

基于 Neo-Hookean 本构模型的人体 膝关节韧带力学性能测试分析

王建平, 闫池辉, 张盼盼, 王 猛, 赵 煊

(河南理工大学 机械与动力工程学院, 焦作 454000)

摘要: 测试和分析研究国人膝关节的前交叉韧带、后交叉韧带、内侧副韧带、外侧副韧带以及髌腱, 基于超弹性本构模型(Neo-Hookean 模型)的力学性能参数, 为膝关节相关生物力学研究提供数据参考. 通过对 4 具国人膝关节标本进行解剖, 获得人体膝关节主要的韧带组织样本, 对所获得的韧带样本进行超弹性材料的单轴拉伸测试, 并运用超弹性材料的应变能密度函数本构模型中的 Neo-Hookean 模型对测试数据进行数据处理, 得到人体膝关节韧带基于超弹本构模型的力学性能参数. 解析求得了国人膝关节的韧带组织基于超弹性本构模型的力学性能参数, 可用于膝关节的生物力学特性的研究, 并且为国人膝关节韧带性能数据库提供数据参考.

关键词: 人体膝关节韧带; 单轴拉伸; 超弹性; Neo-Hookean 模型; 力学性能

中图分类号: TD 318.01

文献标志码: A

Mechanical Properties Test and Analysis on Human Knee Ligaments Based on the Neo-Hookean Constitutive Model

WANG Jianping, YAN Chihui, ZHANG Panpan, WANG Meng, ZHAO Xuan

(School of Mechanical and Power Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China)

Abstract: The mechanical properties parameters of anterior cruciate ligaments, posterior cruciate ligaments, medial collateral ligaments, lateral collateral ligaments and tendons of Chinese knee joints were tested and analyzed based on the hyperelastic constitutive model (Neo-Hookean model) in order to provide reference data for the research of knee joint biomechanics. Through the anatomy of 4 Chinese knee joints, the main ligament specimens of the human knee joints were obtained. Then, uniaxial tensile tests were carried out on the hyperelastic material of the obtained ligament specimens, and the experimental data were processed by using the Neo-Hookean model, which is a strain energy density function constitutive model for hyperelastic materials. The mechanical properties parameters of the human knee joint ligaments based on the hyperelastic

收稿日期: 2017-05-31

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(31370999)

第一作者: 王建平(1969-), 男, 副教授. 研究方向: 数字化制造、人体内植物和手术器械生物医学仿生 CAD 及 CAM/CAE 技术. E-mail: wjp. sjtu@gmail.com

constitutive model were calculated. The mechanical properties parameters of Chinese knee joints were successively obtained. The parameters can be used to study the biomechanical properties of knee joints and provide data reference for the properties database of Chinese knee ligaments.

Keywords: *human knee ligament; uniaxial tension; hyperelastic; Neo-Hookean model; mechanical property*

膝关节是人体下肢运动的枢纽,而膝关节韧带是维持人体膝关节稳定性的重要组织,虽已经被众多的研究者研究,但许多相关研究主要集中在伤病检查、修复等临床应用方面^[1]。相比较而言,人体膝关节韧带力学性能的测试研究较少。很多研究者引用国外膝关节韧带性能的数据进行课题研究,而国人的身高和体型与国外有很大的差异,其膝关节韧带的力学性能自然也存在一定的差异^[2]。

目前,在膝关节有限元仿真中许多学者将韧带的属性简化成线弹性材料,很少考虑韧带组织的超弹或者粘弹的材料属性。超弹性材料拥有较好的伸缩性和复原性,而且材料的特性与线弹性材料不同,它们呈非线性变化^[3],将韧带的材料属性设置为超弹性材料更加接近膝关节韧带实际的力学性能。相较一些学者将韧带简化为线弹性材料,许多研究者^[4-7]将韧带定义为超弹材料进行膝关节生物力学分析,结果更加符合实际。

