

基于粒子群算法的快速路投资优化方法

何胜学, 刘 洁, 张皓东

(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

摘要: 从投资影响交通网络容量出发,提出一种新的以元胞传输模型 CTM(cell transit model)理论为基础的快速路投资优化方法.首先,对元胞传输模型进行改进以实现局部匝道控制;其次,利用粒子群智能优化方法,构造了元胞通行能力优化问题的粒子群表达方法;并定义了总行车里程(TDT)和系统总延误(TD)作为衡量快速路系统的性能指标.计算结果显示投资前 TDT 为 12 004 874 m,TD 为 3 582 405.1 s,投资后 TDT 为 13 128 283 m,TD 为 3 537 468.7 s,总行车里程投资后较投资前增加了 1 123 409 m,总延误投资后较投资前减少了 44 936.4 s.结果分析表明,新优化方法使总行车里程显著增长,使系统总延误显著降低,提高了整个路网性能.该投资优化方法可以较好地解决快速路投资优化问题.

关键词: 元胞传输模型;投资优化;匝道控制;粒子群算法;线性规划

中图分类号: U 411

文献标志码: A

Decision Method for Express Way Investment Based on a Particle Swarm Algorithm

HE Shengxue, LIU Jie, ZHANG Haodong

(Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: From the view point of the affection of investment on traffic network capacity, a new kind of expressway investment optimization method based on the cell transmission model (CTM) theory was put forward. The cell transmission model was improved in order to realize the local ramp control. A particle swarm expression method for the meta cell capacity optimization problem was constructed by using the particle swarm intelligent optimization method. And the total mileage (TDT) and system delay (TD) were defined as a measure of the performance of expressway system. The calculation results show that before the investment, the TDT is 12 004 874 m, the TD is 3 582 405.1 s, and after investment, the TDT is 13 128 283 m, increased by 1 123 409 m, the TD is 3 537 468.7 s, reduced by 44 936.4 s. The results show that the new optimization method makes the total mileage significantly grow and the total delay significantly reduce. The performance of the entire road network is also improved. The investment optimization method can better solve the optimization problem of expressway investment.

收稿日期: 2015-09-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70672110);上海市重点学科(第三期)建设资助项目(S30540);上海市教委科技创新项目(10YS105)

第一作者: 何胜学(1976-),男,副教授.研究方向:交通网络建模. E-mail: lovellhe@163.com

Keywords: cell transmission model; investment optimization; ramp control; particle swarm algorithm; line programming

快速路是指城市中有较高车速为长距离交通服务的车道,是城市交通网络的骨架,承载着绝大部分的交通出行,其通行效率直接决定着所在交通网络的性能.随着汽车数量与日俱增,大多数城市越来越重视快速路交通问题,不断加大交通设施投资力度,这也使资金投资问题和投资分配问题日益突出^[1].为保证资金投资科学、高效的分配,对快速路进行投资优化势在必行.

目前,快速路改造投资大都采用传统的“四阶段”法预测快速路的交通需求,其后探讨快速路的通行能力,根据对交通需求与通行能力的分析,确定快速路投资改造的规模.然而这种投资改造方法并没有对快速路系统进行投资优化,并且快速路的改造投资具有造价高、系统强、风险大、影响远的特点,对其改造修建应十分慎重.而快速路投资优化作为快速路投资决策的方法之一,不仅可以缓解快速路交通拥堵,而且可以为交通建设规划决策部门和有关人员提供科学、系统的决策方案,最大化发挥有限资金效益,规避投资风险.

一般而言,快速路改造投资优化问题可以归于定量的连续交通网络设计问题,即在有限的资金投入条件下,通过改善现有某些路段使整个网络达到某种性能最优的目的,其路段通行能力的增加是连续渐进的.而目前专门针对快速路投资优化的研究很少,现阶段国内外关于快速路的研究主要集中在城市道路交通网络设计问题的研究,如新建道路^[2]、单向道路和双向道路的选择^[3],路段能力的改进^[4],信号配时和道路收费^[5].关于快速路的优化研究,大都停留在不考虑投资费用时匝道控制优化^[6-9],很少同时考虑匝道控制策略和投资分配优化.于是,随着投资额增长,研究不同匝道控制策略下快速路投资优化特点便成为一个很有意义的问题.

