

基于柔度曲率曲线拟合的薄板结构损伤识别研究

周奎, 徐宏文, 方早, 吴伟

(上海理工大学 环境与建筑工程学院, 上海 200093)

摘要: 提出了基于柔度曲率多项式曲线拟合的损伤识别方法, 并用该方法对薄板结构进行损伤研究。采用有限元软件 ANSYS 进行模态分析, 得到损伤薄板的模态振型和固有频率, 进而得到 X 方向和 Y 方向柔度曲率, 然后分别在 X 方向和 Y 方向进行多项式曲线拟合。基于拟合值与原始值的差值构造新的损伤指标。数值算例的结果表明, 基于柔度曲率多项式曲线拟合的方法相比仅采用柔度曲率矩阵的方法能够更好地进行平板损伤定位, 同时相比柔度曲率差等需要结构损伤前后模态数据的损伤识别方法, 该方法不需要用到结构损伤前的模态数据, 可以运用于难以获得健康结构的模态振型数据的结构损伤识别中。

关键词: 薄板结构; 损伤识别; 柔度曲率; 多项式曲线拟合

中图分类号: TU 33+9

文献标志码: A

Damage Identification of Thin Plate-Type Structures Based on the Flexibility Curvature Curve Fitting

ZHOU Kui, XU Hongwen, FANG Zao, WU Wei

(School of Environment and Architecture, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: A method of damage identification based on the flexural curvature polynomials curve fitting was presented and the method was then used to study the damage of thin plate structures. The modal shapes and natural frequencies of the damaged thin plate were obtained by the modal analysis using the finite element software ANSYS, and the flexibility curvatures in X -direction and Y -direction were provided. Then they were fitted with polynomial curves in the direction of X and Y axis. Based on the difference between the fitting values and the original values, a new damage index was proposed. The numerical results show that the method based on the flexibility curvature polynomial curve fitting can identify the damage position of the plate more accurately than the methods which only use the flexibility curvature matrix. Comparing with other methods, in the method it is not necessary to have the knowledge about the vibration modes of the original structure, so it can identify the damage cases where it is difficult to get the modal data in healthy state of the structure.

Keywords: thin plate-type structures; damage identification; flexibility curvature; polynomial curve fitting

结构损伤识别一直都是结构健康监测的核心问题之一。随着现代计算机技术的飞速发展及传感器技术、信号处理技术的进步,使得测试信号能够得到准确、快速的分析处理,基于结构动力响应的损伤检测成为国内外研究的热点^[1-4]。目前,许多结构损伤识别方法需要利用结构损伤前后的模态数据,如柔度曲率差、模态曲率差及模态应变能差等,这些方法之所以可以进行损伤识别是因为他们所构造的损伤指标在损伤处发生的变化要比未损伤处发生的变化更加明显,因而损伤前后数据的差值在损伤部位会明显大于未损伤部位^[5-7],但是,这些方法需要结构损伤前后的模态数据,这对于那些难以获得无损结构模态数据的结构则无法进行损伤检测。研究表明,仅利用损伤结构的数据也可以进行损伤识别,如仅用损伤结构的柔度曲率矩阵、模态曲率矩阵等。由于这些损伤指标在损伤部位有突变,观察突变的位置来进行损伤定位,但是,由于这些损伤指标在损伤处的值与周围的数据相差不大,容易误判^[8-9]。徐典等^[10]提出了柔度曲率曲线最小二乘法拟合的方法,将拟合后的曲线与原始曲线之间包围的面积作为损伤指标进行结构损伤识别。结果表明,该方法对梁结构具有良好的损伤定位功能。徐飞鸿等^[11]提出了模态曲率曲线最小二乘法拟合的方法,将拟合后的曲线与原始曲线之间包围的面积作为损伤指标,对梁结构进行了损伤定位研究,取得了良好的效果。但是,目前关于这方面的研究大多数仅针对一维梁类结构。

本文提出柔度曲率多项式曲线拟合的结构损伤识别方法,并利用该方法对平板进行损伤识别仿真模拟。利用损伤后的平板结构前 10 阶模态振型和固有频率分别在 X 方向和 Y 方向计算其柔度曲率。由于其柔度曲率值在损伤位置存在突变,用多项式曲线对柔度曲率值进行拟合时,多项式曲线能够较准确地经过或靠近未损伤位置的点,

