

基于区间证据推理的多属性决策方法

谷玲玲, 耿秀丽

(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

摘要: 针对多属性决策过程中出现属性信息的评估等级以及评估等级信任度不确定问题, 提出一种区间证据推理方法。首先, 采用区间评估等级以及区间评估等级信任度的形式表达评估信息的不确定性。其次, 通过转换公式统一各属性评估的信任识别框架。然后, 采用区间证据推理的集成公式集结区间不确定信息, 处理评估等级、评估等级信任度和定量属性评估的区间不确定信息的集结问题。最后, 采用期望效用理论对方案综合排序。为验证该方法的有效性, 以某生鲜电商选择生鲜供应商为例, 运用所提方法对区间形式的不确定评估信息进行处理, 结果表明, 所提方法能够处理属性评估信息的评估等级以及评估等级信任度不确定问题。

关键词: 多属性决策; 区间不确定; 区间证据推理

中图分类号: C 934; TP 301.6 **文献标志码:** A

A Multiple Attribute Decision Analysis Based on Interval Evidential Reasoning

GU Lingling, GENG Xiuli

(Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: An interval evidential reasoning method was proposed to solve the problem of the evaluation level of attribute information and the uncertainty of evaluation level trust in the process of multiple attribute decision making. Firstly, the uncertainty of evaluation information was expressed in the form of interval evaluation level and interval evaluation level trust. Secondly, the trust recognition framework of attribute evaluation was unified by transforming formulas. Then, the integration formula of interval evidential reasoning was used to aggregate the interval uncertain information, to deal with the problem of the aggregation of the interval uncertainty information of the evaluation level, the evaluation level of trust and the quantitative attribute evaluation. Finally, the scheme was sorted synthetically by adopting the theory of expected utility. In order to verify the effectiveness of the proposed method, the proposed method was used to process the uncertain evaluation information in the form of interval, taking a fresh supplier selected by a fresh food E-commerce as an example. The result shows that the proposed method

收稿日期: 2018-04-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71301104); 教育部人文社会科学研究规划基金资助项目(19YJA630021); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20133120120002)

第一作者: 谷玲玲(1994-), 女, 硕士研究生。研究方向: 物流工程。E-mail: lindygu520@126.com

通信作者: 耿秀丽(1984-), 女, 副教授。研究方向: 产品服务系统、服务科学、产品/服务方案设计技术等。

E-mail: xiuliforever@163.com

can deal with the evaluation level of attribute evaluation information and uncertainty of evaluation level trust.

Keywords: *multiple attribute decision making; interval uncertainty; interval evidential reasoning*

多属性决策(multiple attribute decision making, MADM)是在综合各项指定属性评估结果的基础上选出最优方案的一种决策方法,是现代决策科学的重要组成部分,其理论和方法被广泛应用于管理、经济等众多领域。但受制于备选方案的复杂性、不确定性及信息的模糊性^[1],专家在进行属性评估时,往往会出现对一些属性信息了解不完整、含糊不清的情况。证据推理方法(evidential reasoning, ER)因其能有效处理不确定、不完全属性评估信息,并具有无需先验概率、推理形式简单等优点^[2-3],常用于解决不确定、不完全的多属性决策问题。文献[4]针对方案的属性值为区间灰数与确定语言等级的混合多属性决策问题,提出采用ER方法的决策模型,解决决策属性中的定量属性评估信息的集成问题。文献[5]基于规则的转换技术处理定量信息,统一评估识别框架,并提出运用ER集成算法对定量评价信息进行合成。文献[6]在If-then规则处理定量信息的基础上,运用ER集成算法得到各结论属性的确定因子。上述ER方法解决了定量属性为准确评估信息的集成问题,而在实际决策过程中专家很难作出准确的评估,通常会出现定量属性评估信息是区间形式的不确定性评估。为了使ER方法的使用更加广泛、灵活,Xu等^[7]在2006年提出将ER方法和区间测度理论相结合,提出区间证据推理(interval evidential reasoning, IER)方法,解决定量属性评估值为区间形式的多属性决策问题。文献[8]考虑到多属性决策过程中会遇到定量属性评估的区间形式,基于区间证据推理方法解决了区间定量属性的3种分布形式。文献[9]通过 α 截集将同一决策问题中各属性使用的精确数、区间数和模糊数等异构评估信度统一分解为区间结构,运用区间证据推理对区间定量属性评估信息进行集结处理。

为提高决策的可靠性,专家在决策时往往会综合考虑定量和定性指标,而对定性属性的评估也经常出现不确定的情况。针对这类问题,ER方法常与模糊集、前景理论、云模型等方法相结合来处理。文献[10]基于直觉模糊集、前景理论

和ER这3个方法,帮助企业建立绩效评估模型。文献[11]将置信规则和ER方法相结合,处理由于属性信息不完整导致的不确定问题,为企业对顾客满意度的评估提供有效途径。文献[12]将ER方法和层次分析法相结合,处理新产品风险评估阶段的属性信息不确定问题,决定哪种新产品开发方案更能赢得市场。文献[13]在前景理论和ER方法的基础上提出了基于直觉模糊的决策方法。文献[14]将扩展原理与ER相结合来解决混合不确定的多属性决策问题。文献[15]将多准则妥协解排序法与ER相结合,解决不完全属性信息的群决策问题。文献[16]将客观赋权法与ER相结合,解决不确定定量、定性属性信息间统一转换的问题。

