

基于灰色理论预测再生混凝土的抗冻性寿命

杨璐, 周志云, 张定博, 王丽丹

(上海理工大学 环境与建筑学院, 上海 200093)

摘要: 运用灰色理论建立了在冻融循环条件下再生混凝土的动弹性模量 GM(1,1) 预测模型。根据已有的试验数据, 基于 GM(1,1) 预测模型, 预测其他冻融次数下再生混凝土的动弹性模量。再根据模型预测数据, 预测实际自然情况下再生混凝土的抗冻性寿命。计算分析表明, GM(1,1) 的抗冻性模型的方差比 C 均小于 0.35, 小误差概率 p 均大于 0.95。根据试验数据推导出的预测模型精度高, 可用于再生混凝土抗冻性能的动弹性模量预测和分析。当再生骨料掺量为 60% 时, 再生混凝土的抗冻性能达到最佳。从宜昌地区来看, 其抗冻使用寿命可达 183 年。

关键词: 再生混凝土; 灰色理论; GM(1,1) 模型; 动弹性模量

中图分类号: TU 528.59 **文献标志码:** A

Prediction of Frost Resistance Life of Recycled Concrete Based on Grey Theory

YANG Lu, ZHOU Zhiyun, ZHANG Dingbo, WANG Lidan

(School of Environment and Architecture, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: By using grey theory, the prediction model of dynamic elastic modulus GM(1,1) of recycled concrete under freeze-thaw cycles was established. Based on the existing experimental data and GM(1,1) prediction model, the dynamic elastic modulus of recycled concrete under other freezing-thawing cycles was predicted. Then, according to life adjustment formula proposed by Vesikari^[1], the frost-resistant life of recycled concrete under real natural conditions was predicted. Through calculation and analysis, the results show that the variance ratio of GM(1,1) of the frost resistance model is less than 0.35, and the probability of small error is more than 0.95. With high accuracy, it can be used to predict and analyze the dynamic modulus of elasticity of the frost resistance of recycled concrete. When the content of recycled aggregate is 60%, the frost resistance of recycled concrete reaches the best. For Yichang area, its anti-freezing service life can reach up to 183 years.

Keywords: recycled concrete; grey theory; GM(1,1) model; dynamic elastic modulus

随着城市建设的持续发展, 建筑垃圾的排放量和混凝土的需求量高速增长^[1]。面对这种情况,

从资源有效利用和生态保护的角度来看, 需要对废弃混凝土进行循环再利用。对废弃混凝土进行

收稿日期: 2018-05-17

第一作者: 杨璐(1993-), 女, 硕士研究生。研究方向: 混凝土耐久性。E-mail: 2292776570@qq.com

通信作者: 周志云(1966-), 女, 副教授。研究方向: 混凝土基本理论和耐久性。E-mail: zhouzyfj@163.com

分离处理后得到再生骨料^[2]，将其按一定比例或全部取代天然骨料重新配制混凝土，就生成了再生混凝土，因此，再生混凝土是一种环保、绿色的再生材料，可节约天然矿物资源，同时减轻固体废弃物对环境的污染^[3-4]。为了使再生混凝土安全可靠地运用于实际，对其基本力学进行研究尤为重要。在材料的寿命预测上，刘曙光等^[5]、王立久等^[6]进行了相关的研究，但还存在不足之处，需进一步研究。本文在试验研究基础上应用灰色理论GM(1,1)模型分析了冻融环境中再生混凝土的抗冻性能并预测其使用寿命，可为再生混凝土的推广和应用提供理论基础。

1 灰色理论 GM(1,1) 模型

1.1 建立预测模型

灰色预测主要是通过建立灰色系统模型GM(1,1) (grey dynamic model, GM)对客观事物演化不确定的未来状态作出科学的定量预测^[7-10]，即关于灰色动态模型的预测。采用累加生成法，将一系列离散数据建立为具有微分、差分近似规律的兼容方程，GM(1,1)表示含有1个变量的一阶微分方程的动态模型^[7]。