传统的连续交通网络设计问题通常采用双层规划模型进行描述,上层问题的目标函数是整个网络的总阻抗和总投资额,下层问题则是用户平衡配流模型^[10].该模型虽可用于快速路投资优化,但求解繁琐,且未曾考虑匝道控制策略.1994年 Daganzo^[11-12]提出的元胞传输模型不但可以灵活地对路段进行投资优化以改变元胞网络容量,而且可以对匝道实施不同控制策略.在该连续交通网络设计研究领域:

Sun等^[13]利用自适应鲁棒优化方法解决了不确定需求下动态网络设计问题;Lin^[14]利用基于双变量近似下降方法解决了双层连续动态网络设计问题;Waller等^[15]就需求模式不同和投资费用不同时比较了投资前后连续网络设计的动态交通分配模型的迥异;Ukkusuri等^[16]提出了用户优化动态网络设计问题模型,并将其与系统优化模型进行比较.

以上分析加深了利用元胞传输模型(CTM)处理连续网络设计问题的理解,为解决快速路投资优化奠定了基础.另外,CTM模型作为线性规划模型,求解简单,在考虑投资优化的同时亦可以引入局部匝道控制策略,并且可以细致地分析每条路段内部交通状态,从而描述交通流的干扰和波的形成.基于以上优点,本文采用需求随时间动态变化的CTM模型对快速路进行仿真,利用粒子群智能优化方法求解在给定限额下快速路路段投资优化问题.

1 基于CTM的快速路投资优化模型

图1表示所有元胞的分类.为了方便下文结构的表达,图2列出4种路段连接方式.其中:图2(a)是入口匝道连接方式;图2(b)是出口匝道连接方式;图2(c)是汇合路段连接方式;图2(d)是分散路段连接方式.

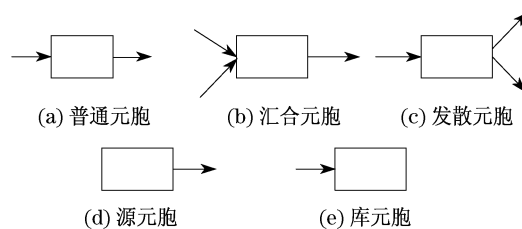


图1 元胞分类图

Fig.1 Classification of cells

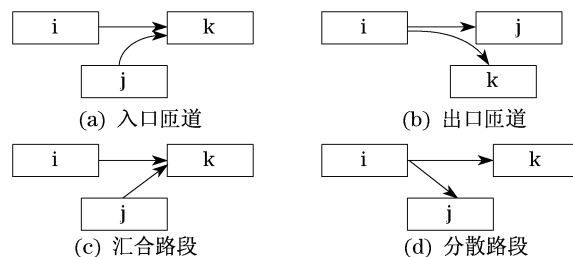


图2 4种路段连接方式

Fig.2 Connection styles of four sections

元胞中的车辆在 CTM 模型中主要通过 2 个关系更新:流量传播关系以及流量守恒关系. 流量传播关系为利用元胞之间的约束限制元胞之间的流量. 流量守恒关系则描述元胞状态,即每个元胞随时间车辆的变化. 对于任意普通连接桥 $(i, j) \in L_0$, 流量传播关系为

$$y_{i,j}^t = \min \{x_i^t, Q_i^t + \varphi_i b_i, Q_j^t + \varphi_j b_j, \delta_j^t (N_j^t + \chi_j b_j - x_j^t)\}, \forall (i, j) \in L_0 \quad (1)$$