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Omega}^{-1} \boldsymbol{\Phi}^T = \left[\begin{array}{cccc} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \cdots & \varphi_{1m} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \cdots & \varphi_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \varphi_{n1} & \varphi_{n2} & \cdots & \varphi_{nm} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \vdots \\ \omega_m^2 \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{cccc} \varphi_{11} & \varphi_{21} & \cdots & \varphi_{n1} \\ \varphi_{12} & \varphi_{22} & \cdots & \varphi_{n2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \varphi_{1m} & \varphi_{2m} & \cdots & \varphi_{nm} \end{array} \right]$$

(2)

而损伤位置的点则距拟合曲线较远。然后用拟合值与原始值的差值构造新的损伤指标,可以分别得到 X 方向和 Y 方向的柔度曲率拟合差,将损伤指标用 Matlab 绘制三维曲面图,从图像上能够精确地识别出损伤位置。该方法只需结构损伤后的模态振型数据,从而能够运用到一些难以获得健康结构的模态振型数据的结构损伤识别中。

1 基于柔度曲率曲线拟合损伤定位方法

1.1 弹性薄板柔度曲率

将弹性薄板划分 $(a-1) \times (b-1)$ 个单元,即 X 方向 a 个节点, Y 方向 b 个节点,如图 1 所示。

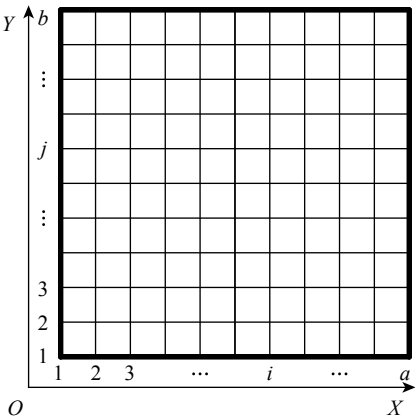


图 1 薄板有限元模型单元划分

Fig.1 Element meshing of the finite element model of thin plate

将薄板 i 阶振型的节点按照每列从小到大首尾相接的形式依次组成一个向量 $\boldsymbol{\varphi}_i$ 。

$$\boldsymbol{\varphi}_i = [\varphi_{1i}, \varphi_{2i}, \cdots, \varphi_{ni}]$$

(1)

式中: φ_{ni} 表示第 i 阶振型第 n 个节点 Z 方向模态位移(挠度); $\boldsymbol{\varphi}_i$ 表示 i 阶模态质量归一化振型。

柔度矩阵的构造体现了振型和频率的综合特征,由于高阶模态对柔度的影响较小,所以,可以取前 m 阶振型构造柔度矩阵 $\boldsymbol{F}$,其表达式为

式中： φ_{nm} 表示第 n 个节点在第 m 阶模态下的 Z 方向模态位移(挠度)； ω_m 表示第 m 阶模态下的固有频率。

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m \frac{\varphi_{i1}\varphi_{i1}}{\omega_i^2} & \sum_{i=1}^m \frac{\varphi_{i1}\varphi_{i2}}{\omega_i^2} & \cdots & \sum_{i=1}^m \frac{\varphi_{i1}\varphi_{in}}{\omega_i^2} \\ \sum_{i=1}^m \frac{\varphi_{i2}\varphi_{i1}}{\omega_i^2} & \sum_{i=1}^m \frac{\varphi_{i2}\varphi_{i2}}{\omega_i^2} & \cdots & \sum_{i=1}^m \frac{\varphi_{i2}\varphi_{in}}{\omega_i^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^m \frac{\varphi_{in}\varphi_{i1}}{\omega_i^2} & \sum_{i=1}^m \frac{\varphi_{in}\varphi_{i2}}{\omega_i^2} & \cdots & \sum_{i=1}^m \frac{\varphi_{in}\varphi_{in}}{\omega_i^2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

在柔度矩阵 $\mathbf{F}$ 中，每项元素 F_{ij} 表示在 i 点施加单位激励力时 j 点产生的位移，也就是柔度。由于柔度矩阵 $\mathbf{F}$ 第 n 列数据表示的是在不同的点施加激励时第 n 个点的位移，所以，可以将这列的数据进行平均，得到一个平均值来代表这个点，这与文献[8-9]中采用列最大值代表这个点不同，仿真试验计算结果表明，采用平均值会使得柔度曲率曲线更加平滑，多项式拟合效果更好。含有 n 个数据的过度矩阵 $\mathbf{F}_a$ 可表示为