GM(1,1)模型是生成数列的模型，给定序列为 $X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$ (1)

式中， $X^{(0)}$ 表示在冻融环境下某一配比经过0~125次(以25次为一检测期)冻融循环作用后材料动弹性模量。

$X^{(0)}$ 用1-GAO累加生成算法将试验数据逐个累加，并用 $X^{(1)}$ 表示。

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)) \quad (2)$$

其中， $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k = 1, 2, \dots, n。$

则GM(1,1)模型的原始形式为

$$x^{(0)}(k) + ax^{(1)}(k) = b \quad (3)$$

式中， a, b 为由试验数据确定的常数。

累加生成的试验变量 $x^{(1)}(k)$ 对时间 t 求导数，可得GM(1,1)的白化微分方程为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \quad (4)$$

求解一阶微分方程，可得

$$x^{(1)}(t) = Ce^{-at} + \frac{b}{a} \quad (5)$$

参数向量 $a = [a, b]^T$ 可以运用最小二乘法估计，

$a = [B^T B]^{-1} B^T Y$ ，其中， Y, B 分别为

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}[x^{(1)}(2) + x^{(1)}(1)] & 1 \\ \frac{1}{2}[x^{(1)}(3) + x^{(1)}(2)] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \frac{1}{2}[x^{(1)}(n) + x^{(1)}(n-1)] & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

当 $t=1$ 时，取 $x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$ ，代入式(6)，可得

$$C = e^a \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] \quad (7)$$

将式(7)代入式(5)可得对应 $X^{(1)}$ 的时间响应式

$$x^{(1)}(t+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-at} + \frac{b}{a}, \quad t = 0, 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

则原数据的拟合值为

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \alpha^{(1)} \hat{x}^{(1)}(t+1) = \hat{x}^{(1)}(t+1) - \hat{x}^{(1)}(t), \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

1.2 模型精度检验

现以各组试块的预测误差 $\varepsilon(k)$ 为依据，采用方差比值 C 和小误差概率 p 检验GM(1,1)模型的预测结果是否符合实际情况。设实测值和预测值分别为 $x^{(0)}(k)$ 和 $\hat{x}^{(0)}(k), k = 1, 2, \dots, n$ ，模型残差为

$$\varepsilon(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k), \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

相对误差为

$$q = \frac{\varepsilon(k)}{x^{(0)}(k)} \times 100\% \quad (11)$$

原始数据序列的均值与方差为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x^{(0)}(k) \quad (12)$$

$$S_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [x^{(0)}(k) - \bar{x}]^2 \quad (13)$$

残值的均值与方差为

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \varepsilon(k) \quad (14)$$

$$S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [\varepsilon(k) - \bar{\varepsilon}]^2 \quad (15)$$

均方差比

$$C = S_2/S_1 \quad (16)$$

小误差概率

$$p = \{|\varepsilon(k) - \bar{\varepsilon}| < 0.6745S_1\} \quad (17)$$

根据阎岩等^[11]的数据处理方法， C 值越小越好，一般要求最小值为0.35，最大值不超过0.65；相反， p 值越大越好，最小值不得小于0.7。由检验指标将预测模型精度分为4个等级，如表1所示。

表 1 灰色理论系统模型精度等级

Tab.1 Accuracy grade of grey theoretical system model		
均方差比	小误差概率	精度等级
$C \leq 0.35$	$p \geq 0.95$	1 级(好)
$0.35 < C \leq 0.5$	$0.8 \leq p < 0.95$	2 级(合格)
$0.5 < C \leq 0.65$	$0.7 \leq p < 0.8$	3 级(勉强)
$C > 0.65$	$p < 0.7$	4 级(不合格)

