

基于小波极值理论的中国股市风险研究

董晓玉, 李星野

(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

摘要: 运用条件风险价值(CVaR)模型实现对市场风险的监控,把小波变换和极值理论结合在一起对 CVaR 进行估计. 第一阶段,用小波方法确定广义 Pareto 分布的阈值;第二阶段,把基于小波变换的阈值运用到极值理论中,然后运用极值理论估计 CVaR. 选用香港恒生指数和深证综指进行实证分析,把基于小波变换的极值理论估计的 CVaR 与条件极值理论估计的 CVaR 进行比较,根据失败数量和尾部损失检验,发现基于小波变换的极值理论能够提高预测的精准性.

关键词: 极值理论; 小波极值理论; 条件风险价值; 股市风险

中图分类号: F 224.0

文献标志码: A

Risk Analysis of Chinese Stock Market Based on Wavelet-Based Extreme Value Theory

DONG Xiaoyu, LI Xingye

(Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: The model of conditional value-at-risk (CVaR) was utilized to control market risks. Wavelets technique and extreme value theory (EVT) were combined to estimate the conditional value-at-risk. Wavelets were used as a threshold in generalized Pareto distribution, and EVT was applied with a wavelet-based threshold, then the CVaR was estimated by virtue of the extreme theory. This new model has been applied to two major stock markets; the Hang Seng index and the Shenzhen composite index. The relative performance of the wavelet-based EVT was benchmarked against the conditional extreme value theory. The empirical results show that the wavelet-based EVT improves the predictive performance of financial forecasting according to the number of violations and for the results of tail-loss tests.

Key words: *extreme value theory; wavelet-based extreme value theory; conditional value-at-risk; stock market risks*

20 世纪 90 年代初,著名的摩根提出指数加权移动平均风险(EWMA)模型,这使得风险价值

(value-at-risk, VaR)成为金融风险度量的常用工具之一,这种模型实际上是 Bollerslev 提出的广义自

收稿日期: 2013-11-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71071098);上海市一流学科建设资助项目(XTKX2012)

第一作者: 董晓玉(1988-),女,硕士研究生.研究方向:数量经济学. E-mail: yunxiaozyh@163.com

通信作者: 李星野(1958-),男,教授.研究方向:时间序列分析、控制系统分析、数字信号处理. E-mail: lixingye@usst.edu.cn

回归条件异方差 (generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, GARCH) 模型的特殊情况. 过去 28 年已经发展了 100 多个波动模型^[1], 然而这些模型都是建立在过去的波动上, 而不是对极端观测值的研究, 所以条件波动模型不能捕捉极端走势. 极值理论 (extreme value theory, EVT) 模型却能够捕捉到极端走势, 且这种模型的预测性能明显优于 GARCH 类模型^[2]. Ozun 和 Cifter 把 Hill 类型^[3]的 EVT 模型与历史模拟、GARCH 模型、神经网络相结合, 结果发现, EVT 和其它模型相结合能够提高预测性能. McNeil 等^[4]提出了 EVT 与条件波动模型相结合的混合模型, 这种模型用两阶段法建立, 第一阶段对残差建立 GARCH 模型, 第二阶段对标准残差序列建立 EVT 模型, 结果发现, 条件 EVT 模型与忽略厚尾和随机波动的模型相比能够更好地进行提前一天的预测.

最近研究表明, VaR 在理论及应用中仍存在许多缺陷. 其中, 最主要的是 VaR 方法不满足次可加性, 这与风险度量的经济意义不符; 另一方面它不能度量尾部事件发生时可能遭受的平均损失的程度. 因此, 很多学者开始寻找各种新的风险度量工具, 其中 Rockafellar 等^[5]在对 VaR 模型进行修正的基础上, 提出条件风险价值 (conditional value-at-risk, CVaR) 的概念, 它是超出 VaR 的损失的条件期望, 是一致性风险度量. 国内最近研究表明, 这些模型同样可以对国内股票市场进行风险价值度量^[6-10].

本文运用基于小波变换的 EVT 进行单因素风险价值估计. 在第一阶段中, 用小波方法确定广义 Pareto 分布 (GPD) 中的阈值; 在第二阶段中, 把基于小波变换的阈值应用到 EVT 中, 然后运用 EVT 估计 CVaR. 选用香港恒生和深证综指进行实证分析, 把基于小波变换的极值理论估计的 CVaR 与条件极值理论估计的 CVaR 进行比较, 根据失败数量和尾部损失测试结果, 发现基于小波变换的极值理论能够提高预测性能.