在多属性评估过程中,属性评估信息除了会出现定量属性评估的区间形式外,定性属性评估也会出现区间形式。因此,本文针对定量、定性属性混合的不确定多属性决策问题,提出一种区间证据推理方法,从而确定定性属性的评估等级和评估等级信任度,同时解决定量属性区间评估值的不确定问题。首先,对定性和定量属性进行分别处理,将定量属性的评估值转换到与定性属性相统一的信任识别框架中;其次,运用IER集成公式对各属性评估信息进行逐步迭代集结,得出各方案的信任识别框架;然后,运用效用理论计算各方案的最小、最大和平均效用值,根据各方案的平均效用值对方案进行排序,得出最优方案;最后以某生鲜电商选择生鲜供应商为例,验证所提方法的有效性。

1 区间证据推理相关概念

IER方法是用区间形式的置信度表示每个评价指标在不同评价等级下的评估信任度,具有更强处理不确定信息的能力。该方法主要是统一区间形式的定性和定量属性评估信息的信任识别框架,对区间不确定评估信息进行逐步集成处理,解决区间型不确定评估信息的融合问题,得出各方案在各评估等级下的信任度,采用效用理论,

计算各方案的最大、最小以及平均效用值，完成对方案的排序。

1.1 定性属性的区间表示

定义 1 假设多属性决策问题含有 L 个可供选择的方案 $a_l(0 \leq l \leq L)$ 。每个方案下有 I 个基本属性 $e_i(1 \leq i \leq I)$ ，其对应的权重可以记为 $w_i(1 \leq i \leq I)$ ，且满足

$$0 \leq w_i \leq 1, \sum_{i=1}^I w_i = 1 \tag{1}$$

定义 2 设有 N 个评估等级，各属性 e_i 之间相互独立。对方案 a_l 下的基本属性 e_i 的评估等级不确定，可用其信任识别框架表示为

$$S(e_i(a_l)) = \{(H_{b \sim c}, \beta_{b \sim c, i}(a_l)); b \leq c; b = 1, \dots, N; c = b, \dots, N; i = 1, \dots, I\} \tag{2}$$

式中： $H_{b \sim c}$ 表示属性的不确定评估等级区间； $\beta_{b \sim c, i}(a_l)$ 表示方案 a_l 下基本属性 e_i 被评估在等级区间 $H_{b \sim c}$ 的信任度。

如果对基本属性 e_i 的评估等级以及评估等级信任度不确定，则基本属性 e_i 的信任识别框架可表示为

$$S(e_i(a_l)) = \{(H_{b \sim c}, [\beta_{b \sim c, i}^-(a_l), \beta_{b \sim c, i}^+(a_l)]); b \leq c; b = 1, \dots, N; c = b, \dots, N; i = 1, \dots, I\} \tag{3}$$

且必须满足以下条件：

$$0 \leq \beta_{b \sim c}^-(a_l) \leq \beta_{b \sim c}(a_l) \leq \beta_{b \sim c}^+(a_l) \leq 1 \tag{4}$$

$$\sum_{b=1}^N \sum_{c=b}^N \beta_{b \sim c, i}^-(a_l) \leq 1 \tag{5}$$

其中，如果 $\sum_{b=1}^N \sum_{c=b}^N \beta_{b \sim c, i}(a_l) = 1$ 在任何评估环境下均满足，则表明该项评估是完全的，否则为不完全评估。如果 $\sum_{b=1}^N \sum_{c=b}^N \beta_{b \sim c, i}^+(a_l) = 0$ ，则表示对该属性的评估是被完全忽视的。

如果对基本属性 e_i 的评估是确定的，则基本属性 e_i 的信任识别框架可表示为

$$S(e_i(a_l)) = \{(H_{b \sim b}, \beta_{b \sim b, i}(a_l)); b = 1, \dots, N; i = 1, \dots, I\} \tag{6}$$

对于不完全的区间评估分布，区间信任度并没有被分配给任何一个特定的评估等级，但这未被分配的区间信任度会被分配给评估等级集 H 。 $\beta_{1 \sim N, i}(a_l)$ 表示的是未被分配的信任度，其区间不确定信任度的表示形式为 $[\beta_{1 \sim N, i}^-(a_l), \beta_{1 \sim N, i}^+(a_l)]$ ，其区间的端点值可通过式(7)~(8)^[17]计算。

$$\beta_{1 \sim N, i}^-(a_l) = \max \left(0, 1 - \sum_{b=1}^{N-1} \sum_{c=b}^{N-1} \beta_{b \sim c, i}^+(a_l) - \sum_{b=2}^N \beta_{b \sim N, i}^+(a_l) \right) \tag{7}$$

$$\beta_{1 \sim N, i}^+(a_l) = 1 - \sum_{b=1}^{N-1} \sum_{c=b}^{N-1} \beta_{b \sim c, i}^-(a_l) - \sum_{b=2}^N \beta_{b \sim N, i}^-(a_l) \tag{8}$$