$$\mathbf{F}_a = [f_1, f_2, \cdots, f_k, \cdots, f_n] \quad (4)$$

式中： f_k 表示柔度矩阵 $\mathbf{F}$ 中的第 k 列平均值，同时也代表第 k 个节点的损伤指标， $n = a \times b$ 。

将过度矩阵 $\mathbf{F}_a$ 排列成 b 行 a 列的矩阵，得到柔度平均值矩阵 $\mathbf{F}_{ave}$ 。

$$\mathbf{F}_{ave} = \begin{bmatrix} f_{1b} & f_{2b} & \cdots & f_{ab} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{12} & f_{22} & \cdots & f_{a2} \\ f_{11} & f_{21} & \cdots & f_{a1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中， f_{ij} 表示薄板坐标为 (i, j) 的柔度平均值。
分别将柔度平均值矩阵 $\mathbf{F}_{ave}$ 按行和列进行二次差分，可以得到 X 方向柔度曲率矩阵 $\mathbf{F}_{CX}$ 和 Y 方向柔度曲率矩阵 $\mathbf{F}_{CY}$ 。

X 方向二次差分公式为

$$\mathbf{F}_{CX}^{ij} = \frac{(f_{(i-1)j} + f_{(i+1)j}) - 2f_{ij}}{\Delta x^2} \quad (6)$$

式中： $\mathbf{F}_{CX}^{ij}$ 表示薄板坐标为 (i, j) 的节点的 X 方向柔度曲率； $f_{(i-1)j}$ ， f_{ij} ， $f_{(i+1)j}$ 表示沿 X 方向相邻的节点柔度平均值； Δx 表示 X 方向相邻节点的距离。

相应地， Y 方向二次差分公式为

$$\mathbf{F}_{CY}^{ij} = \frac{(f_{i(j-1)} + f_{i(j+1)}) - 2f_{ij}}{\Delta y^2} \quad (7)$$

式中： $\mathbf{F}_{CY}^{ij}$ 表示薄板坐标为 (i, j) 的节点的 Y 方向柔度曲率； $f_{i(j-1)}$ ， f_{ij} ， $f_{i(j+1)}$ 分别表示沿 Y 方向相邻的节点柔度平均值； Δy 表示 Y 方向相邻节点的距离。

距离。

1.2 多项式拟合曲线

选择板的某一行(列)，将行(列)的节点的损伤指标值用多项式曲线拟合。通过选择一个合适的多项式次数，可以使得拟合曲线尽可能地通过未损伤位置的节点值，而损伤位置的节点值由于有一个突变，所以，会使得该点距离拟合曲线较远。将拟合曲线上的数值与原始数值作差并平方，构造出新的损伤指标。将这个损伤指标进行三维曲面绘图，通过观察图像中是否存在明显突变位置进行损伤识别。

多项式拟合曲线的表达式为

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n \quad (8)$$

式中： $a_0, a_1, \cdots, a_n$ 为多项式拟合曲线系数； n 为多项式最高次。

2 算例数值计算

利用专业有限元分析软件 ANSYS 建立弹性薄板有限元模型。板尺寸选为长 1 m，宽 1 m，厚 0.003 m。将板的长和宽各等间距划分 25 个单元，即每个单元的尺寸为 0.04 m×0.04 m。单元采用实体单元 Soild186，密度取 7 850 kg/m³，杨氏模量取 2×10¹¹ N/m²，泊松比取 0.3。将有限元模型中的某个单元弹性模量减小 50% 来模拟损伤，具体如图 2 所示。模态提取方法采用 Lanczos 法，采用稀疏矩阵方程求解器。Soild186 单元每个单元有 20 个节点，位移模态的提取选择板中面上的节点。提取薄板前 10 阶模态振型和固有频率，按照式(2)~(5)构造平均柔度矩阵 $\mathbf{F}_{ave}$ 。将平均柔度矩阵 $\mathbf{F}_{ave}$ 分别沿 X 方向和 Y 方向进行二次差分得到 X 方向柔度曲率矩阵 $\mathbf{F}_{CX}$ 和 Y 方向柔度曲率矩阵 $\mathbf{F}_{CY}$ 。

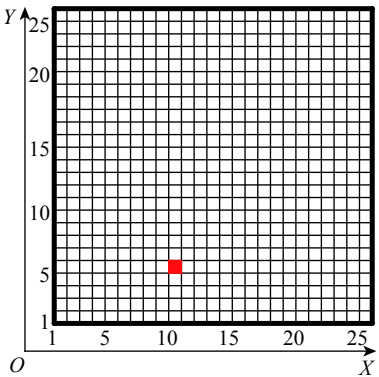


图 2 单处损伤 50% 的四边固支板有限元模型
Fig.2 Four-side fixed plate finite element model with one 50%-level-damaged element