1 风险价值模型

近年来, VaR 和 CVaR 已经成为广泛认可和应用的两种风险度量工具, 对它们进行准确的估计是风险管理工作面临的巨大挑战. VaR 主要用来衡量信用风险、操作风险和流动性风险, VaR 度量的是在正常的市场条件和给定的置信水平下超过某一水平的最坏预期损失^[11]. 对于单一资产, 风险价值

估计为

$$VaR_{t+1}^p = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1} F^{-1}(p) \sigma_{t+1} \quad (1)$$

式中, μ_{t+1} 是预测的条件均值; σ 是条件方差预测; $F^{-1}(p)$ 是假定分布的对应分位数.

随着 VaR 的提出与推广, 对 VaR 的争论也非常多. Yamai 指出 VaR 仅给出了一个上限, 并以较大概率保证损失不超过这个上限, 但对尾部损失的测量不充分. 为了克服 VaR 的不足, Rockafellar 等^[5]在对 VaR 模型进行修正的基础上, 正式提出 CVaR 的概念, 它是指损失超出 VaR 的条件期望, 即

$$CVaR_{t+1,q}^p = E(y_{t+1} \mid y_{t+1} < -VaR_{t+1,q}^p) \quad (2)$$

CVaR 的定义表明, CVaR 是损失超过 VaR 的条件均值, 代表了超额损失的平均水平, 是一致性风险度量.

接下来介绍小波极值理论和条件极值理论, 选用 ARMA(r, s) - GARCH(p, q) 作为条件波动模型, 采用 GPD 作为极值理论模型.

1.1 ARMA(r, s) - GARCH(p, q) 模型

绝大多数时间序列存在明显的趋势性因素, 因此, 在建模前应对具有趋势因素的时间序列剔除时间序列的短期波动因素, 而明确它的长期变化趋势. 一般采用平滑法和趋势拟合法去趋势, 平滑法权重确定比较复杂, 且不能进行长期预测; 而趋势拟合法更适合处理大数据并进行预测. 常用的趋势拟合法用线性趋势模型、二次趋势模型、指数增长模型等对确定性趋势项 T 预测, 本文采用一次趋势模型对趋势 T 进行预测, 利用 OLS 法估计, 定义为

$$T = p_1 + p_2 t \quad (3)$$

式中, p_1, p_2 为参数; t 为时间序列.

Engle^[12]引入了自回归条件异方差 (ARCH) 模型来解释时间序列随时间波动的特性, Bollerslev 对线性 ARCH 模型加入滞后 p 阶的条件方差, 引入了 GARCH 模型, 定义为

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (4)$$

式中, $\alpha_0, \alpha_i, \beta_j > 0$; $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$.

如果在非平稳的序列中有自回归移动平均效应, 那么把 ARMA(r, s) 模型加入 GARCH(p, q) 中, ARMA(r, s) - GARCH(p, q) 模型的建立分两步:

步骤 1 建立 ARMA(r, s) 模型

$$r_t = c + \sum_{i=1}^r a_i r_{t-i} + \sum_{j=1}^s b_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \quad (5)$$

步骤 2 建立 GARCH(p, q) 模型

$$\sigma_t^2 = \omega_0 + \sum_{i=1}^q \omega_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \nu_j \sigma_{t-j}^2 \quad (6)$$

式中, $\varepsilon_t = \sigma_t \nu_t$, ν_t 为白噪声序列; a_i ($i = 1, 2, \dots, r$), b_j ($j = 1, 2, \dots, s$), ω_i ($i = 1, 2, \dots, q$), ν_j ($j = 1, 2, \dots, p$) 称为 ARMA(r, s) - GARCH(p, q) 模型的参数. 式(5)为均值方程, 式(6)为方差方程.

1.2 极值理论

极值理论侧重于极值, 而不是平均值. 在 VaR 估计上有两种广泛使用的极值分布理论: 广义极值(GEV)和广义 Pareto 分布(GPD). GEV 分布专注于块(或每个周期)极大值, 而 GPD 侧重于超过给定的阈值 u 的极端值. 这里只选用 GPD 作波动性预测.