式中: $y_{i,j}^t$ 是在时间间隔 t 内元胞 i 流向元胞 j 的车辆数目; x_i^t 为元胞 i 在时间间隔 t 开始时的车辆数目; Q_i^t 为在时间间隔 t 内流入或者流出元胞 i 的最大车辆数目; φ_i 表示对元胞 i 来说,每增加一个单元的 b_i 增加的 Q_i^t ; b_i 为元胞 i 的投资费用; χ_i 为对元胞 i 来说,每增加一个单元的 b_i 增加的 N_i^t ; δ_i^t 是每个元胞 i 在任意时刻 t 的速度比率 $\frac{w}{v_i}$, w 表示向后传播的拥挤波波速; v_i 表示自由流速度; N_i^t 是在时间间隔 t 开始时元胞 i 能容纳的最大车辆数目; L 为连接桥集合,其中 $(i, j) \in L \subset C \times C$; L_0 为普通连接桥集合, $L_0 \cup L_B = L$ 且 $L_0 \cap L_B = \emptyset$; L_B 为连接桥分支集合,其中 $(i, j) \in L \subset C \times C$ 且 $i \in C_D \cup C_M$ 或 $j \in C_D \cup C_M$, 其中, C 为元胞集合 $\{1, \dots, I\}$; C_D 为发散元胞集合, C_M 为汇合元胞集合; L_{MM} 表示主干道路汇合连接桥集合,如果主线连接桥 $(i, j) \in L_{MM}$, 则有匝道元胞 $k \in \Gamma^{(-1)}(j)$.

假设投资额与通行能力及可容纳的最大车辆数成线性关系,该假设条件已广泛运用在连续交通网络设计领域^[17-18]. 由式(1)可知,连接桥 $y_{i,j}^t$ 的值取决于由元胞 j 的前向元胞 i 能够流出的最大车辆数目以及能够流入元胞 j 的最大车辆数目的较小者. 后续各种情形可按照此规定. 由式(1)可知,连接桥 $y_{i,j}^t$ 的值取决于由元胞 j 的前向元胞 i 能够流出的最大车辆数目,以及能够流入元胞 j 的最大车辆数目的较小者. 后续各种情形可按照此规定. 当对上匝道实施局部控制时,给予上游主干路段元胞 i 优先释放权. 为了避免入口匝道发生交通拥堵,需要给出入口匝道最小的流量释放比率. 下面的 4 个方程就依次决定了上游元胞 i 以及入口匝道元胞 j 释放的流量.

$$y_i^t = \min \{Q_k^t + \varphi_k b_k, \delta_k^t (N_k^t + \chi_k b_k - x_k^t)\} \quad (2a)$$

$$y_j^t = \Re \min \{x_j^t, Q_j^t + \varphi_j b_j\} \quad (2b)$$

$$y_{i,k}^t = \min \{x_i^t, Q_i^t + \varphi_i b_i, y_k^t - y_j^t\} \quad (2c)$$

$$y_{j,k}^t = \min \{x_j^t, Q_j^t + \varphi_j b_j, y_k^t - y_{i,k}^t\} \quad (2d)$$

式中: y_i^t 为在时间间隔 t 内从发散元胞 $i \in C_D$ 流出

的车辆数目; $\Re$ 为入口匝道处的流率比. 式(2a)可得到流入汇合元胞 k 的最大车辆数目. 式(2b)决定从匝道元胞 j 流入汇合元胞 k 的最小值. 为满足合流的最小流量要求,式(2c)计算出上游主干线元胞的释放流量. 式(2d)即可以决定入口匝道的实际合流流量. 当然式(2)是一个非常简单的匝道局部控制策略,但有助于方便研究局部匝道控制策略下快速路投资优化问题.

汇合路段与入口匝道汇合结构十分相似. 对于这种典型的结构,流量汇合原理已经得到了很好的研究,另外几个相关的模型^[19-20]已经被提出,且已经用大量数据检验了模型的可行性. 为了使公式表达更加明确,假设下游合流路段的实际流量为上游两条路段的最大释放流量之和. 因此,下面的表达式能够依次求出来自上游路段汇合的实际流量.