定义 3 设 $m_{b \sim c, i}(a_l)(1 \leq b \leq c \leq N, 1 \leq i \leq I)$ 为在方案 a_l 中属性 e_i 对应的基本概率分配值(basic probability assignments, BPA)，其求解公式为

$$m_{b \sim c, i}(a_l) = w_i \beta_{b \sim c, i}(a_l), b \leq c; b = 1, \dots, N; c = b, \dots, N; i = 1, \dots, I \tag{9}$$

$$\bar{m}_{H, i}(a_l) = 1 - w_i, 1 \leq i \leq I \tag{10}$$

式中， $\bar{m}_{H, i}(a_l)$ 表示在决策中未被分配的概率。

1.2 定量属性的区间表示及转换

假设 e_i 是方案 a_l 下的一个定量属性，且它被评估为等级 $H_{n \sim n}$ 。定量属性下的等级标准为 $Y_{n, i}(n = 1, \dots, N)$ ，这里 $Y_{n, i} \leq Y_{n+1, i}$ 。 t 为精确的评估值， $[t_i^-, t_i^+]$ 表示的是定量属性 e_i 的测量区间，并且属于区间 $[Y_{n, i}, Y_{n+1, i}]$ 。 e_i 的评估分布区间形式可表示成

$$S(e_i(a_l)) = \{(H_{n \sim n}, [\beta_{n \sim n, i}^-(a_l), \beta_{n \sim n, i}^+(a_l)]); (H_{(n+1) \sim (n+1)}, [\beta_{(n+1) \sim (n+1), i}^-(a_l), \beta_{(n+1) \sim (n+1), i}^+(a_l)])\} \tag{11}$$

将定量属性转化到与定性属性统一的信任识别框架下，计算方法如式(12)~(17)^[8]所示。

a. 若定量属性的评估是确定的，则赋量值 t 。 $Y_{n, i} \leq t \leq Y_{n+1, i}, 1 \leq n \leq N-1$ ，则有

$$\beta_{n \sim n, i}(a_l) = \frac{Y_{(n+1), i} - t}{Y_{(n+1), i} - Y_{n, i}} \tag{12}$$

$$\beta_{(n+1) \sim (n+1), i}(a_l) = \frac{t - Y_{n, i}}{Y_{(n+1), i} - Y_{n, i}} \tag{13}$$

b. 若定量属性的评估不确定，则用区间 $[t_i^-, t_i^+]$ 表示。 $Y_{n, i} \leq t_i^- \leq t_i^+ \leq Y_{n+1, i}, 1 \leq n \leq N-1$ ，则有

$$\beta_{n \sim n, i}^-(a_l) = \frac{Y_{(n+1), i} - t_i^+}{Y_{(n+1), i} - Y_{n, i}} \tag{14}$$

$$\beta_{n \sim n, i}^+(a_l) = \frac{Y_{(n+1), i} - t_i^-}{Y_{(n+1), i} - Y_{n, i}} \tag{15}$$

$$\beta_{(n+1) \sim (n+1), i}^-(a_l) = \frac{t_i^- - Y_{n, i}}{Y_{(n+1), i} - Y_{n, i}} \tag{16}$$

$$\beta_{(n+1) \sim (n+1), i}^+(a_l) = \frac{t_i^+ - Y_{n, i}}{Y_{(n+1), i} - Y_{n, i}} \tag{17}$$

通过上面的计算，基本属性 e_i 的信任度包含了 $\beta_{n \sim n, i}$ 和 $\beta_{(n+1) \sim (n+1), i}$ 这两个部分，并且满足以

下条件:

$$\beta_{n \sim n, i} + \beta_{(n+1) \sim (n+1), i} = 1 \quad (18)$$

$$0 \leq \beta_{n \sim n, i}^-(a_l) \leq \beta_{n \sim n, i}(a_l) \leq \beta_{n \sim n, i}^+(a_l) \leq 1 \quad (19)$$

$$0 \leq \beta_{(n+1) \sim (n+1), i}^-(a_l) \leq \beta_{(n+1) \sim (n+1), i}(a_l) \leq \beta_{(n+1) \sim (n+1), i}^+(a_l) \leq 1 \quad (20)$$

2 区间证据推理的递归方法

2.1 递归方法

假设多属性决策问题中含有 L 个可供选择的方案 $a_l (0 \leq l \leq L)$, 且每个方案下有 I 个基本属性 $e_i (0 \leq i \leq I)$ 。基本属性 e_i 对应的属性权重表示为 $w_i (0 \leq i \leq I)$, 且 w_i 必须满足 $0 \leq w_i \leq 1$ 和 $\sum_{i=1}^I w_i = 1$ 。