运用峰值超过阈值的方法估计 GPD, 即找到超过定义的阈值的极端值分布, 考虑一个随机变量 X 的分布函数 F , 估计超过一定阈值的 x 值的分布函数, 分布函数 F 和条件分布方程^[13]

$$F_u(y) = P(X - u \leq y | X > u) = \frac{F(u + y) - F(u)}{1 - F(u)} = \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (7)$$

式中, y 为超出值; $0 \leq y \leq y_F - u$, $y_F \leq \infty$ 是 F 的右终点; u 为阈值. 如果确定了最佳阈值, 这意味着能得到足够数量的观测值. Pickands^[14] 和 Balkema 等^[15] 认为对于分布函数 F 的一大类别, 条件分布函数可近似表示为 $F_u(u) = GPD_{\xi, \sigma}(y)$, $GPD_{\xi, \sigma}(y)$ 可以为

$$GPD_{\xi, \sigma}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}}, & \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-\frac{y}{\sigma}}, & \xi = 0 \end{cases} \quad (8)$$

式中, 如果 $\xi \geq 0$, $y \in [0, (x_F - u)]$; 如果 $\xi \leq 0$, $y \in [0, (-\sigma/\xi)]$. 如果定义 $x = u + y$, 则 GPD 可以写为

$$GPD_{\xi, \sigma}(y) = 1 - \left(1 + \frac{\xi(x - u)}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}} \quad (9)$$

估计方程 $F(x)$

$$F(x) = (1 - F(u))F_u(y) + F(u) \quad (10)$$

用 GPD 参数估计 $F(x)$

$$\hat{F} = \frac{N_u}{n} \left(1 - \left(1 + \frac{\hat{\xi}}{\hat{\sigma}}(x - u)\right)^{-\frac{1}{\hat{\xi}}}\right) + \left(1 - \frac{N_u}{n}\right) \quad (11)$$

最后, 给定 p 值, 得 GPD 的提前一天的 VaR 预测可表示为

$$VaR_{t+1, q}^p = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(\left(\frac{n}{N_u} p \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right) \quad (12)$$

式中, $\hat{\sigma}$ 是尺度参数; $\hat{\xi}$ 是形状参数, 形状参数决定

尾部的厚度. 若 $\hat{\xi} > 0$, 它就变成普通的 Pareto 分布; 若 $\hat{\xi} = 0$, 就变成了指数分布; 若 $\hat{\xi} < 0$, 就变成了 Pareto 类型, 它具有较薄的尾部.

在 GPD 中关键的一步是确认阈值, 阈值的大小要在方差和偏差之间进行权衡. 如果阈值超过最优值, 这时的估计结果波动性大而无偏性比较好; 如果阈值小于最优值, 会使估计结果波动比较小而无偏性较差. 在本文中阈值的确定用样本百分位法, 选择第十百分位样本作为阈值, 用滚动回归法估计 GPD 中的条件阈值.

1.3 条件极值理论

McNeil 等^[4] 提出了 GARCH 和 EVT 相结合的条件极值理论模型, 此模型对基础创新分布作最小的假设, 并使用两阶段方法.

步骤 1 使用准最大似然法对数据拟合一个 GARCH 模型. 估计拟合模型参数 μ_{t+1} 和 σ_{t+1} , 并计算出模型的隐含残差.

步骤 2 假设标准化残差为白噪声, 用极值理论对 $F_z(z)$ 尾部建立模型, 用这个 EVT 模型估计 z_p , 条件极值理论提前一天的 VaR 预测为

$$VaR_{t+1, q}^p = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1} VaR_{t+1, q}^p(z) \quad (13)$$

1.4 基于小波的极值理论

小波分析以傅立叶分析为基础, 傅立叶分析的核心思想是任何函数可以表示为正弦和余弦值的总和, 小波 $\psi(t)$ 是一个服从基本规则的简单时间函数, 小波约束条件是

$$C_\psi = \int_0^\infty \frac{|\psi(f)|}{f} df < \infty \quad (14)$$

根据数据长度, 有两个类型的小波变换: 连续小波变换和离散小波变换. 由于大多数的时间序列是有限的, 在金融和经济学中常用离散小波变换进行分析. 离散小波定义为^[16]

$$\begin{cases} \phi_{j, k} = 2^{\frac{j}{2}} \phi(2^j t - k) \\ \psi_{j, k} = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - k) \end{cases} \quad (15)$$