2 应用案例

2.1 试验概况与其预测试验数据

试验采用的试件几何尺寸为100 mm×100 mm×

100 mm的立方体试块, 减水剂掺量为 0.5%, 减水率 15%, 因素水平如表 2 所示, 采用 4 因素 3 水平的 $L_9(3^4)$ 正交表和单位体积混凝土配合比如表 3 所示。在不同阶段测定混凝土的动弹性模量作为评价指标。

表 2 正交试验因素水平表^[12]

Tab.2 Level table of factors in orthogonal test				
水平	再生粗骨料 A/%	粉煤灰 B/%	矿粉 C/%	聚丙烯纤维 D/ (kg · m ⁻³)
1	0	0	0	0
2	50	20	5	0.6
3	100	30	10	0.9

注: 再生骨料的百分率为粗骨料总质量的掺量; 粉煤灰、矿粉的百分率为胶凝材料总质量的掺量。

表 3 混凝土配合比^[12]

Tab.3 Mix proportion of concrete										kg/m ³
组号	天然粗骨料	再生粗骨料	水泥	粉煤灰	矿粉	聚丙烯纤维	砂子	水	减水剂	
S1(A1B1C1D1)	1 150	0	416.0	0	0	0	647	187	3.12	
S2(A1B2C2D2)	1 150	0	312.0	83.2	20.8	0.6	647	187	3.12	
S3(A1B3C3D3)	1 150	0	249.6	124.8	41.6	0.9	647	187	3.12	
S4(A2B1C2D3)	575	575	395.2	0	20.8	0.9	647	187	3.12	
S5(A2B2C3D1)	575	575	291.2	83.2	41.6	0	647	187	3.12	
S6(A2B3C1D2)	575	575	291.2	124.8	0	0.6	647	187	3.12	
S7(A3B1C3D2)	0	1 150	374.4	0	41.6	0.6	647	187	3.12	
S8(A3B2C1D3)	0	1 150	332.8	83.2	0	0.9	647	187	3.12	
S9(A3B3C2D1)	0	1 150	270.4	124.8	20.8	0	647	187	3.12	

表 4 不同冻融循环次数后再生混凝土的动弹性模量
Tab.4 Dynamic elastic modulus of recycled concrete after different freeze-thaw cycles

冻融循环次数						GPa
0	25	50	75	100	125	
48.77	45.48	42.55	25.99	21.19	17.80	
44.11	35.26	26.29	23.56	22.26	17.13	
43.88	40.84	40.01	31.06	21.02	16.34	
41.80	41.49	35.46	23.13	17.46	15.94	
39.05	27.80	25.92	20.78	17.32	15.51	
41.35	38.43	27.28	21.00	18.20	16.47	
40.31	32.41	21.48	17.87	16.34	13.37	
37.88	23.39	17.73	16.49	16.46	14.59	
37.26	18.62	16.81	16.79	16.22	12.15	

2.2 预测模型 GM(1,1) 的建立

将表 4 中 S1 组试块不同冻融循环次数下再生混凝土的动弹性模量序列

$$X^{(0)} = (48.77, 45.48, 42.55, 25.99, 21.19, 17.80)$$

用 1-GAO 累加生成算法, 将原始数据系列生成一阶累加生成序列

$$X^{(1)} = (48.77, 94.25, 136.8, 162.79, 183.98, 201.78)$$

由式(6)可得 Y 和 B ,

$$B = \begin{bmatrix} -71.51 & 1 \\ -115.53 & 1 \\ -149.80 & 1 \\ -173.39 & 1 \\ -192.88 & 1 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 45.48 \\ 42.55 \\ 25.99 \\ 21.19 \\ 17.80 \end{bmatrix}$$