$$y_i^t = \min \{x_i^t, Q_i^t + \varphi_i b_i\} \quad (3a)$$

$$y_j^t = \min \{x_j^t, Q_j^t + \varphi_j b_j\} \quad (3b)$$

$$y_k^t = \min \{y_i^t + y_j^t, Q_k^t + \varphi_k b_k, \delta_k^t (N_k^t + \chi_k b_k - x_k^t)\} \quad (3c)$$

$$y_{i,k}^t = \frac{y_k^t y_i^t}{(y_i^t + y_j^t)} \quad (3d)$$

$$y_{j,k}^t = \frac{y_k^t y_j^t}{(y_i^t + y_j^t)} \quad (3e)$$

式(3a)~(3c)共同决定了合流处的最大流量,这个最大流量必须满足下游路段的通行能力约束以及受到可利用空间限制. 同时,任意上游路段的流量必须满足通行能力这一约束,且释放的流量必须受到元胞本身可利用流量的限制. 在以上假设的前提下,式(3d)和式(3e)可得出上游两个合流分支具体的释放流量.

对于出口匝道,应用如下给定的分流比率方法进行实施, $\gamma_{i,j}$: 连接桥 (i, j) 承载的分流比率,其中 $i \in C_D$ 且 $\sum_{j \in \Gamma(i)} \gamma_{i,j} = 1$.

$$y_i^t = \min \{x_i^t, Q_i^t + \varphi_i b_i, (Q_j^t + \varphi_j b_j) / \gamma_{ij}, \delta_j^t (N_j^t + \chi_j b_j - x_j^t) / \gamma_{ij}, (Q_k^t + \varphi_k b_k) / \gamma_{ik}, \delta_k^t (N_k^t + \chi_k b_k - x_k^t) / \gamma_{ik}\} \quad (4a)$$

$$y_{ij}^t = y_i^t \gamma_{ij} \quad (4b)$$

$$y_{ik}^t = y_i^t \gamma_{ik} \quad (4c)$$

基于已经给定的分流比率,式(4a)可以算出上游分流元胞 i 的实际释放流量. 依据给出的分流比率,式(4b)以及式(4c)可得出实际流入下游元胞 j 以及 k 的流量. 当所有流量传播关系确定后,就需要考虑流量守恒关系,通过流量守恒关系获得元胞 i 的状态更新 x_i^{t+1} , $\forall i \in C$. 可通过下面的方程来获

得元胞 i 新的状态 x_i^{t+1} , $\forall i \in C$.

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \sum_{k \in \Gamma^{-1}(i)} y_{ki}^t - \sum_{j \in \Gamma(i)} y_{ij}^t, \forall i \in C_0 \cup C_S \quad (5)$$

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \sum_{k \in \Gamma^{-1}(i)} y_{ki}^t - \sum_{j \in \Gamma(i)} y_{ij}^t + d_i^t, \forall i \in C_R \quad (6)$$

式中: $\Gamma(i)$ 为元胞 i 的后向元胞集合; $\Gamma^{-1}(i)$ 为元胞 i 的前向元胞集合; C_S 为库元胞集合, 如果 $i \in C_S$, 则 $\Gamma(i) = \emptyset$, 其中 $\emptyset$ 为空集; C_R 为源元胞集合, 如果 $i \in C_R$, 则 $\Gamma^{-1}(i) = \emptyset$; C_0 为普通元胞集合, 其中 $C_0 = C \cap (C_S \cup C_R)$.

交通网络中元胞的车辆按照如下算法进行更新:

- 将实际的快速路路网改建成元胞结构图, 另外初始化快速路系统的参数;
- 根据式(1)~(4)算出时间步长内所有连接桥流量 y_{ij}^t ;
- 根据式(5)~(6)进行元胞状态的更新.

2 实施局部匝道控制投资优化

在实施局部匝道控制的投资模型中, 因其缺乏目标函数, 所以考虑利用启发式算法对其进行优化求解. 粒子群算法是一种基于群智能的优化算法, 该算法模拟鸟集群飞行觅食的行为, 通过鸟之间的集体协作使群体达到最优目的. 其主要包括速度和位置更新公式:

$$v_{id}^{k+1} = \omega v_{id}^k + c_1 \xi (p_{id}^k - x_{id}^k) + c_2 \eta (p_{gd}^k - x_{id}^k) \quad (7)$$