在高频率的金融序列分析中, 一般采用最大重叠离散小波变换(MODWT), 也被称为平稳小波变换, 来代替离散小波变换(DWT). MODWT 可以处理任何容量为 N 的样本, 且 MODWT 比 DWT 估计的小波方差更渐近有效. 在 MODWT 中, 小波系数 $\tilde{w}_{j, t}$ 和尺度系数 $\tilde{v}_{j, t}$ 为

$$\begin{cases} \tilde{w}_{j, t} = \sum_{j=0}^{J-1} \tilde{g}_j \tilde{x}_{t-j, \text{mod } T} \\ \tilde{v}_{j, t} = \sum_{j=0}^{J-1} \tilde{h}_j \tilde{x}_{t-j, \text{mod } T} \end{cases} \quad (16)$$

式中,水平 $j = 1, 2, \dots, J$; $\tilde{g}_j, \tilde{h}_j$ 分别为小波和尺度滤波器, $\tilde{g}_j = g_j/2^{\frac{j}{2}}, \tilde{h}_j = h_j/2^{\frac{j}{2}}$. 非十进制的小波系数代表尺度 2^{j-1} [13] 上数据的广义平均值之间的差分.

用小波阈值代替标准阈值来估计基于小波变换的 GPD. 因为小波可以体现金融数据的短-中-长周期特征, 所以这种做法使 GPD 具有了经济周期的特征, 小波阈值定义为

$$u_{\text{mod } w_{j,t}} = \sum_{j=1}^n \tilde{w}_{j,t,n} \quad (17)$$

$$\text{VaR}_{t+1,q}^p = u_{\text{mod } w_{j,t}} + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}} \left(\left(\frac{n}{N_u} (1-q) \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right) \quad (18)$$

基于小波变换的 GPD 分析中最关键一步是确定

滤波器长度, 其滤波器长度需要更长, 因为滤波器的长度较短, 就会使估计的阈值偏小, 从而产生过多的极值. 因此, 用基于小波变换的 GPD 进行样本外预测前应先对过滤器长度进行鲁棒性测试, 最佳滤波器长度应根据失败数量和尾部损失测试来决定. 应该指出的是, 均方根误差 (RMSE) 不能作为极端值理论中确定最佳的滤波器长度的标准, 因为它忽略了尾部损失. 对香港恒生指数和深证综指的样本数据过滤长度进行鲁棒性测试时, 选择 1~7 的滤波器长度作为阈值, 且取绝对值. 其中, 过滤器长度为 1 表示 2 天, 过滤器长度为 7 表示 128 天. 把以前的过滤器 ($\sum_{j=1}^n w_j$) 叠加到当前过滤器, 以减少极端观测值. 表 1 是深证综指和香港恒生指数滤波器长度测试, 估计的是 5% 置信水平下的 χ^2 检验.

表 1 滤波长度的鲁棒性

Tab.1 Robustness to filter lengths

股指类别	参数	滤波长度					
		$\sum_{j=1}^1 w_j$	$\sum_{j=1}^2 w_j$	$\sum_{j=1}^3 w_j$	$\sum_{j=1}^4 w_j$	$\sum_{j=1}^5 w_j$	$\sum_{j=1}^7 w_j$
深证综指	失败数量	100	85	70	64	53	61
	均方根误差	0.054 1	0.075 1	0.090 3	0.097 1	0.103 2	0.112 9
	Christoffersen 检验值	38.776 2	19.763 2	6.551 5	3.131 5	0.065 9	1.865 4
香港恒生	失败数量	95	79	66	57	50	59
	均方根误差	0.027 7	0.036 5	0.043 0	0.668 2	0.029 8	1.194 9
	Christoffersen 检验值	31.848 5	13.728 0	4.143 1	0.668 2	0.029 8	1.194 9

由表 1 可以看出, 过滤器长度为 6 时, 失败数量最少, 其中香港恒生指数和深证综指分别为 48 和 43. Christoffersen 的条件覆盖测试表明, 模型过滤器长度为 3 和超过 3 具有统计意义. 根据尾部失败性检验, 发现 6 是最好的滤波器长度. RMSE 统计数据显示, 过滤器长度为 1 是最好的模式, 过滤器长度为 6 是最差的模型. 如上所述, 均方根误差不应该被用于确定过滤器的长度. 因此应该选择长度为 6 的过滤器来估计 GPD 中的阈值.