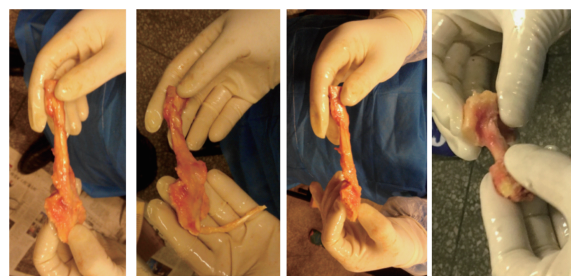
采用应变能密度函数能更好地表达超弹材料的力学特性。在有限元分析时常用的超弹材料应变能密度函数本构模型有 Neo-Hookean 模型、多项式模型、Mooney-Rivlin 模型、Yeoh 模型等^[8]。能量密度函数本构模型中的 Mooney-Rivlin 形式和 Neo-Hookean 形式是众多研究者常用的超弹材料本构模型,在研究人体膝关节生物力学特性时,研究者大都采用 Neo-Hookean 形式的本构模型^[4-6]。因此,本文进行国人膝关节韧带的单轴拉伸试验,测量人体膝关节主要韧带组织的力学参数,引入了超弹性材料的应变能密度函数本构模型(Neo-Hookean 模型)。通过对实验数据的计算处理,得到基于超弹本构模型的人体膝关节韧带的力学性能参数,为国人膝关节韧带性能以及相关的膝关节生物力学研究提供数据参考。

1 材料与方法

1.1 韧带材料的制备

为获得人体膝关节韧带标本,从河南理工大学

附属医院获取 4 具未经福尔马林溶液浸泡的、冰冻的新鲜正常膝关节样本。通过观察所取膝关节样本,没有膝关节畸形、损伤或进行过相关膝关节手术,且样本的皮肤完好。通过对所获得的 4 具膝关节样本进行解剖,共提取获得 19 条膝关节主要韧带组织样本。其中包括:4 条膝关节髌腱、4 条前交叉韧带、4 条后交叉韧带、4 条内侧副韧带和 3 条外侧副韧带。所提取的韧带组织样本如图 1 所示。提取离体后 1 h 内,将提取的组织样本用蘸有生理盐水的纱布进行包裹放入密封的保鲜膜中,在 $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ 的冰柜中进行冰冻保存。



(a) 外侧副韧带 (b) 髌腱 (c) 内侧副韧带 (d) 后交叉韧带

图 1 膝关节提取的韧带

Fig.1 Ligament of knee joint

1.2 单轴拉伸试验测试

试验前取出冰冻的韧带样本进行室温下解冻。待解冻完成后,用手将所测韧带拉直,然后用游标卡尺测量从韧带上端附着区域的中心点到韧带下端附着区域的中心点的距离,记为初始长度 L_0 ^[9]。观察解冻后韧带的完整性并对固定端进行适当的修剪,然后用树脂将韧带的固定端包埋在自制的夹具芯中,如图 2 所示(见下页)。在树脂固化时会有一些热量释放,用蘸有生理盐水的湿纱布不断地擦拭韧带,保证韧带在包埋固化时不被烫伤。等固化完成后将包埋有韧带试样的夹具芯装入自行设计的夹具中,然后装卡在试验机(Shore Western 306.2, USA)上,如图 3 所示(见下页)。在整个试验过程中,每隔一段时间(约 5 min)在韧带试样上喷洒一次生理盐水,让韧带始终保持湿润和活性。



图 2 在夹具芯中包埋后的韧带

Fig.2 Ligaments embedded in the clamp

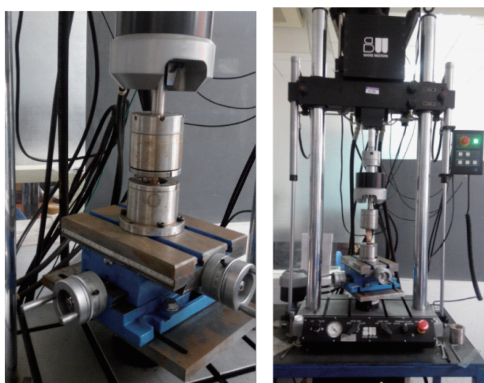


图 3 装夹在试验机上的韧带

Fig.3 Ligament clamped on the experimental machine

在试验机上将韧带试样安装好后,按以下试验步骤对韧带属性进行测试.