$$x_{id}^{k+1} = x_{id}^k + r v_{id}^{k+1} \quad (8)$$

在利用粒子群算法对快速路路段进行投资优化过程中: p_{id}^k 表示第 i 个 d 维元胞粒子在第 k 次迭代之前的历史延误最小值; p_{gd}^k 表示第 k 次迭代之前整个 d 维元胞群体的延误最小值; v_{id}^k 表示第 i 个 d 维元胞粒子在第 k 次迭代中的速度; x_{id}^k 表示第 i 个 d 维元胞粒子在第 k 次迭代中的位置; ω 为保持原来速度系数, 称为惯性权重; c_1 为粒子搜索的历史最优值权重系数, 通常设置为 2; c_2 为粒子搜索的群体最优值权重系数, 通常设置为 2; ξ, η 是 $[0, 1]$ 区间内均匀分布的随机数; r 为约束因子, 通常设置为 1. 粒子的适应值为快速路延误值, 具体情况下文将作出说明. 利用粒子群算法对快速路路段进行投资

优化, 过程如图 3 所示.

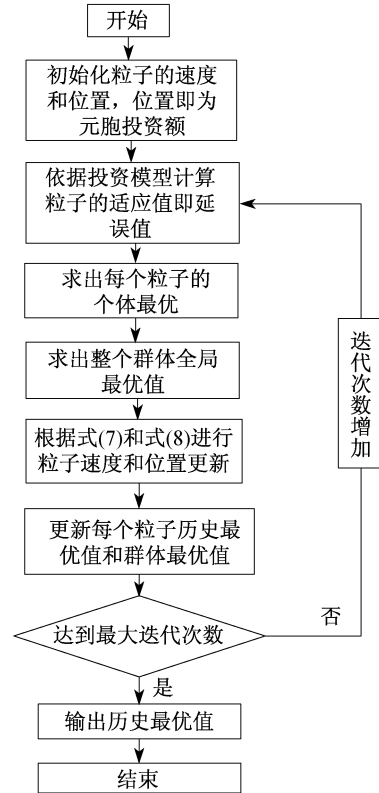


图 3 利用粒子群算法优化投资模型流程

Fig. 3 Process of the optimization of investment decision of freeway based on CTM by use of the particle swarm algorithm

3 交通网络性能评价指标

为了有效评价投资优化给快速路交通网络性能带来的效益, 必须选择能够衡量交通网络性能的指标. 如果只对快速路一部分路段进行研究, 目前的研究已给出了一些可选取的指标, 例如: 流量、服务水平 (LOS)、V/C 等. 但是如果研究的是整体的快速路路网, 就必须采取衡量整个路网性能的指标. 本文采用总行车里程 (TDT) 和系统总延误 (TD) 作为衡量交通网络性能的指标. 在元胞传输模型中两个指标的计算公式为

$$TDT = \sum_{(i,j) \in L} \sum_{t \in \mathbb{N}} (y_{ij}^t L E N_i) \quad (9)$$

$$TD = \tau \left(\sum_{\forall t \in \mathbb{N}} \sum_{\forall i \in C \setminus C_S} x_i^t - \sum_{\forall i \in C \setminus C_S} \sum_{\forall t \in \mathbb{N}} y_{ij}^t \right) \quad (10)$$

式中: LEN_i 表示第 i 个元胞的长度; τ 表示时间步长; C_D 为发散元胞集合, 如果 $i \in C_D$, 则集合基数 $|\Gamma(i)| \geq 2$; C_M 为汇合元胞集合, 如果 $i \in C_M$, 则集合基数 $|\Gamma^{-1}(i)| \geq 2$; C_{or} 为上匝道元胞集合, 如

果 $i \in C_{or} \subset C_R$, 则 $F(i) \subset C_M$; C_{of} 为下匝道元胞集合, 如果 $i \in C_{of}$, 则 $F^{(-1)}(i) \subset C_D$; $\mathcal{T}$ 为时间间隔集合 $\{1, \dots, T\}$.