1.5 回测方法

波动模型的选择在风险价值估计中发挥了重要作用. 巴塞尔银行监管委员会 [17] 在 VaR 预测中用失败数量或绝对失败率来比较一年损益, 这种方法的缺点在于没有考虑失败率或累计失败率, 均方根误差被用作检验失败率, Christoffersen [18] 测试被用来检验尾部损失发生的概率. 均方根误差是一个具有尺度依赖性的比较算法, 其值越小, 预测越准确. y_{t+h} 的均方根误差 e 可估计为

$$e = \sqrt{\frac{1}{h} \sum_{t=T+1}^{T+h} (\hat{\sigma}_{f,x} - \sigma_{r,t})^2} \quad (19)$$

式中, $T+1$ 为测试样本开始; $T+h$ 为测试样本结束; $\hat{\sigma}_{f,x}$ 是预测的波动; $\sigma_{r,t}$ 是已实现波动.

Christoffersen [18] 提出的无条件覆盖似然比 (LR) 检验、独立似然比检验和融合了独立和覆盖检验的条件覆盖似然比检验都能够说明风险价值模型在每个时间点是否有一个正确的覆盖. 条件覆盖似然比检验涵盖了其它检验方法, 这个测试在保证单个假设作为一个子假说的同时, 能检测随机性和正确覆盖. 条件覆盖的似然比检验可以表示为

$$LR_{cc} = -2 \ln [\alpha^N (1-\alpha)^{M-N}] + 2 \ln [(1-\pi_i)^{n_{1-i}} \pi_i^{n_i}] \sim \chi^2_{(1)} \quad (20)$$

式中, M 为观测值的数量; N 为失败事件的数量; α 为置信水平; $i = 0, 1$, 时刻 t 的收益超过 VaR 时取 1, 反之为 0; $\pi_i = P_r(I_{t-1} = i)$ 表示 i 发生的概率; n_i 表示 i 取 0 或 1 发生的个数总和. 这个检验的前一部分是无条件覆盖似然比检验, 第二部分是独立似然比检验.

本研究估计的是 5% 置信水平下的 VaR 值, 这和巴塞尔 II 的要求是一致的. 用失败数量、均方根误差和 Christoffersen 左尾检验来判断风险价值模

型预测性能的优劣。

2 收益率的描述性统计

选择2007年1月23日至2013年5月21日香港恒生指数和深证综指的日对数收益率序列作为样本,样本总量为1 538个,将数据分为估计样本与检验样本两部分。估计样本为1 025个数据,检验样本数据从2011年4月12日到2013年5月21日,检验样本为513个数据,上证综指和深证综指每日收益如图1所示。

两个市场收益序列的统计性描述见表2。显著水平5%下的ADF临界值为-2.87,两只股票的ADF值远远小于-2.87,所以深证综指和香港恒生指数差分序列不包含单位根,对数收益序列在各标准下显著平稳,因此,单变量波动模型是基于对数差分的系列。根据诊断测试这两个股票市场都不服从正态分布,峰度远大于正态分布下的峰值3,深证综指的偏度略小于零,为负偏或者左偏,不为零的偏态和过度峰度值确认这两个分布是非正态的。J-B为

Jarque-Bera统计量,服从自由度为2的卡方分布,两只股票的J-B值远远大于5%显著水平下的临界值5.99,表示拒绝正态分布的零假设,这表明波动模型应该选用偏态 t 分布、极值理论这样的非正态分布来估计。

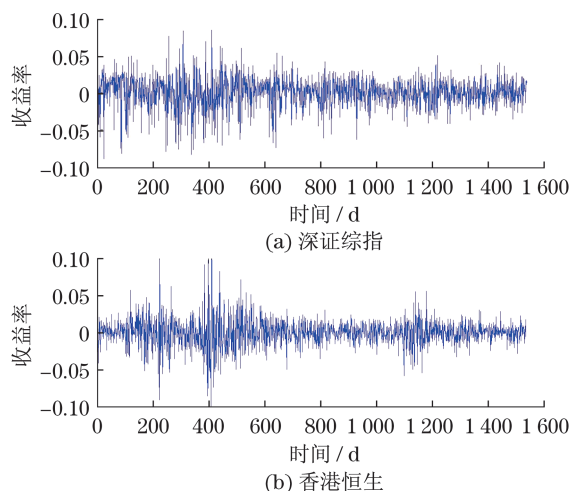


图1 日收益序列

Fig.1 Daily returns of Hang Seng index and Shenzhen composite index

表2 统计性描述

Tab.2 Descriptive statistics

股指类别	均值	偏峰	标准差	偏态	最小值	最大值	J-B 检验值	ADF 检验值
深证综指	0.000 251 7	0.020 69	4.982 9	-0.622 2	-0.090 2	0.084 7	350.736 1	-36.749 6
香港恒生	-1.17×10^{-9}	0.019 05	9.840 5	0.084 4	-0.135 8	0.134 1	$2.996 6 \times 10^3$	-40.524 9