步骤 1 控制试验机对韧带进行加载到 1 N 左右,然后量取并记录韧带的初始面积 S_0 [9].

步骤 2 对韧带进行预调处理,降低韧带粘弹性的影响.以 10 mm/min 的加载速度对韧带试样施加拉力,让韧带试样在初始长度 L_0 的 2% 拉伸范围内作 10 次拉伸循环,然后卸载暂停 5 min.

步骤 3 将韧带以 100 mm/min 拉伸速度拉伸到原长 L_0 的 1%,记下此时的位置 L_1 ,保持 3 min,然后将拉力卸载并暂停 5 min,等待韧带恢复.

步骤 4 再将韧带以 100 mm/min 拉伸速度拉伸到原长 L_0 的 3%,记下此时的位置 L_2 ,保持 3 min,然后进行卸载等待 5 min.

步骤 5 然后以 2 次/min 的循环速率让韧带在 L_1 和 L_2 之间循环加载 10 次,充分激活韧带的活性.卸载等待 5 min.

步骤 6 将韧带以 200 mm/min 的拉伸速度拉伸至韧带断裂.

步骤 7 保存并整理韧带属性测试数据,整理试验器材.

2 基于超弹性本构关系 Neo-Hookean 模型的参数求解

2.1 主应力表达式的求解

由于超弹性材料的能量密度函数 U 是关于应变不变量 I_i 的函数,可以设

$$U = U(I_1, I_2, I_3) \quad (1)$$

其中

$$\begin{cases} I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \\ I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \\ \lambda_i = 1 + \epsilon_i \end{cases} \quad (2)$$

式中: I_1, I_2 和 I_3 为第一、第二和第三应变不变量; λ_i 为拉伸主方向上的伸长比; ϵ_i 为拉伸主方向上的应变.

由 Piola-Kirchhoff 和 Cauchy-Green 定义的应力应变形式可知,通过对应变能密度函数 U 对试验时的主拉伸比 λ_i 求偏导,得到超弹材料的应力应变关系,也叫作 Piola-Kirchhoff 应力和 Cauchy-Green 应变 [10],其形式如下:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial U}{\partial \lambda_{ij}} = \frac{\partial U}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \lambda_{ij}} + \frac{\partial U}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial \lambda_{ij}} + \frac{\partial U}{\partial I_3} \frac{\partial I_3}{\partial \lambda_{ij}} \quad (3)$$

由式(1)~(3)可得超弹性材料单轴拉伸的主应力 σ_i 的表达式为

$$\sigma_1 = 2\lambda_1 \left[\frac{\partial U}{\partial I_1} + (\lambda_2^2 + \lambda_3^2) \frac{\partial U}{\partial I_2} + \lambda_2^2 \lambda_3^2 \frac{\partial U}{\partial I_3} \right] \quad (4)$$

2.2 基于 Neo-Hookean 模型的参数求解

单参数超弹性本构模型的 Neo-Hookean 模型应变能密度函数表达式为

$$U = C_{10}(I_1 - 3) + \frac{1}{D_1} (J - 1)^2 \quad (5)$$

由于人体膝关节韧带超弹材料属性可以近似为不可压缩材料,则 $J = \text{Det}(F) = 1$,即 $J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$. 因此,由式(5)可知,Neo-Hookean 模型的应变能密度函数形式则变为

$$U = C_{10}(I_1 - 3) \quad (6)$$

由单轴拉伸试验的特性可知,其拉伸比 λ_1, λ_2 和 λ_3 的关系为

$$\lambda_1 = \lambda_U, \lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_U}} \quad (7)$$

式中, λ_U 是试验拉伸方向上的拉伸比,则 $\lambda_U = 1 + \epsilon_U$.