根据式 $a = [a, b]^T = [B^T B]^{-1} B^T Y$, 计算得到 $a = 0.240\ 5, b = 65.008\ 7$ 。

由式(8)得到时间响应

$$\hat{x}^{(1)}(t+1)=-221.54e^{-0.24t}+270.31, t=0,1,2,\cdots,n$$

同理, 各组试块的动弹性模量的灰色预测模型参数 a, b 值汇总如表 5 所示。

表 5 灰色预测模型参数 a, b 值
Tab.5 Parameters a and b of grey prediction model

编号	a	b
S1	0.240 5	65.008 7
S2	0.213 2	47.674 1
S3	0.126 3	50.321 7
S4	0.265 2	50.321 7
S5	0.138 0	35.688 1
S6	0.307 8	56.762 7
S7	0.317 3	49.633 0
S8	0.186 5	32.067 5
S9	0.053 5	20.832 6

2.3 预测模型 GM(1,1) 的结果分析

将表 5 的灰色预测模型参数 a, b 值代入式(8)~(15), 可得到各组再生混凝土在各冻融阶段的预测值、残差、相对误差。再将试验值和预测值根据式(16)和式(17)得到方差比 C 和小误差频率 p , 列于表 6。由阎岩等^[9]的数据处理方法(表 1)可知各组试块的灰色模型预测精度。

表 6 模型精度评定
Tab.6 Model accuracy assessment

试验编号	方差比	小误差概率	预测等级
S1	0.05	1	1 级(好)
S2	0.04	1	1 级(好)
S3	0.17	1	1 级(好)
S4	0.02	1	1 级(好)
S5	0.01	1	1 级(好)
S6	0.05	1	1 级(好)
S7	0.05	1	1 级(好)
S8	0.05	1	1 级(好)
S9	0.02	1	1 级(好)

从表 6 所示的结果可知, S1~S9 组试件的方差比 C 均小于 0.35, 小误差概率 p 均大于 0.95, 根据表 1 的试验数据处理方式, 可知 9 组试件的预测模型精度均已达到 1 级, 与试验数据符合度很高, 说明 GM(1,1) 的抗冻性模型可用于再生混

凝土抗冻性能的动弹性模量预测和分析, 而且能得到很好的预测分析结果。基于灰色理论建立的 GM(1,1) 模型^[7-8]可用于解决样本少、信息贫的不确定问题, 与传统的试验回归分析方法相比, 解决了所需样本多和样本分布规律明显的问题, 大大减少了试验的工作量, 缩短了试验所需时间, 为再生混凝土在抗冻环境下耐久性性能设计和模型预测提供新的思路, 同时有利于工程借鉴使用。

3 寿命预测与分析

根据调查研究^[1,13], 归纳总结试验数据和自然状态下的冻融寿命之间的关系, 得出单一冻融条件作用下各个地区混凝土室内外冻融循环之间的关系可表示为

$$t=\frac{kN}{M}$$

(18)

式中: t 为混凝土结构实际使用寿命, $a; k$ 为混凝土冻融试验次数, 即室内采用快冻试验法, 冻融循环 1 次相当于室外自然冻融循环次数的比例, 一般介于 10~15 之间, 这里取平均值 12; N 为室内冻融循环次数; M 为混凝土结构在实际环境中, 1 a 的寿命中可以承受的自然冻融循环次数, 次/a。

同时根据学者们近几年调查统计的气象信息, 选用我国 4 个典型地区 50 a 平均冻融循环次数, 如表 7 所示。

表 7 我国典型地区年平均冻融循环次数^[7]
Tab.7 Annual average number of freeze-thaw cycles in typical areas of China

地区	极端最低气温/℃	年平均温差/℃	年平均低温天数/d	年平均循环次数
北京	-27.4	53.2	120	84
长春	-36.5	66.5	172	120
西宁	-26.6	52.1	169	118
宜昌	-9.8	41.8	18	18