表3中Engle^[12]的LM统计量表明ARCH效应的存在,暗示收益波动过程具有异方差性、集聚性,这符合GARCH模型适用条件。

表3 异方差检验:ARCH效应

Tab.3 Test for heteroscedasticity: ARCH effect

股指类别	LM(1)	LM(3)	LM(10)
深证综指	35.255 6	70.612 7	121.473 0
香港恒生	136.434 9	159.734 0	261.613 8

3 实证分析

在本节中,说明了基于小波变换的极值理论和条件极值理论在风险价值预测中的相对表现。以前研究发现,最优的GARCH模型是服从偏态学生- t 分布的GARCH(1,1)。AIC(Akaike information criterion)信息准则是衡量统计模型拟合优良性的一种标准,根据AIC统计结果发现,GARCH(1,1)参

数的AIC值最大,对数据的拟合最好,GARCH(1,1)参数统计具有显著性。因此,选定服从偏态学生- t 分布的GARCH(1,1)模型做波动模型,模型估计参数如表4所示(见下页)。括号中的数字为5%置信水平下的 t 统计量。

图2(见下页)为深证综指市场收益序列的CVaR变化曲线,为便于对比分析,同时给出相应VaR及二者差值(CVaR-VaR)的变化曲线。可见,CVaR与VaR的变化趋势大体相同,但前者始终比后者偏大,尤其在市场剧烈波动即风险较大时。尾部事件发生时,CVaR期望损失比VaR大得多,因此选用CVaR来测度风险价值。但是,CVaR模型的后验测试要比VaR模型的后验测试复杂得多。此外,处理尾部风险时,可以只对敏感性组合采用CVaR方法或其它一些补充性方法,但这涉及对敏感性组合的识别问题,目前还没有有效的方法来对CVaR模型进行回测。因此,暂时只对VaR模型进行回测检验。

图3(见下页)是小波极值理论(W-GPD)模型中

表 4 参数估计

Tab.4 Parameters estimation

股指类别	p_1	p_2	α_0	α_1	β_1	v	ξ	AIC
深证综指	$-8.832\ 1 \times 10^{-7}$	-0.000 1	6.4133×10^{-6} (2.6654×10^{-6})	0.064 2 (4.684 5)	0.921 4 (57.970 6)	5.498 (9.861 6)	-0.001 3 (-0.139 1)	-5.460 1
香港恒生	$2.915\ 4 \times 10^{-7}$	-0.000 1	1.1690×10^{-6} (1.3404×10^{-6})	0.053 3 (2.706 7)	0.941 19 (44.334 1)	6.937 2 (8.901 4)	0.026 1 (0.098 2)	-4.638 1

