达到输出跟踪参考输入的效果.

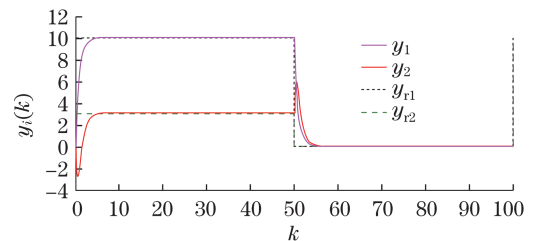


图8 系统输出曲线

Fig.8 Curve of system output

此外,对多个模型不同的系统,设计离线模型集以及控制器集,对本文提到的 MMAC 算法进行验证.通过 Matlab 仿真观察,系统均可达到较好的控

制效果.

3 结 论

通过 Matlab 仿真可以看出,在多输入多输出系统中,标量的权值可以更快选中与实际被控对象最为接近的子模型,且相比矢量权值,控制律对被控对象的控制效果更优,系统输出更稳定.因此在设计加权算法时,使用标量加权算法会达到更好的控制效果.针对线性定常系统,在加权算法中采用定常系数的误差性能指标会加快权值的收敛速度,且对历史误差数据的系数越大,关注程度越高,权值的收敛速度越快.

参考文献:

- [1] Magill D T. Optimal adaptive estimation of sampled

(上接第 158 页)

参考文献:

- [1] Jamil T. Design and implementation of a parking helper [C] // Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science. San Francisco: IEEE, 2009: 978 - 988.
- [2] Nejad M K. Fuzzy logic based autonomous parallel parking of a car-like mobile robot [D]. Montreal: Concordia University, 2006.
- [3] Lee J Y, Lee J J. Multiple designs of fuzzy controllers for car parking using evolutionary algorithm [C] // Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Mechatronics. Kumamoto: IEEE, 2007: 1 - 6.

stochastic processes [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1965, 10(4): 434 - 439.

- [2] Lainiotis D G. Optimal adaptive estimation: structure and parameter adaption. [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1971, 16(2): 160 - 170.
- [3] 袁向阳, 施颂椒. 基于多模型的自适应控制研究进展 [J]. 上海交通大学学报, 1999, 33(5): 626 - 630.
- [4] 张维存. 加权多模型自适应控制的稳定性 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(12): 1657 - 1660.
- [5] Zhang W C. Stable weighted multiple model adaptive control: discrete-time stochastic plant [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2013, 27(7): 562 - 581.
- [6] 张智焕, 王树青, 王让定. 非线性多模型控制及仿真研究 [J]. 系统仿真学报, 2003, 15(7): 919 - 921.
- [7] 任贝贝. 基于多模型的自适应控制系统的研究 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2004.

(编辑: 董 伟)

- [4] 刘钰, 马艳丽, 李涛. 基于 Bezier 曲线拟合的自主平行泊车轨迹模型仿真 [J]. 科技导报, 2011, 29(11): 59 - 61.
- [5] 孟繁微. 车辆垂直泊车转向控制算法研究 [D]. 长春: 吉林大学, 2011.
- [6] 黄贞辉, 陈玮, 涂建. 家用变频空调温度模糊控制算法研究 [J]. 上海理工大学学报, 2013, 35(2): 169 - 174.
- [7] 杨昔阳, 尤晴曦, 李洪兴. 基于变论域理论的自动倒车控制 [J]. 北京师范大学学报 (自然科学版), 2005, 41(4): 348 - 350.
- [8] 魏赞, 韩印, 范炳全. 基于多智能体和模糊控制的道路交叉口建模与仿真 [J]. 上海理工大学学报, 2010, 32(3): 259 - 262.

(编辑: 董 伟)