4 模型案例分析

4.1 案例分析

图4所示为一条快速路的元胞结构图. 为使实验更加合理, 实验的模拟时间设为1800 s(0.5 h), 时间步长设定为10 s. 假设所有元胞长度为250 m, 自由流速度取90 km/h, 主干线最大交通流为1800 veh/h/lane(5 veh/T/lane), 匝道的最大交通流为1080 veh/h/lane(3 veh/T/lane), 以上数据来自文献[21]. 元胞1~4和27~30为4车道, 元胞16~26和5~15为2车道. 道路堵塞密度取92 veh/km/lane(23 veh/LEN/lane), 且 δ_i^t 取值为0.2. 参数 $\hat{x}_i, \mathfrak{R}$ 初始值分别为5, 0.2. 为了真实地反映动态需求变化, 源元胞交通需求按照图5进行变

化. 交通需求的4个时间控制点分别在300, 600, 1200, 1500 s, 这就使得中间10 min的交通需求保持一个较高水平. 源元胞3个水平的交通需求依次设定为6480 veh/h(18 veh/T), 7200 veh/h(20 veh/T), 6480 veh/h(18 veh/T), 入口匝道的交通需求 D 设定为720 veh/h(2 veh/T), 1080 veh/h(3 veh/T), 720 veh/h(2 veh/T). 相应的分流比例 $\gamma_{4,5}, \gamma_{4,16}, \gamma_{8,9}, \gamma_{8,31}, \gamma_{19,20}, \gamma_{19,34}$ 的值分别为0.6, 0.4, 0.9, 0.1, 0.9, 0.1. 假设投资优化限制为500万元, 每增加一个单元的 b_i (也就是1万元) 增加的 N_i^t 和 Q_i^t 都为0.5 veh. 将投资优化应用于元胞中相当于增大堵塞密度和饱和车流量, 在现实中可以理解为道路侧隙的改变或中央分隔带的增加. 惯性权重按线性比例逐渐递减. 约束因子 r 取0.729; c_1, c_2 都取2; $p_{1,30}^1$ 和 $p_{2,30}^1$ 分别为初始化的2个粒子; 初始化2个粒子最优值为 $p_{g,30}^1$; 迭代次数为1000次. 另外, 实例中假设源元胞和库元胞的车辆存储能力无限大.

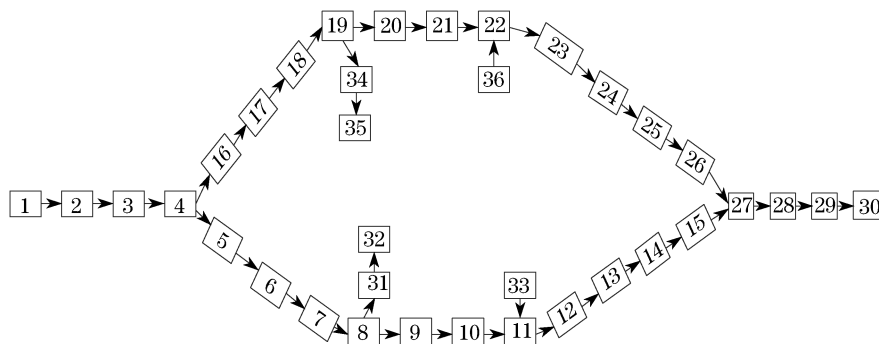


图4 路网元胞结构图

Fig.4 Road network cell structure

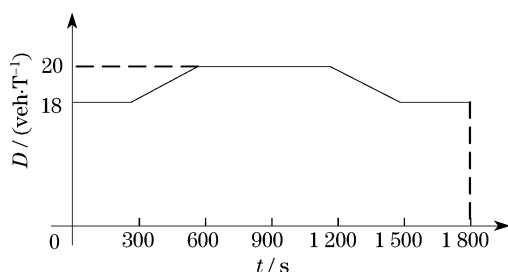


图5 快速路主干路源元胞动态交通需求变化趋势

Fig.5 Changing trend of the dynamic demand for source cell of the main road of freeway

4.2 仿真结果分析

图6和图7(见下页)表示的是利用粒子群算法得出的快速路在采用局部匝道控制策略时投资前和投资后总行车里程和系统总延误的对比. 从图6和

图7中可以看出当给予最优投资策略时, 路网性能发生较大的变化, 投资后总行车里程显著增长, 而系统总延误显著降低, 说明最优投资策略对路网性能的改善起了很大的作用.