由式(2)和式(7)可以得到单轴拉伸试验时的第

一、第二和第三应变不变量如下:

$$\begin{cases} I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = \lambda_1^2 + 2\lambda_1^{-1} \\ I_2 = \lambda_1^2\lambda_2^2 + \lambda_2^2\lambda_3^2 + \lambda_3^2\lambda_1^2 = 2\lambda_1 + \lambda_1^{-2} \\ I_3 = \lambda_1^2\lambda_2^2\lambda_3^2 = 1 \end{cases} \quad (8)$$

由式(4)和式(8)可以得到单轴拉伸时的主应力 σ_1 的表达式为

$$\sigma_1 = \frac{2}{\lambda_1} \left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1^2\lambda_2^2} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial I_1} + \lambda_2^2 \frac{\partial U}{\partial I_2} \right) \quad (9)$$

将式(7)和式(8)代入式(9)可得主应力 σ_1 为

$$\sigma_1 = 2 \left(\lambda_1 - \frac{1}{\lambda_1^2} \right) C_{10} \quad (10)$$

式中: λ_1 为主拉伸比; C_{10} 为 Neo-Hookean 模型的参数.

为了求解 C_{10} , 将 $\lambda_1 = 1 + \epsilon_1$ 代入式(10), 建立拉伸方向的主应力 σ_1 、应变 ϵ_1 关于模型参数 C_{10} 的关系.

$$\sigma_1 = 2 \left[(1 + \epsilon_1) - \frac{1}{(1 + \epsilon_1)^2} \right] C_{10} \quad (11)$$

根据韧带属性测试单轴拉伸实验所得的应力应变关系数据, 以应力 σ_1 为纵坐标, 以 $2 \left[(1 + \epsilon_1) - \frac{1}{(1 + \epsilon_1)^2} \right]$ 为横坐标建立类似于 $y = kx$ 的关系, 将测试所得的试验数据点经过相应的计算处理后表述在相应的坐标中. 最后将这些点拟合成一条直线, 求出拟合所得到的直线方程. 则 C_{10} 为拟合所得的直线的斜率, 即为所求 Neo-Hookean 模型的系数.

根据上述方法, 将实验所测得的人体膝关节的前交叉韧带、后交叉韧带、内侧副韧带、外侧副韧带和髌腱的应力-应变实验数据进行计算处理. 将实验数据中的应力 σ_1 作为纵坐标 y , 将应变 $2 \left[(1 + \epsilon_1) - \frac{1}{(1 + \epsilon_1)^2} \right]$ 作为横坐标 x , 并将这些点在坐标系中显示, 然后用直线方程进行拟合, 如图4所示.