设评估识别框架由 N 个评估等级组成, 因考虑到信息的不确定性, 本文中对属性的评估可以是精确的评估, 也可以是以区间的形式表示的不确定性评估, 可表示为 $H = \{H_{b \sim c}; b \leq c; b = 1, \dots, N; c = b, \dots, N\}$ 。评估等级的矩阵形式可表示为

$$H = \begin{pmatrix} H_{1 \sim 1} & H_{1 \sim 2} & H_{1 \sim 3} & \cdots & H_{1 \sim N} \\ 0 & H_{2 \sim 2} & H_{2 \sim 3} & \cdots & H_{2 \sim N} \\ 0 & 0 & H_{3 \sim 3} & \cdots & H_{3 \sim N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & H_{N \sim N} \end{pmatrix} \quad (21)$$

式中, $H_{b \sim b}$ 表示的是精确的等级, 等同于 ER 方法中的等级 H_b 。与 ER 方法相似, $H_{N \sim N}$ 和 $H_{1 \sim 1}$ 分别表示等级的两个极端。等级区间用来表示评估过程中的等级不确定性, 例如 $H_{b \sim c} (1 \leq b \leq c \leq N)$ 表示这个等级集里包含了等级 $H_{b \sim b}, H_{(b+1) \sim (b+1)}, \dots, H_{c \sim c}$ 。

假设一个决策问题有 L 个可供选择的方案, 且每个等级的效用值表示为 $u = \{u(H_1), u(H_2), \dots, u(H_N)\}$ 。方案 a_l 的基本属性表示为 $e_i(a_l)$, 其信任识别框架可表示为

$$S(e_i(a_l)) = \{(H_{b \sim c}, \beta_{b \sim c, i}(a_l)); b \leq c; b = 1, \dots, N; c = b, \dots, N; i = 1, \dots, I\} \quad (22)$$

$$K^s = \frac{1}{1 - \sum_{b=1}^N \sum_{c=b}^N \sum_{j=1}^{b-1} \sum_{k=j}^{b-2} (m_{j \sim k}^{s-1}(a_l) m_{b \sim c}^s(a_l) + m_{b \sim c}^{s-1}(a_l) m_{j \sim k}^s(a_l))} \quad (29)$$

运用式 (27) 和式 (29) 计算时, 当求和下限 γ_1 和上限 γ_2 满足条件: $\gamma_1 > \gamma_2, \gamma_1 \leq 0, \gamma_2 \leq 0, \gamma_1 > N$ 或者 $\gamma_2 > N$ 时, 则需求和函数 $f(d)$ 满足 $\sum_{\gamma=\gamma_1}^{\gamma_2} f(d) = 0$ 。

运用式 (27) ~ (29) 进行 L 次递归后, 所有方

式中, $\beta_{b \sim c, i}(a_l)$ 指的是方案 a_l 的基本属性 e_i 被评估为等级区间 $H_{b \sim c}$ 的信任度, 其满足:

$$\sum_{b=1}^N \sum_{c=b}^N \beta_{b \sim c, i} = 1$$

计算基本可信度分配概率 $m_{b \sim c, i} (1 \leq b \leq c \leq N; i = 1, \dots, I)$ 的方法与传统的 ER 方法相似, 通过式 (23) ~ (24) 进行计算。

$$m_{b \sim c, i}(a_l) = w_i \beta_{b \sim c, i}(a_l), b \leq c; b = 1, \dots, N;$$

$$c = b, \dots, N; i = 1, \dots, I \quad (23)$$

$$\bar{m}_{H, i}(a_l) = 1 - w_i, i = 1, \dots, I \quad (24)$$

式中, w_i 满足 $\sum_{i=1}^I w_i = 1$ 。为了方便起见, 本文将 $m_{1 \sim N, i}(a_l)$ 就是传统的 ER 方法中的 $\bar{m}_{H, i}(a_l)$ 融入到了 $m_{b \sim c, i}(a_l)$ 中的 BPA。

在证据集成过程中, 为了使集成的次序清晰, 本文引入了递归次数 s , 表示的是等级区间 $H_{b \sim c}$ 在经过 s 次递归后得出的基本概率分配区间 $m_{b \sim c}^s(a_l)$ 。 $\bar{m}_H^s(a_l)$ 表示的是在经过第 s 次递归后未知部分的概率分配。由此, 第一次递归时 $s=1$, 得出:

$$m_{b \sim c}^1(a_l) = m_{b \sim c}^1(a_l); b \leq c; b = 1, \dots, N; b = 1, \dots, N; c = b, \dots, N \quad (25)$$

$$\bar{m}_H^1(a_l) = \bar{m}_H^1(a_l) \quad (26)$$

一般情况下, 这个递归集成的过程可以通过式 (27) [9,17] 来实现。

$$m_{b \sim c}^s(a_l) = K^s \left[-m_{b \sim c}^s(a_l) m_{b \sim c}^{s-1}(a_l) + \sum_{j=1}^b \sum_{k=c}^N (m_{j \sim k}^s(a_l) m_{b \sim c}^{s-1}(a_l) + m_{b \sim c}^s(a_l) m_{j \sim k}^{s-1}(a_l)) + \sum_{j=1}^{b-1} \sum_{k=c+1}^N (m_{j \sim k}^s(a_l) m_{b \sim k}^{s-1}(a_l) + m_{b \sim k}^s(a_l) m_{j \sim c}^{s-1}(a_l)) + m_{b \sim c}^s(a_l) \bar{m}_H^{s-1}(a_l) + \bar{m}_H^s(a_l) m_{b \sim c}^{s-1}(a_l) \right] \quad (27)$$