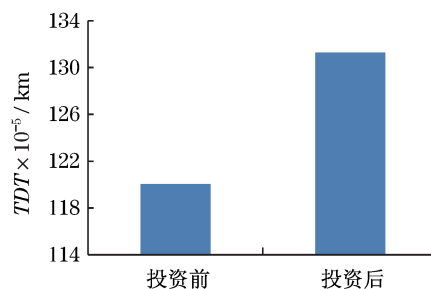


图6 投资前和投资后总行车里程对比

Fig.6 Contrast between the total mileages before and after investment

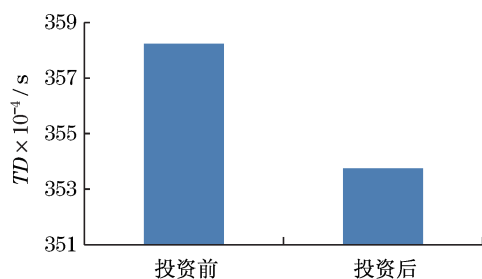


图7 投资前和投资后系统总延误对比

Fig.7 Contrast between the total system delays before and after investment

图8和图9分别表示的是采取局部匝道控制策略时投资前后元胞状态 x 随时间步长的变化图.从图中可以看出两幅图都呈现出前一部分波动性很大,后面平稳变化.这是因为前面的时间段内,元胞内未产生拥堵状态,元胞状态 x 的灵敏度很高.随

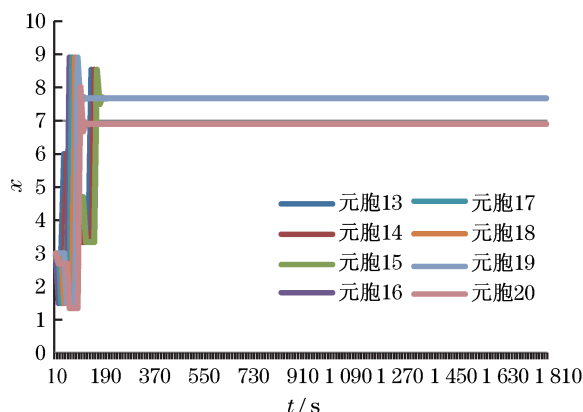


图8 投资前采用局部匝道控制策略元胞状态

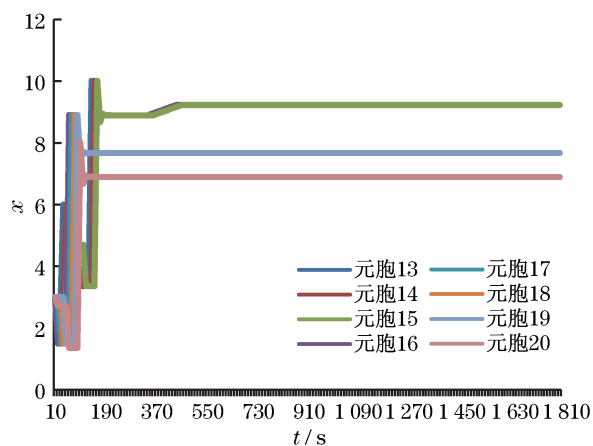
Fig.8 State of x before investment when implementing local ramp control

图9 投资后采用匝道协调控制投资后元胞状态

Fig.9 State of x after investment when implementing local ramp control

着交通需求的增长,路段逐渐拥堵,元胞内车流的传播以最大流进行传递,所以当开始产生延误时元胞状态 x 开始平稳变化.同时,可以看到元胞13,14,15在投资后元胞状态 x 有了明显提高.

图10是采用局部匝道控制策略时分配给各元胞的投资额.从图中可以看出同一路段上的元胞在局部匝道控制策略下被分配以相等的投资额.例如元胞11,12,13,14,15,22,23,24,25,26为同一路段,元胞27,28,29为同一路段.不同路段被分配以不同投资额是由于不同路段的交通状况以及快速路拓扑结构所决定.