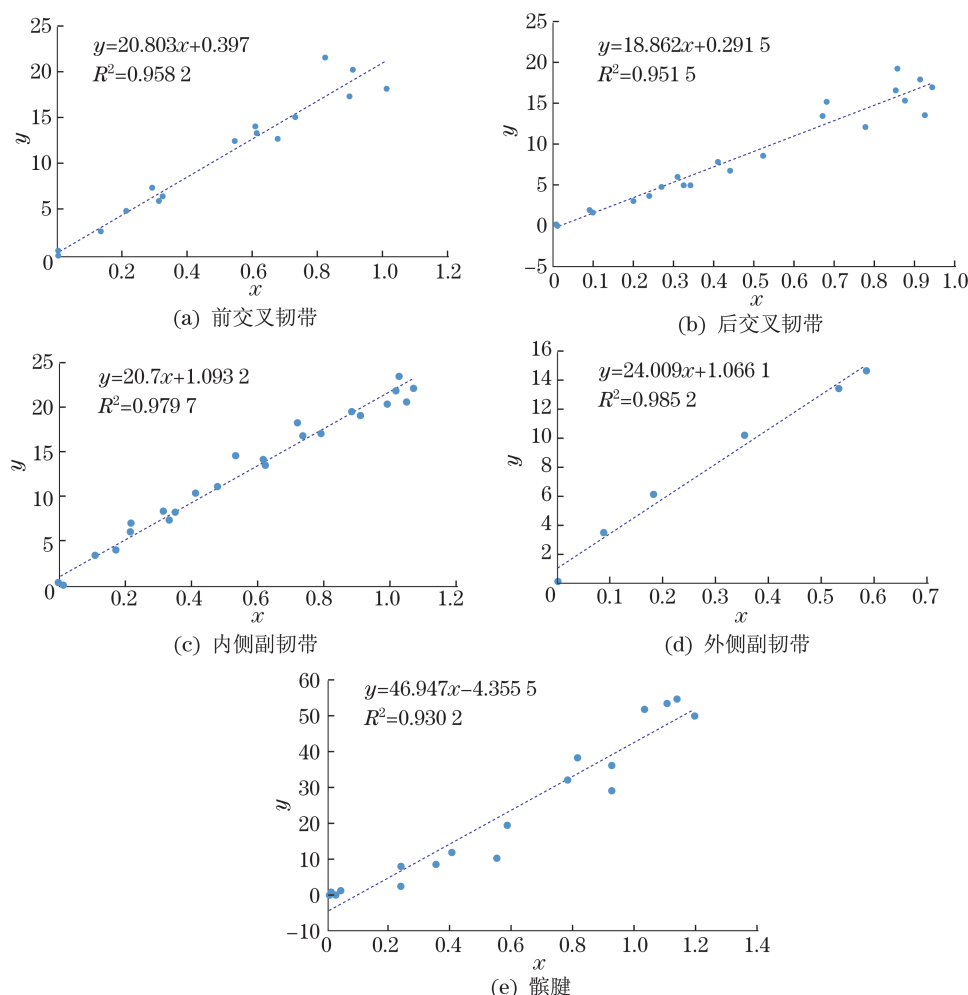


图4 人体膝关节韧带材料的 Neo-Hookean 模型数据拟合图

Fig.4 Neo-Hookean model data fitting of human knee ligament

人体膝关节前交叉韧带拟合后的直线方程为 $y = 20.803x + 0.397$, 所拟合的斜率为 20.803, 所以前交叉韧带的 Neo-Hookean 模型参数 $C_{10} = 20.803$; 后交叉韧带拟合后的直线方程为 $y = 18.862x - 0.2915$, 因此, 后交叉韧带的模型参数 $C_{10} = 18.862$; 内侧副韧带拟合后的直线方程为 $y = 20.7x + 1.0932$, 可得内侧副韧带的 Neo-Hookean 模型参数 $C_{10} = 20.7$; 外侧副韧带拟合后的直线方程为 $y = 24.009x + 1.0661$, 所以外侧副韧带的 Neo-Hookean 模型参数 $C_{10} = 24.009$; 髌腱拟合后的直线方程为 $y = 46.947x - 4.3555$, 可得髌腱的 Neo-Hookean 模型参数 $C_{10} = 46.947$.

综合上述分析得到, 人体膝关节各韧带组织基于超弹性材料能量密度函数的本构模型(Neo-Hookean 模型)的参数, 如表 1 所示.

表 1 膝关节各韧带的 Neo-Hookean 模型参数
Tab.1 Neo-Hookean model coefficients of various ligaments of knee joints

膝关节各韧带	前交叉韧带	后交叉韧带	内侧副韧带	外侧副韧带	髌腱
C_{10}	20.803	18.862	20.7	24.009	46.947

3 讨 论

本次试验通过对人体膝关节主要的韧带组织进行超弹性材料的单轴拉伸试验测试, 引入应变能密度函数本构模型中的 Neo-Hookean 模型, 进行研究人体膝关节韧带的超弹特性单轴拉伸测试, 并计算得到了各韧带的模型系数. 经查阅相关文献, 一些关于膝关节韧带物理性能本构关系的参数与本试验所测得的试验结果相近, 例如 Sultan 等^[5], Qunli 等^[11] 和 Wilson^[12] 在进行人体膝关节生物力学仿真时, 也通过超弹材料应变能密度函数本构模型中的 Neo-Hookean 模型来定义各韧带的材料属性, 并且所引用的韧带模型系数 C_{10} 为 24.