$$\bar{m}_H^s(a_l) = K^s \bar{m}_H^s(a_l) \bar{m}_H^{s-1}(a_l) \quad (28)$$

其中, K^s 指的是在进行第 s 次递归时的归一化系数, 通过式 (29) [17] 得出。

$$1 \quad (29)$$

案下基本属性的评估信息都将被融合。最终, 得出每个方案的评估信任框架, 用式 (30) 表示。

$$S(a_l) = \{(H_{b \sim c}, \beta_{b \sim c}(a_l)); b \leq c; b = 1, \dots, N; c = b, \dots, N\} \quad (30)$$

每个方案在各评估等级下的信任度，可通过式(31)^[17]计算得出。

$$\beta_{b\sim c}(a_l)=\frac{m_{b\sim c}^L(a_l)}{1-\bar{m}_H^L(a_l)} \tag{31}$$

最后，运用效用理论计算每个方案的区间期望效用 $[u_{\min}(a_l), u_{\max}(a_l)]$ 。

$$u_{\min}(a_l)=\sum_{n=1}^N\beta_{b\sim b}(a_l)u(H_n),l=1,\cdots,L \tag{32}$$

$$u_{\max}(a_l)=\sum_{n=1}^N\beta_{c\sim c}(a_l)u(H_n),l=1,\cdots,L \tag{33}$$

方案之间的排序，根据方案的平均期望效用进行排序。

$$u_{\text{avg}}(a_l)=\frac{u_{\min}(a_l)+u_{\max}(a_l)}{2},l=1,\cdots,L \tag{34}$$

2.2 基于 IER 的多属性决策过程

针对属性评估信息的评估等级和评估等级信任度均为区间不确定性，本文提出 IER 方法解决这类不确定多属性决策问题。该方法首先确定可供选择的 L 个方案以及对应的评估指标，并采用专家给出的指标权重 w_i 。在设立统一的评估识别框架的基础上，专家对各方案的指标进行客观的评估，而后运用 IER 方法对属性的不确定评估信息进行处理。基于 IER 方法的多属性决策流程如图 1 所示，其具体步骤如下：

步骤 1 确定 L 个可供选择的方案 $a_l(l=1,\cdots,L)$ ，以及各个方案对应的基本属性 $e_i(i=1,\cdots,I)$ ，在满足 $0\leq w_i\leq 1$ 和 $\sum_{i=1}^I w_i=1$ 的条件下，专家运用客观的方法确定各属性权重。

步骤 2 设立 N 个评估等级 $H=\{H_{b\sim c}; b\leq c; b=1,\cdots,N; c=b,\cdots,N\}$ ，由专家对各定性属性进行评估，并给出评估等级 $H_{n\sim n}$ 的信任度 $\beta_{b\sim c,i}(a_l)$ ，运用式(22)来表示定性属性评估的信任识别框架。

步骤 3 对于定量属性，先由专家给出定量属性的评估值，以及定量属性的参考值所对应的评估等级，运用式(12)~(17)对属性评估信息中定量属性信息进行处理，将定量指标转换到与定性属性相同的信任识别框架中。

步骤 4 运用式(23)~(24)计算各方案属性的基本概率分配值 BPA，得出各基本属性的概率分配函数 $m_{b\sim c,i}(a_l)$ ，以及未分配的基本概率分配函数 $\bar{m}_{H,i}(a_l)$ 。

步骤 5 运用式(29)计算第 s 次递归时归一化

系数 K^s ，再运用区间证据推理的集成式(27)~(28)，对各基本属性的概率分配 $m_{b\sim c,i}(a_l)$ 进行证据集成，得出各个方案的概率分配 $m_{b\sim c}(a_l)$ ，以及剩余未分配的概率分配值 $\bar{m}_H^s(a_l)$ 。

步骤 6 运用式(31)计算每个方案对应各评估等级 $H_{n\sim n}$ 的信任度 $\beta_{b\sim c}(a_l)$ ，再运用式(30)表示证据集成后的各方案评估信任识别框架。

步骤 7 运用式(32)~(34)计算得出各方案的最大、最小和平均期望效用，根据平均期望效用值对方案进行排序，得出最优方案。

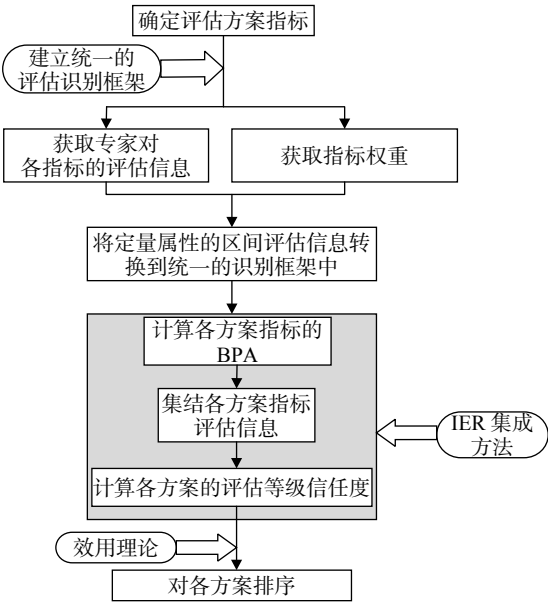


图 1 区间证据推理的多属性决策过程
Fig.1 Multiple attribute decision making process based on interval evidential reasoning