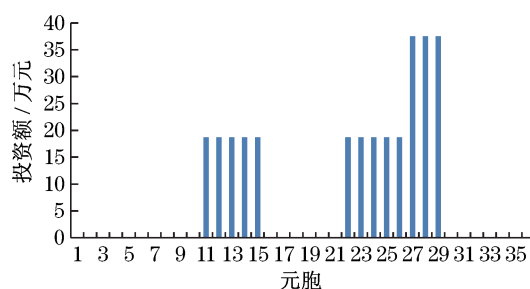


图10 采用局部匝道控制分配给各元胞的投资额

Fig.10 Investment divided into every cell when implementing local ramp control

5 结束语

本文提出了一种以元胞传输模型理论为基础的快速路投资优化方法,同时通过改变入口匝道的优先释放权实现了快速路局部匝道控制,最后利用粒子群算法对该问题进行优化求解.该优化思想可应用于快速路其他匝道控制方式以及城市道路交叉口信号灯控制.该模型也可延伸考虑在现有的交通网络中添加新路段来进行投资优化.

参考文献:

- [1] YANG H, BELL M G H. Models and algorithms for road network design: a review and some new developments[J]. Transport Reviews, 1998, 18(3): 257-278.
- [2] GAO Z Y, WU J J, SUN H J. Solution algorithm for the bi-level discrete network design problem [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2005, 39(6): 479-495.
- [3] DREZNER Z, WESOLOWSKY G O. Selecting an optimum configuration of one-way and two-way routes [J]. Transportation Science, 1997, 31(4): 386-394.

- [4] ABDULAAL M, LEBLANC L J. Continuous equilibrium network design models[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 1979, 13(1): 19–32.
- [5] FERRARI P. Road pricing and network equilibrium[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 1995, 29(5): 357–372.
- [6] ALLSOP R E. Some possibilities for using traffic control to influence trip distribution and route choice [C]//*Proceedings of the 6th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*. New York: Elsevier, 1974: 345–373.
- [7] 李晓文. 快速路匝道控制优化方法研究[D]. 长春: 吉林大学, 2015.
- [8] 朱炯, 郭海峰, 俞立, 等. 基于蚁群算法的城市快速路优化控制[J]. *计算机工程*, 2011, 37(23): 174–176.
- [9] 马继萍. 快速路出口匝道控制策略研究[D]. 西安: 长安大学, 2013.
- [10] 何胜学, 范炳全. 多用户动态交通流分配模型及算法研究[J]. *上海理工大学学报*, 2006, 28(5): 460–464.
- [11] DAGANZO C F. The cell transmission model: a dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 1994, 28(4): 269–287.
- [12] DAGANZO C F. The cell transmission model, part II: network traffic[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 1995, 29(2): 79–93.
- [13] SUN H, GAO Z Y, ZHAO F X. Dynamic network design problem under demand uncertainty: an adjustable robust optimization approach[J]. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2014, 2014: 739656.
- [14] LIN D Y. A dual variable approximation-based descent method for a bi-level continuous dynamic network design problem [J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2011, 26(8): 581–594.
- [15] WALLER S T, MOUSKOS K C, KAMARYIANNIS D, et al. A linear model for the continuous network design problem[J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2006, 21(5): 334–345.
- [16] UKKUSURI S V, WALLER S T. Linear programming models for the user and system optimal dynamic network design problem: formulations, comparisons and extensions[J]. *Networks and Spatial Economics*, 2008, 8(4): 383–406.
- [17] CHUNG B D, YAO T, XIE C, et al. Robust optimization model for a dynamic network design problem under demand uncertainty [J]. *Networks and Spatial Economics*, 2011, 11(2): 371–389.
- [18] NEWELL G F. *Applications of queuing theory*[M]. 2nd ed. London: Chapman and Hall, 1982.
- [19] CASSIDY M J, AHN S. Driver turn-taking behavior in congested freeway merges [J]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2005(1934): 140–147.
- [20] JIN W L. Continuous kinematic wave models of merging traffic flow[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2010, 44(8/9): 1084–1103.
- [21] Transportation Research Board. *Highway capacity manual*[M]. 4th ed. Washington DC: Transportation Research Board, National Research Council, 2000.

(编辑: 丁红艺)