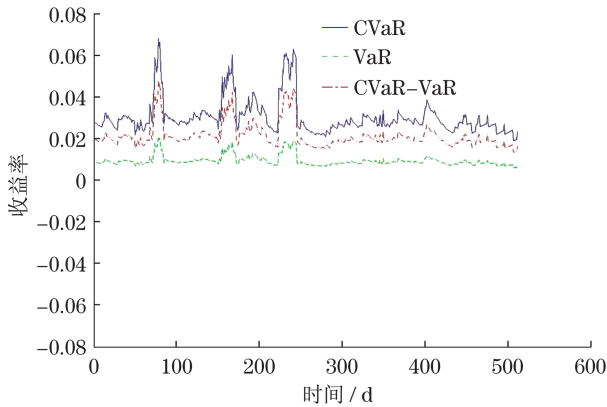


图 2 深证综指 CVaR 与 VaR 比较

Fig.2 Comparison of CVaR and VaR of Shenzhen composite index

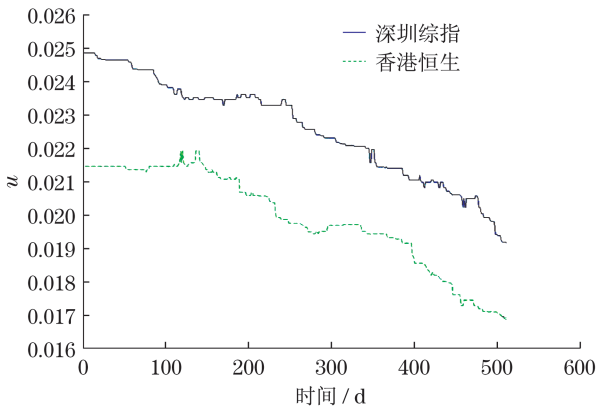


图 3 深证综指和香港恒生 W-GPD 模型的阈值参数

Fig.3 Threshold parameters of W-GPD models of Hang Seng index and Shenzhen composite index

的阈值参数的变化曲线.以滚动方式设置 W - GPD 模型的样本外预测参数,从而增强了极值理论分析中 W - GPD 模型的稳定性.可以看出,应该估计出所有的随时间变化的参数,因为随着时间的推移,没有任何参数是恒定的.表 5(表中为右尾的失败数量,5%置信水平下的 χ^2 检验)给出了 W - GPD 和条件极值理论(GARCH - GPD)模型的预测性能,选用 64 天过滤器的长度来估计 W - GPD 模型中的阈值,采用 MODWT,以滚动方式设置样本外预测的参数.

样本外预测对比见图 4 和图 5,其中,两个股市的 W - GPD 模型有最低数量的失败值,根据均方根误差标准,GARCH - GPD 模型表现超过了 W - GPD

表 5 VaR 回测检验

Tab.5 Backtesting of VaR model

股指类别	模型	失败数量	均方根误差	Christoffersen 检验值
深证综指	GARCH-GPD	28	0.038 5	0.230 1
	W-GPD	24	0.044 1	0.107 4
香港恒生	GARCH-GPD	21	0.051 1	2.638 2
	W-GPD	18	0.062 6	0.924 9

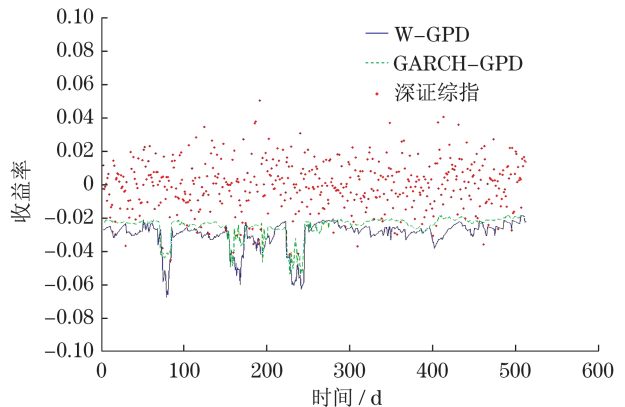


图 4 深证综指的单因素 CVaR 模型比较

Fig.4 Comparison of univariate CVaR models of Shenzhen composite index

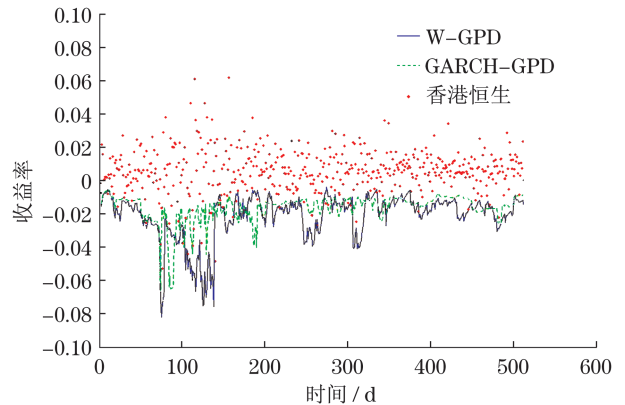


图 5 香港恒生的 CVaR 模型比较

Fig.5 Comparison of univariate CVaR models of Hang Seng index

模型.由于均方根误差不代表尾部损失,应该使用更多适当的回溯测试程序,测试出 CVaR 模型的样本外预测绩效.运用 Christoffersen 无条件覆盖检验、独立检验与条件覆盖检验来测试模型的尾部损失预测性能.此外, W - GPD 模型的失败数量和 Christoffersen 对数似然统计值是所有检测中最小的.在尾部损失预测的 Christoffersen 检验中,最强大的回溯检验正是条件覆盖 Christoffersen 检验,这表明 W - GPD 模型预测性能优于传统的条件极值理论模型.