3 数值与算例分析

随着市场经济的不断发展，企业之间的竞争愈演愈烈，已逐渐演变成供应链之间的竞争。与此同时，人们生活水平的提高，对生鲜食品的期望越来越高，生鲜供应商的选择已经成为生鲜电商之间竞争的首要竞争要素。某生鲜电商为了赢得竞争优势，占据市场领先地位，现寻找优质的生鲜供应商。目前共有 5 家生鲜供应商($a_1, a_2, \dots, a_5$)符合公司的基本要求，每家都具有其优势。专家对这 5 家生鲜供应商的评价信息见表 1，其中定性属性有商品新鲜度(e_1)、运输设备标准化(e_2)、信息化水平(e_3)、供货柔性(e_4)；定量属性有商品合格率(e_5)、运输费用(e_6)、准时交货率(e_7)、食

品可追溯率(e_8)。其中: 供货柔性是指供应商在产品的品种、数量以及配送时间方面的柔性程度; 运输费用是指一定数量的产品每公里需要支付的费用; 客户投诉率是指顾客每月因产品的质量、安全等投诉的次数; 产品可追溯率是指可被追溯的产品种类与总产品的比值。在现实生活中, 生

鲜电商企业通过对比这 5 家供应商的生产设备技术条件等, 已决定选择第 5 家生鲜供应商。为验证本文所提方法是否具有可行性和适用性, 本文将 IER 方法运用到该案例中, 分析运用 IER 得出的结果是否与现实结果相符。具体评估信息如表 1 所示。

表 1 专家对 5 家供应商的相关指标评估的原始信息
Tab.1 Original information for expert assessment of relevant indicators for 5 vendors

属性(权重)	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
$e_1(0.24)$	G	A	A	VG	E
$e_2(0.18)$	$\{(G, [0.14, 0.26]), (VG, [0.75, 0.8])\}$	G	G	$\{([A, G], 0.4), ([G, VG], 0.6)\}$	$\{([G, VG], [0.16, 0.18]), ([VG, E], [0.8, 0.85])\}$
$e_3(0.16)$	A	A	A	G	A
$e_4(0.18)$	G	$\{(G, [0.7, 0.75]), (VG, [0.28, 0.3])\}$	$\{(VG, [0.2, 0.36]), (E, [0.76, 0.8])\}$	G	VG
$e_5(0.12)$	73%	70%	72%	80%	86%
$e_6(0.06)$	53	[46, 50]	55	[50, 53]	50
$e_7(0.04)$	[72%, 74%]	80%	73%	70%	80%
$e_8(0.02)$	62%	68%	[64%, 66%]	70%	[72%, 75%]

对各定量属性和定性属性的评估, 假设共有 5 个评估等级: 差(P)、一般(A)、好(G)、很好(VG)、极好(E)。评估等级集 $H=\{P, A, G, VG, E\}=\{H_{1\sim 1}, H_{2\sim 2}, H_{3\sim 3}, H_{4\sim 4}, H_{5\sim 5}\}$, 其中 $H_{n\sim n}<H_{(n+1)\sim (n+1)}$, 且各评估等级的效用值 $u(H)=\{u(P), u(A), u(G), u(VG), u(E)\}=\{0, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$ 。定量属性评估的标准见表 2。

表 2 定量属性的等级评估标准
Tab.2 Rating criteria for quantitative attributes

定量属性	P	A	G	VG	E
e_5	70%	74%	79%	85%	90%
e_6	60	57	54	50	45
e_7	60%	70%	75%	78%	81%
e_8	55%	60%	66%	70%	80%

专家对这 5 家生鲜供应商的相关指标进行了评估, 并以区间的形式表达信息的不确定, 并给出了定量指标的等级评估标准。 e_6 是方案 a_1 下的一个精确评估的定量属性, 专家给出的值是 53, 据等级评估标准值表, 可知该指标的评估等级介于 G 和 VG 之间。根据式 (12) 和式 (13) 可计算出该定量指标的信任度:

$$\beta_{3\sim 3,6}(a_1)=\frac{54-53}{54-50}=0.25$$
$$\beta_{4\sim 4,6}(a_1)=\frac{53-50}{54-50}=0.75$$

计算得出 a_1 下的定量属性 e_6 对应的信任度可表示为: $\{(G, 0.25), (VG, 0.75)\}$ 。同样的方式可以计算出其他精确评估的定量属性的信任度。