以相对动弹性模量减小到不低于 60% 视为再生混凝土冻融失效标准。采用再生粗骨料掺量分别为 0%, 20%, 40%, 60%, 80%, 100% 的再生混凝土进行标准的快冻试验, 试验配合比参照表 3 中 S1 组试块的配合比。每隔 25 次对试块进行动弹性模量的预测, 以再生粗骨料掺量 0% 为例, 通过灰色预测模型得到的时间响应式以及式(9)计算得出试块的动弹性模量预测值为

$\hat{X}^{(1)} = (48.77, 44.38, 46.82, 45.84, 44.38, 42.92, 40.48,$
 $39.02, 35.11, 33.16, 29.75, 27.31)$
得出相对动弹性模量值为

$(1.091, 0.96, 0.94, 0.91, 0.88, 0.83, 0.80, 0.72, 0.68, 0.61, 0.56)$
同理, 各组试块的相对动弹性模量预测值如
表 8 所示。

表 8 各冻融循环后相对动弹性模量

Tab.8 Relative dynamic modulus of elasticity after freeze-thaw cycles

试 块	冻融循环次数												
	0	25	50	75	100	125	150	175	200	225	250	275	300
0% 掺量	1	0.91	0.96	0.94	0.91	0.88	0.83	0.80	0.72	0.68	0.61	0.56	—
20% 掺量	1	0.95	0.96	0.92	0.87	0.83	0.81	0.78	0.66	0.62	0.55	—	—
40% 掺量	1	0.96	0.93	0.89	0.85	0.81	0.77	0.72	0.60	—	—	—	—
60% 掺量	1	0.96	0.93	0.89	0.86	0.83	0.80	0.79	0.75	0.70	0.65	0.61	0.57
80% 掺量	1	0.89	0.87	0.68	0.65	0.61	0.57	—	—	—	—	—	—
100% 掺量	1	0.87	0.84	0.65	0.61	0.53	—	—	—	—	—	—	—

注: “—” 表示试件已破坏。

根据表 8 得出的灰色模型预测数据, 通过式 (18) 可以得到我国典型地区再生混凝土使用寿命, 如表 9 所示。

表 9 典型地区再生混凝土寿命预测

Tab.9 Life prediction of recycled concrete in typical areas a

试 块	北京	长春	西宁	宜昌
0% 掺量	36	25	26	167
20% 掺量	32	23	23	150
40% 掺量	29	20	20	133
60% 掺量	39	28	28	183
80% 掺量	18	13	13	83
100% 掺量	14	10	10	67

由表 9 可知, 混凝土在以上 4 个代表地区的使用寿命变化情况均受再生骨料掺量的影响显著。这是由于再生粗骨料自身曾使用多年, 再次打碎时颗粒棱角增多, 同时内部也会受到不同程度的损害, 且表面附着原有水泥硬化砂浆和石屑, 导致再生混凝土内部空隙和微裂痕加剧。掺量为 60% 是一个转折点, 掺量在 60% 以内, 再生混凝土的抗冻性与天然混凝土较为接近; 掺量大于 60% 时, 混凝土抗冻性下降较大, 与天然混凝土具有较大差值; 掺量为 60% 时, 试块抗冻性有所回升, 说明掺量 60% 为再生粗骨料最优掺量。

图 1 为再生混凝土相对动弹性模量随使用时间(宜昌地区)的变化曲线。从前 70 年来看, 再生粗骨料掺量为 40% 和 60% 的混凝土冻融损失情况

相同。70 年后, 相比掺量为 60% 的混凝土, 40% 的混凝土的下降速度明显加快。使用 50 年后, 掺量为 100% 的再生混凝土的相对动弹性模量为 65%, 接近“失效准则”。此时, 掺量为 0%, 20%, 40%, 60%, 80% 的再生混凝土的相对动弹性模量为 94%, 92%, 89%, 89%, 68%, 富余量很大, 满足一定地区一般建筑物的设计规范要求。