2.1 多项式拟合曲线的选择

为了寻找合适的拟合曲线次数,分别选择边上($Y=2$)和中间($Y=13$)这两行数据进行拟合。结果如图3所示。对于边界和中部的柔度曲率 k ,通过8次多项式曲线拟合,曲线基本可以通过各个点,故可以选择8次多项式拟合。

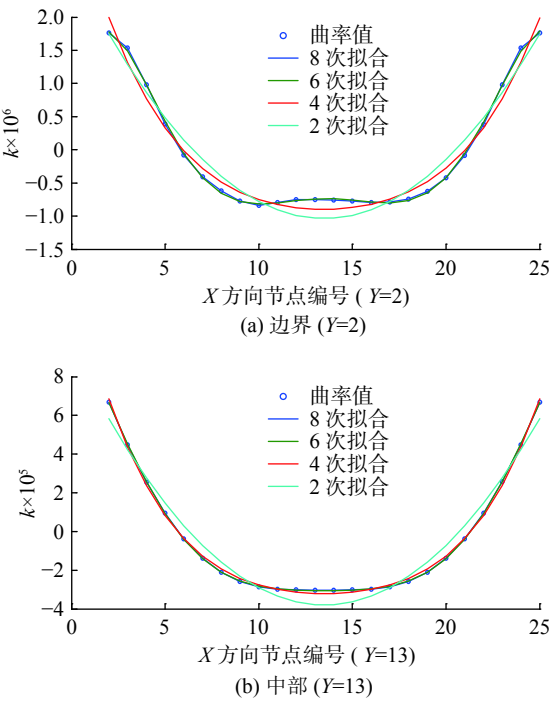


图3 柔度曲率多项式曲线拟合
Fig.3 Flexibility curvature polynomial curve fitting

为了检验8次多项式是否能够区分出损伤位置的点,选择第5行数据进行分析,结果如图4所示。从图4中可以看出,第9、10、11、12这4个点位于曲线外,而第10、11这2个点正好位于损伤位置,所以,8次多项式拟合能够区分出损伤位置的点。在实际结构损伤检测时,由于损伤

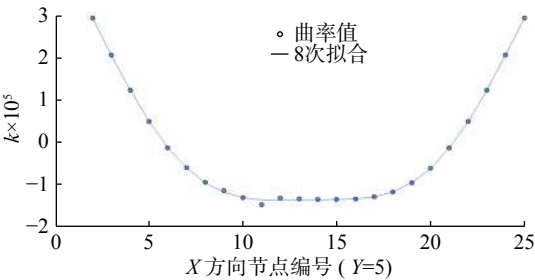


图4 损伤处($Y=5$)柔度曲率多项式曲线拟合
Fig.4 Flexibility curvature polynomial curve fitting at the damage position ($Y=5$)

位置未知,无法对多项式次数进行检验,但是,基于柔度曲率曲线拟合检测平板的损伤规律是一致的,可以直接采用仿真模拟的结果得到的8次多项式进行拟合,当然,最好是进行实际试验得到多项式次数的一般规律,然后应用于实际平板损伤检测。

2.2 多项式曲线拟合损伤识别结果

利用Matlab软件编制程序分别对 X 方向柔度曲率矩阵 F_{CX} 的每一行和 Y 方向柔度曲率矩阵 F_{CY} 的每一列进行8次多项式曲线拟合,将拟合值与原始值分别作差并平方,得到新的损伤指标,即 X 方向柔度曲率拟合差 δF_{CX} 和 Y 方向柔度曲率拟合差 δF_{CY} 。

$$\delta F_{CX} = (F'_{CX} - F_{CX})^2 \tag{9}$$

$$\delta F_{CY} = (F'_{CY} - F_{CY})^2 \tag{10}$$

式中: F'_{CX} , F'_{CY} 分别为 X 方向和 Y 方向柔度曲率拟合值; F_{CX} , F_{CY} 分别为 X 方向和 Y 方向柔度曲率值。