属性 e_7 是方案 a_1 下的区间定量评估, 其评估区间是 [72%, 74%], 根据式 (14)~(17) 可以计算出区间对应的评估信任度:

$$\beta_{2\sim 2,7}^-(a_1)=\frac{75\%-74\%}{75\%-70\%}=0.2$$
$$\beta_{3\sim 3,7}^-(a_1)=\frac{72\%-70\%}{75\%-70\%}=0.4$$
$$\beta_{2\sim 2,7}^+(a_1)=\frac{75\%-72\%}{75\%-70\%}=0.6$$
$$\beta_{3\sim 3,7}^+(a_1)=\frac{74\%-70\%}{75\%-70\%}=0.8$$

通过计算得出方案 a_1 下属性 e_7 对应的信任度: $\{(A, [0.2, 0.6]), (G, [0.4, 0.8])\}$ 。通过同样的方式可以计算出其他区间定量属性的信任度。最终, 所有定量属性对应的信任度将通过式 (12)~(17) 计算出, 结果见表 3。

根据式 (25)~(33) 计算每个方案下各属性评估等级的概率分配值, 然后, 运用集成公式对各

表 3 所有属性评估的信任框架

Tab.3 Trust framework for all attribute evaluation

属性(权重)	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
$e_1(0.24)$	$(G, 1.00)$	$(A, 1.00)$	$(A, 1.00)$	$(VG, 1.00)$	$(E, 1.00)$
$e_2(0.18)$	$\{(G, [0.14, 0.26]),$ $(VG, [0.75, 0.8])\}$	$(G, 1.00)$	$(G, 1.00)$	$\{([A, G], 0.4),$ $([G, VG], 0.6)\}$	$\{([G, VG], [0.16, 0.18]),$ $([VG, E], [0.8, 0.85])\}$
$e_3(0.16)$	$(A, 1.00)$	$(A, 1.00)$	$(A, 1.00)$	$(G, 1.00)$	$(A, 1.00)$
$e_4(0.18)$	$(G, 1.00)$	$\{(G, [0.7, 0.75],$ $(VG, [0.28, 0.3])\}$	$\{(VG, [0.2, 0.36]),$ $(E, [0.76, 0.8])\}$	$(G, 1.00)$	$(VG, 1.00)$
$e_5(0.12)$	$\{(P, 0.25), (A, 0.75)\}$	$(P, 1.00)$	$\{(P, 0.5), (A, 0.5)\}$	$\{(G, 0.833), (VG, 0.167)\}$	$\{(VG, 0.8), (E, 0.2)\}$
$e_6(0.06)$	$\{(G, 0.25), (VG, 0.75)\}$	$\{(VG, [0, 0.8]), (E, [0.2, 1])\}$	$\{(A, 0.67), (G, 0.33)\}$	$\{(G, [0.25, 1]),$ $(VG, [0, 0.75])\}$	$(VG, 1.00)$
$e_7(0.04)$	$\{(A, [0.2, 0.6]),$ $(G, [0.4, 0.8])\}$	$\{(VG, 0.333),$ $(E, 0.667)\}$	$\{(A, 0.4), (G, 0.6)\}$	$(A, 1.00)$	$\{(VG, 0.333), (E, 0.667)\}$
$e_8(0.02)$	$\{(A, 0.667), (G, 0.333)\}$	$\{(G, 0.5), (VG, 0.5)\}$	$\{(A, [0, 0.333]),$ $(G, [0.667, 1])\}$	$(VG, 1.00)$	$\{(VG, [0.5, 0.8]),$ $(E, [0.2, 0.5])\}$

属性的评估信息集结，得出每个方案的信任度，结果见表 4。通过表 4 中各方案评估信任度，运用效用理论计算各个方案的最小、最大和平均效用值。

表 4 集成后各方案的评估信任度

Tab.4 Evaluation trust of each integrated scheme

方案	P	A	(A, G)	G	(G, VG)	VG	(VG, E)	E
a_1	0.032	[0.124, 0.143]	0	[0.119, 0.138]	0	[0.219, 0.230]	0	0
a_2	0.143	0.5	0	[0.368, 0.393]	0	[0.083, 0.148]	0	[0.05, 0.1]
a_3	0.114	0.8	0	[0.257, 0.286]	0	[0.046, 0.089]	0	0.171
a_4	0	0.053	0.17	[0.684, 0.763]	0.12	[0.039, 0.113]	0	0
a_5	0	0.167	0	[0.029, 0.039]	[0.03, 0.04]	[0.436, 0.445]	[0.14, 0.17]	[0.643, 0.667]

根据平均期望效用值对这 5 家生鲜供应商进行排序，最终结果见表 5。

表 5 各方案的平均期望效用及排序

Tab.5 Average expected utility and ranking of each scheme

期望值	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
最小期望值	0.179	0.437	0.621	0.458	0.984
最大期望值	0.426	0.762	0.809	0.909	0.989
平均期望值	0.303	0.600	0.715	0.684	0.987
排序	5	4	2	3	1