4 结 论

CVaR 模型和条件波动模型已成为金融风险预测的常用工具.然而,条件波动模型无法捕捉极端走势,也正处于极值理论模型能够捕捉到极端走势,使其预测性能优于传统的波动模型.本文把小波理论和极值理论结合在一起对 CVaR 进行估计,基于小波变换的估计阈值使极值理论具有了经济周期的特征.

本文提出了基于小波的极值理论模型,并与传统的条件极值理论模型进行比较,运用这种混合模型对香港恒生指数和深圳综合指数进行研究,结果表明,基于小波变换的极值理论模型的预测性能相对优于条件极值理论模型.根据失败数量和 Christoffersen 尾部损耗检验结果,发现在风险价值模型中基于小波变换的极值理论模型是最优的,且其优越预测性能与巴塞尔 II 的要求也是一致的.因此,金融机构可以使用基于小波变换的极值理论来估计单个资产的市场风险价值,在今后的研究中可以对模型继续进行扩展,使其能够在多元的情况下估计投资组合的风险价值.

参考文献:

- [1] Bollerslev T. Glossary to ARCH (GARCH) [M] // Bollerslev T, Russell J R, Watson M W. Volatility and Time Series Econometrics: Essays in Honor of Robert F. Engle. Oxford: Oxford University Press, 2010.
- [2] Gencay R, Selcuk F, Ulugulyagci A. High volatility, thick tails and extreme value theory in value-at-risk estimation [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2003, 33(2): 337 - 356.
- [3] Hill B M. A simple general approach to inference about the tail of a distribution[J]. The Annals of Statistics, 1975, 3(5): 1163 - 1174.
- [4] McNeil A J, Frey R. Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach [J]. Journal of Empirical Finance, 2000, 7(3/4): 271 - 300.
- [5] Rockafellar R T, Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk [J]. The Journal of Risk, 2000, 2(3): 21 - 41.
- [6] 朱翔翔, 姚俭. 广义误差分布 CVaR 模型的股市风险研究[J]. 上海理工大学学报, 2014, 36(1): 21 - 25.
- [7] 吴晓霖, 蒋祥林, 孙绍荣. 基于广义期望效用理论的主观概率调整的一致性风险测度[J]. 上海理工大学学报, 2010, 32(5): 479 - 487.
- [8] 蒋勇, 吴武清, 王力伟. 基于 TDAR 模型的 VaR 估计方法及应用[J]. 中国管理科学, 2011, 20(5): 1 - 6.
- [9] 赵树然, 任培民, 赵昕. 基于 CARR-EVT 整体方法的动态日 VaR 和 CVaR 模型研究[J]. 数量经济技术经济研究, 2012(11): 130 - 148.
- [10] 张帆, 严广乐. 基于可见图的沪深股市波动分析[J]. 上海理工大学学报, 2014, 36(3): 250 - 254.
- [11] Jorion P. Value at risk: the new benchmark for managing financial risk [M]. New York: McGraw-Hill, 2001.
- [12] Engle R F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation[J]. Econometrica, 1982, 50(4): 987 - 1007.
- [13] Gilli M, K llezi E. An application of extreme value theory for measuring financial risk[J]. Computational Economics, 2006, 27(2/3): 207 - 228.
- [14] Pickands J I. Statistical inference using extreme order statistics[J]. The Annals of Statistics, 1975, 3(1): 119 - 131.
- [15] Balkema A A, De Haan L. Residual life time at great age [J]. The Annals of Probability, 1974, 2(5): 792 - 804.
- [16] Kwon D W, Ko K, Vannucci M, et al. Wavelet methods for the detection of anomalies and their application to network traffic analysis [J]. Quality and Reliability Engineering International, 2006, 22(8): 953 - 969.
- [17] Basle Committee on Banking Supervision. Supervisory framework for the use of "backtesting" in conjunction with the internal models approach to market risk capital requirements [EB/OL]. [2013 - 10 - 08]. <http://www.bis.org/pub/bcbszz.htm>.
- [18] Christoffersen P F. Evaluating interval forecasts [J]. International Economic Review, 1998, 39(4): 841 - 862.

(编辑:董 伟)