为了综合 X 方向和 Y 方向的数据,定义损伤指标综合柔度曲率 F_C 和综合柔度曲率拟合差 δF_C ,其中,综合柔度曲率 F_C 为 X 方向柔度曲率与 Y 方向柔度曲率乘积;综合柔度曲率拟合差 δF_C 为 X 方向柔度曲率拟合差与 Y 方向柔度曲率拟合差的乘积并开方,开方的原因是为了避免数值过小,软件难以绘图。综合柔度曲率 F_C 和综合柔度曲率拟合差 δF_C 的表达式为

$$F_C = F_{CX} \cdot F_{CY} \tag{11}$$

$$\delta F_C = \sqrt{\delta F_{CX}^2 \cdot \delta F_{CY}^2} \tag{12}$$

式中: F_{CX} , F_{CY} 分别为 X 方向和 Y 方向柔度曲率值。

通过Matlab三维曲面绘图工具可以分别绘制柔度曲率及柔度曲率拟合差三维曲面图,分别如图5和图6所示(见下页)。

通过比较拟合前后的损伤指标,可以发现:图5(a), 5(b), 5(c)中损伤位置存在微小突起,但是,损伤识别效果并不理想,难以进行损伤识别;图6(a), 6(b), 6(c)中均存在一处明显突变,且突变位置均为预设的损伤单元位置。仿真模拟表明,基于模态曲率多项式曲线拟合的方法能够很好地进行损伤定位。

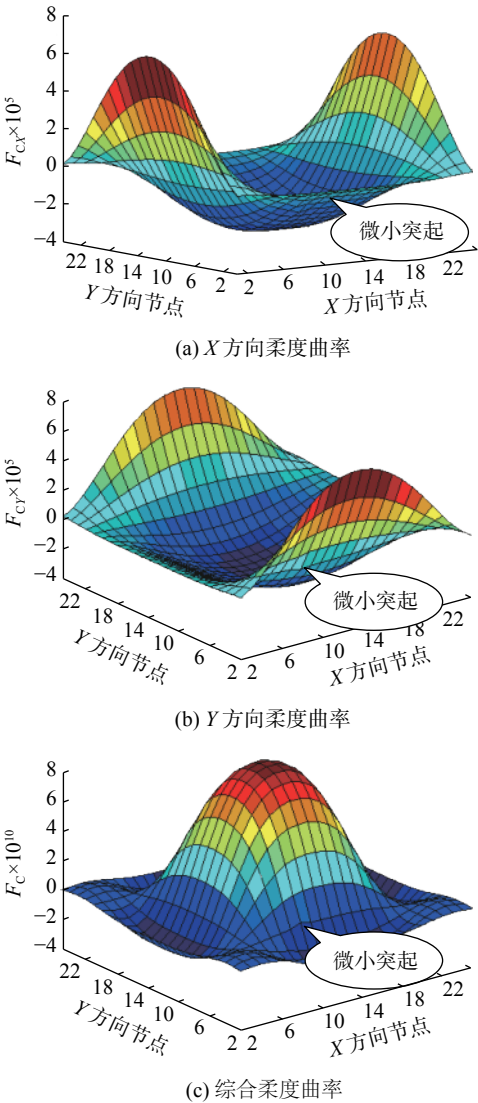


图5 单处损伤薄板结构柔度曲率

Fig. 5 Flexibility curvature of the thin plate-type structure with one damaged element

3 结 论

以四边固定支承的薄板为研究对象，通过有限元软件 ANSYS 计算得到了单处损伤程度 50% 弹性薄板结构的前 10 阶模态振型和固有频率，并计算得到柔度曲率。基于柔度曲率拟合数据与原数据的差值构造新的损伤指标并绘制三维曲面图，研究了基于模态曲率多项式曲线拟合的方法对板类结构的损伤定位效果，结果表明：基于柔度曲率多项式曲线拟合的方法能够准确地进行薄板结构的损伤定位，相比仅采用模态曲率矩阵进行损伤识别的方法，该方法能够使损伤位置的突变程度更大，进而更加容易发现损伤区域。同时，相比柔度曲率差等需要结构损伤前后模态