从表 5 的排序结果可以得出运用 IER 方法计算得出的结果与案例的现实结果相符，即生鲜电商应选择第 5 家生鲜供应商较为合适。通过对这 5 家生鲜供应商的指标评估信息比较，本文发现第 5 家生鲜供应商在食品的新鲜度以及合格率方面优于其他 4 家。据此，本文得出在各项设备技术条件相同的环境下，各生鲜企业应该对食品的

生鲜度以及合格率予以关注，才能在市场竞争中脱颖而出。

与传统的 ER 方法相比，本文提出的 IER 方法适用于定量和定性混合不确定的区间多属性决策，解决属性信息的评估等级信任度、评估等级和评估数值为区间形式的合成问题。通过对生鲜电商选择生鲜供应商的研究分析，得出第 5 家生鲜供应商是生鲜电商最佳可选的生鲜供应商，且结果与现实相符，证明了区间证据推理方法是有效的、可行的。

4 结束语

考虑到在多属性决策过程中属性信息的评估等级、评估等级信任度和定量属性评估出现不确定区间的表达形式，本文提出了 IER 方法解决多属性决策问题。该方法具有以下特点：

a. 多属性决策过程中，充分考虑到属性信息

的评估等级、评估等级信任度以及定量属性评估的不确定性,均以区间的形式表示对各属性的不确定评估。

b. 在专家给出定量属性评估标准值的基础上,运用区间证据推理的转换方法,将定量属性的评估值转换到与定性属性相同的信任识别框架中。

c. 引入区间证据推理的集成方法,对各属性评估信息进行逐步迭代集结,得出各方案的信任识别框架。采用效用理论,计算各方案的效用值,根据各方案的平均效用值进行决策。

通过对国内某生鲜电商选择生鲜供应商的研究分析,表明所提方法的有效性与可行性。虽然本文运用区间证据推理方法解决了定性属性评估信息的评估等级、评估等级信任度以及定量属性评估值不确定的区间形式问题,但针对多属性决策过程中属性评估信息不确定形式多样化的问题,证据推理的应用仍有待进一步探索。

参考文献:

- [1] 周晓辉,姚俭,吴天魁. 基于梯形直觉模糊数的 TOPSIS 多属性决策方法[J]. 上海理工大学学报, 2014, 36(3): 281–286.
- [2] 李少年,吴良刚. 基于模糊证据推理及改进 TOPSIS 的多属性群决策方法[J]. 运筹与管理, 2017, 26(6): 16–23.
- [3] YAO R M, YANG Y L, LI B Z. A holistic method to assess building energy efficiency combining D-S theory and the evidential reasoning approach[J]. *Energy Policy*, 2012, 45: 277–285.
- [4] 陈孝新. 一种基于证据推理的混合型灰色多属性群决策方法[J]. 控制与决策, 2011, 26(6): 831–836.
- [5] 孙超平,杨善林,付超. 基于证据推理的平衡计分卡及其在绩效评估中的应用[J]. 中国管理科学, 2010, 18(3): 75–82.
- [6] 靳留乾,徐扬,方新. 基于证据推理的确定因子规则库推理方法[J]. *计算机应用研究*, 2016, 33(2): 347–351.
- [7] XU D L, YANG J B, WANG Y M. The evidential reasoning approach for multi-attribute decision analysis under interval uncertainty[J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, 174(3): 1914–1943.
- [8] 张美璟,王应明,陈圣群,等. 考虑偏好反转的区间不确定多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2016, 31(11): 2019–2024.
- [9] ZHANG M J, WANG Y M, LI L H, et al. A general evidential reasoning algorithm for multi-attribute decision analysis under interval uncertainty[J]. *European Journal of Operational Research*, 2017, 257(3): 1005–1015.
- [10] BAO T T, XIE X L, LONG P Y. Shipping enterprise performance evaluation under uncertainty base on multiple-criteria evidential reasoning approach[J]. *Transportation Research Procedia*, 2017, 25: 2757–2768.
- [11] TANG D W, WONG T C, CHIN K S, et al. Evaluation of user satisfaction using evidential reasoning-based methodology[J]. *Neurocomputing*, 2014, 142: 86–94.
- [12] CHIN K S, XU D L, YANG J B, et al. Group-based ER-AHP system for product project screening[J]. *Expert Systems with Applications*, 2008, 35(4): 1909–1929.
- [13] BAO T T, XIE X L, LONG P Y, et al. MADM method based on prospect theory and evidential reasoning approach with unknown attribute weights under intuitionistic fuzzy environment[J]. *Expert Systems with Applications*, 2017, 88: 305–317.
- [14] 张美璟,王应明. 基于扩展原理的混合型证据推理不确定决策方法[J]. 控制与决策, 2015, 30(4): 670–676.
- [15] 吴良刚,文丽. 基于证据推理和 VIKOR 的二维语言多准则群决策方法[J]. *计算机应用研究*, 2016, 33(6): 1697–1702.
- [16] 谷海红,李苗在. 基于客观赋权法的嵌入式软件可信性评估方法研究[J]. *计算机应用研究*, 2012, 29(5): 1761–1763.
- [17] YANG J B, XU D L. On the evidential reasoning algorithm for multiple attribute decision analysis under uncertainty[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 2002, 32(3): 289–304.

(编辑:丁红艺)