本试验通过对 4 具膝关节样本进行解剖, 获得膝关节韧带组织标本. 每种韧带的数目只有 4 条, 并且外侧副韧带在解剖时和测试时各损坏一条, 另一条检查发现有损伤未进行测试, 导致外侧副韧带样本数量明显不足, 在样本数量上本试验有一定的缺陷. 另外在韧带的测量方式上, 本试验使用游标卡尺测量韧带的初始长度时, 选择韧带负责区域的中心点有一定的误差, 不够精确. 虽然该种测量方法存在一定的误差,

但也有许多学者^[2,9,13-14] 是通过游标卡尺测量韧带相关尺寸的. 在韧带的性能测试试验中, 韧带的形状和尺寸以及测试时的加载速度决定在拉伸载荷作用下的韧带强度^[15]. 部分学者^[15-16] 研究发现, 在韧带拉伸试验中将加载速度提高 4 倍, 韧带被破坏时的载荷能增加 50%. 在对膝关节韧带进行测试试验时, 也应考虑加载速度对韧带力学性能的影响. 本试验的加载速度参考 Johnson 等^[17]、石杜芳等^[2] 试验测试时的加载速度.

国内关于膝关节韧带的性能的研究, 许多研究者对其也进行了测试. 2007 年, 王溪原等^[18] 对国人 20 条的前交叉韧带和 20 条内侧副韧带进行拉伸测试试验, 然后对试验结果进行拟合, 得到了前交叉韧带和内侧副韧带的应力-应变曲线和应力应变关系的拟合表达式; 2008 年, 周安国等^[15] 通过对 10 个后交叉韧带的标本切取的 20 个试样进行拉伸测试, 得到了后交叉韧带的最大拉伸载荷、最大应力和应变以及弹性模量, 并通过拟合得到了后交叉韧带的应力应变关系的表达式; 2010 年, 石杜芳等^[2] 通过对 7 条人体膝关节髌腱进行拉伸测试, 并与西方人的同类指标进行比较, 发现国人髌腱的抗拉强度和弹性模量比西方人偏低, 其断裂伸长率和应变能密度偏高; 沙川华等^[19] 在 2013 年通过对年龄在 25~35 岁之间男性的 24 条膝关节前交叉韧带和后交叉韧带进行一维拉伸试验和应力松弛试验, 得到了前交叉韧带和后交叉韧带各部分的生物材料力学特性, 并指出前交叉韧带和后交叉韧带的来源相同, 结构相似, 因此它们的力学性能特征也相同. 虽然, 许多膝关节生物力学学者对膝关节主要韧带的力学性能进行了研究, 但是, 其研究方法和测试数据的处理方式以及得到的结果形式都不尽相同, 还有待于进一步建立统一的规范标准, 进而建立国人的人体膝关节韧带力学性能数据库.

参考文献:

- [1] 王枫. 膝关节韧带损伤与人工韧带研究进展[J]. 中国组织工程研究与临床康复, 2010, 14(21): 3919-3922.
- [2] 石杜芳, 王冬梅, 王建平, 等. 人体髌韧带的力学性能测试: 中国人同西方人的初步比较[J]. 中国生物医学工程学报, 2010, 29(2): 314-320.
- [3] 李树虎, 贾华敏, 李茂东, 等. 超弹性体本构模型的理论和特种试验方法[J]. 弹性体, 2011, 21(1): 58-64.
- [4] PEÑA E, CALVO B, MARTÍNEZ M A, et al. Finite element analysis of the effect of meniscal tears and meniscectomies on human knee biomechanics[J]. Clinical Biomechanics, 2005, 20(5): 498-507.