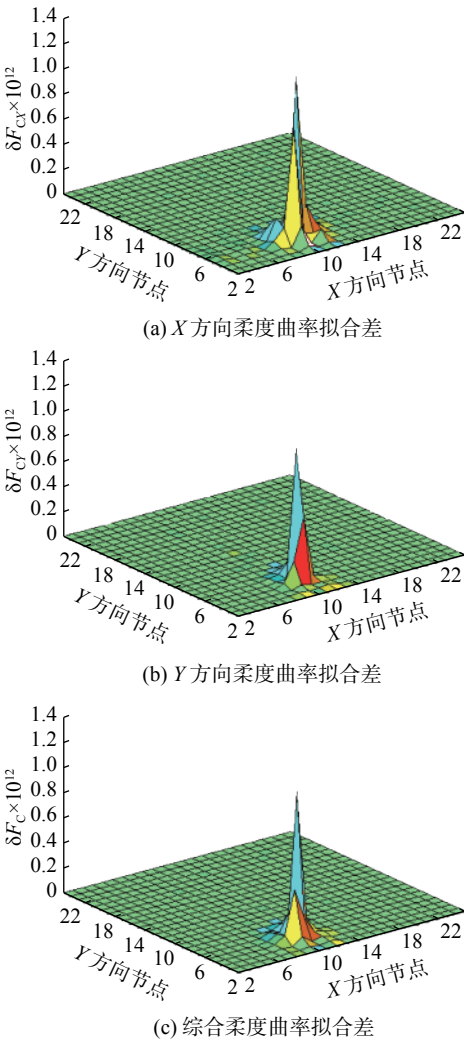


图6 单处损伤薄板结构柔度曲率拟合差

Fig. 6 Curve fitting difference of the flexibility curvature of the thin plate-type structure with one damaged element

数据的方法，该方法只需损伤结构的模态数据，能够运用到那些难以获得无损结构模态数据的结构损伤识别中。

本文只对单个单元 50% 损伤进行了数值模拟，没有考虑小损伤、多损伤、实际信号中的噪音这些因素，所以，对于这些因素，仍需作进一步的研究。

参考文献：

[1] DOEBLING S W, FARRAR C R, PRIME M B. A summary review of vibration-based damage identification methods[J]. The Shock and Vibration Digest, 1998, 30(2): 91–105.

[2] 韩大建, 王文东. 基于振动的结构损伤识别方法的近期研究进展[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2003, 31(1): 91–96.

[3] 周奎, 王琦, 刘卫东, 等. 土木工程结构健康监测的研究进展综述[J]. 工业建筑, 2009, 39(3): 96–102.

[4] 朱宏平, 余璟, 张俊兵. 结构损伤动力检测与健康监测研究现状与展望[J]. 工程力学, 2011, 28(2): 1–11.

[5] PANDEY A K, BISWAS M. Damage detection in structures using changes in flexibility[J]. Journal of Sound and Vibration, 1994, 169(1): 3–17.

[6] SHI Z Y, LAW S S, ZHANG L M. Structural damage detection from modal strain energy change[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2000, 126(5): 1216–1223.

[7] 周奎, 熊壮志. 基于均布荷载面曲率的板类结构损伤定位研究[J]. 上海理工大学学报, 2017, 39(2): 199–204.

[8] 张谢东, 张治国, 詹昊. 基于曲率模态和柔度曲率的结构多损伤识别[J]. 武汉理工大学学报, 2005, 27(8): 35–37.

[9] 陈立, 马骏, 赵德有. 基于柔度曲率的板结构损伤识别的研究[J]. 航海工程, 2009, 38(2): 23–27.

[10] 徐典, 杨佑发. 基于柔度曲率曲线的结构损伤识别方法[J]. 建筑结构学报, 2012, 33(12): 147–152.

[11] 徐飞鸿, 朱检, 张婷婷. 基于曲率模态曲线的结构损伤识别方法[J]. 世界地震工程, 2015, 31(4): 36–42.

(编辑: 石 瑛)



(上接第 273 页)

[8] 王淑燕, 曹正凤, 陈铭芷. 随机森林在量化选股中的应用研究[J]. 运筹与管理, 2016, 25(3): 163–168, 177.

[9] 刘微, 罗林开, 王华珍. 基于随机森林的基金重仓股预测[J]. 福州大学学报(自然科学版), 2008, 36(S1): 134–139.

[10] 曹正凤, 纪宏, 谢邦昌. 使用随机森林算法实现优质股票的选择[J]. 首都经济贸易大学学报, 2014, 16(2): 21–27.

[11] 国琳, 杨宝臣. 利用财务指标预测股票价格及财务风险预警[J]. 科学技术与工程, 2005, 5(23): 1854–1857.

[12] 谢国强. 基于支持向量回归机的股票价格预测[J]. 计算机仿真, 2012(4): 379–382.

[13] 于晓雯, 张延良. 金砖国家股票市场成长性指标体系构建[J]. 中国证券期货, 2013(1): 63–64.

[14] 许华丰, 潘竞贤. 构建股票市场统计指标体系的初步框架设计[J]. 山西统计, 1994(5): 30–32.

[15] 刘敏, 郎荣玲, 曹永斌. 随机森林中树的数量[J]. 计算机工程与应用, 2015, 51(5): 126–131.

(编辑: 丁红艺)