- [5] SULTAN S, MARLER T. Multi-scale predictive human model for preventing injuries in the ankle and knee[J]. *Procedia Manufacturing*, 2015, 3: 3767 – 3774.
- [6] DOBLARÉ M, CUETO E, CALVO B, et al. On the employ of meshless methods in biomechanics [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005, 194 (6/7/8): 801 – 821.
- [7] 何川, 李彦林, 张振光, 等. 不同屈曲状态下膝关节韧带生物力学的有限元分析[J]. *中国运动医学杂志*, 2015, 34(7): 662 – 669.
- [8] 陈莲, 周海亭. 计算橡胶隔振器静态特性的数值分析方法[J]. *振动与冲击*, 2005, 24(3): 120 – 123.
- [9] HASHEMI J, CHANDRASHEKAR N, SLAUTERBECK A. The mechanical properties of the human patellar tendon are correlated to its mass density and are independent of sex[J]. *Clinical Biomechanics*, 2005, 20(6): 645 – 652.
- [10] 黄建龙, 解广娟, 刘正伟. 基于 Mooney-Rivlin 和 Yeoh 模型的超弹性橡胶材料有限元分析[J]. *橡塑技术与装备*, 2008, 34(12): 22 – 26.
- [11] QUNLI S, DHAHER Y. Three-dimensional hyperelastic model of the human knee; a parametric sensitivity study [R]. Chicago, IL, USA: Northwestern University and Rehabilitation Institute of Chicago, 2005.
- [12] WILSON C. Nonlinear finite element analysis of an abdominal aortic aneurysm [D]. Massachusetts: Tufts University, 2008.
- [13] HAUT R C, POWLISON A C, RUTHERFORD G W, et al. Some effects of donor age and sex on the mechanical properties of patellar tendon graft tissues[J]. *ASME Adv Bioeng*, 1988, 8: 75 – 78.
- [14] HAUT R C, POWLISON A C. The effects of test environment and cyclic stretching on the failure properties of human patellar tendons [J]. *Journal of Orthopaedic Research*, 1990, 8(4): 532 – 540.
- [15] 周安国, 于涛, 陈鹏, 等. 膝关节后交叉韧带的拉伸力学性质[J]. *中国组织工程研究与临床康复*, 2008, 12(6): 1085 – 1088.
- [16] KENNEDY J C, HAWKINS R J, WILLIS R B, et al. Tension studies of human knee ligaments: yield point, ultimate failure, and disruption of the cruciate and tibial collateral ligaments [J]. *The Journal of Bone & Joint Surgery*, 1976, 58(3): 350 – 355.
- [17] JOHNSON G A, TRAMAGLINI D M, LEVINE R E, et al. Tensile and viscoelastic properties of human patellar tendon[J]. *Journal of Orthopaedic Research*, 1994, 12(6): 796 – 803.
- [18] 王溪原, 李鹏, 马洪顺. ACL 和 MCL 拉伸力学性质实验研究[J]. *北京生物医学工程*, 2007, 26(3): 316 – 317.
- [19] 沙川华, 张涛, 李龙. 人体膝关节交叉韧带生物材料力学特征实验研究[J]. *体育科学*, 2013, 33(1): 72 – 77.

(编辑: 丁红艺)

(上接第 579 页)

- [8] MASTROENI G. Gap functions for equilibrium problems[J]. *Journal of Global Optimization*, 2003, 27 (4): 411 – 426.
- [9] COHEN G. Auxiliary problem principle extended to variational inequalities [J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 1988, 59(2): 325 – 333.
- [10] ANTIPIN A S. The convergence of proximal methods to fixed points of extremal mappings and estimates of their rate of convergence [J]. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1995, 35(5): 539 – 551.
- [11] SOLODOV M V, SVAITER B F. A new projection method for variational inequality problems[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1999, 37 (3): 765 – 776.
- [12] ANH P N, LE THI H A. An Armijo-type method for pseudomonotone equilibrium problems and its applications[J]. *Journal of Global Optimization*, 2013, 57(3): 803 – 820.
- [13] 徐庆, 朱道立, 鲁其辉. Nash 均衡、变分不等式和广义均衡问题的关系[J]. *管理科学学报*, 2005, 8(3): 1 – 7.
- [14] KONNOV I. Combined relaxation methods for variational inequalities [J]. Berlin Heidelberg: Springer, 2001: 77 – 92.
- [15] WANG Y J, XIU N H, WANG C Y. Unified framework of extragradient-type methods for pseudomonotone variational inequalities [J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2001, 111(3): 641 – 656.

(编辑: 石 瑛)