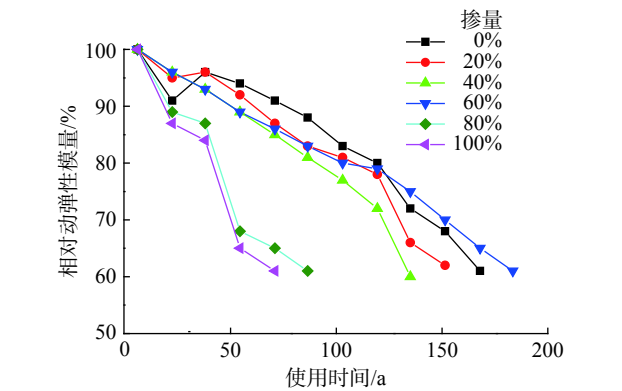


图 1 使用时间与相对动弹性模量之间的关系(宜昌地区)

Fig.1 Relationship between service time and relative dynamic modulus of elasticity (Yichang area)

图 2 为宜昌地区的建筑物随再生混凝土掺量在每 20% 的掺量增值过程中的寿命变化趋势。可以看出, 再生粗骨料掺量增加到 20% 时, 混凝土寿命由 167 年下降到 150 年, 下降了 17 年; 当再生骨料掺量增加到 40% 时, 寿命下降到 133 年, 相比天然混凝土的寿命, 减少了 34 年; 而掺量上升到 60% 时, 混凝土有效寿命上升了 16 年; 当掺量逐渐增加到 80%, 100% 时, 混凝土的寿命

又快速下降至 83 年和 67 年。这一结果表明再生骨料掺量为 60% 时能提高该类再生混凝土的抗冻性。

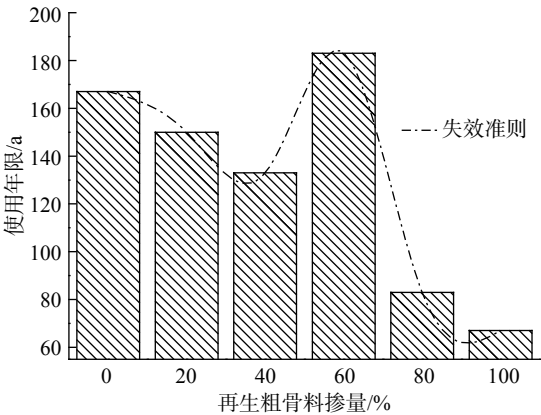


图 2 再生骨料掺量对混凝土使用寿命的影响(宜昌地区)
Fig.2 Effect of recycled aggregate content on service life of concrete (Yichang area)

4 结 论

a. 将再生混凝土的动弹性模量作为混凝土耐久性的主要评价指标，在试验数据的基础上，建立了灰色 GM(1,1) 预测模型，其计算结果与试验数据符合度较高，说明 GM(1,1) 的抗冻性模型可用于再生混凝土抗冻性能的动弹性模量预测和分析。因此，灰色理论可为再生混凝土的耐久性能研究提供新的思路，为实际工程中再生混凝土的抗冻性破坏预测提供参考。

b. 基于灰色预测模型得出的预测值进行再生混凝土抗冻性寿命预测发现，掺入再生骨料对混凝土的抗冻性确有显著影响，随着再生骨料的增加，有效寿命逐渐减小。60% 的再生骨料掺量为该类再生混凝土的最优配掺比，此时，再生混凝土的抗冻性能达到最佳。从我国宜昌地区来看，

其抗冻使用寿命可达 183 年。

参考文献:

[1] 李秋义, 高嵩, 薛山. 绿色混凝土技术[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 2014.

[2] 李秋义, 全洪珠, 秦原. 混凝土再生骨料[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.

[3] 魏应乐. 再生混凝土的耐久性及其控制措施研究[J]. 混凝土, 2010(1): 81-85.

[4] 周宇, 郑秀梅, 李广军, 等. 再生骨料混凝土抗冻性能试验研究[J]. 低温建筑技术, 2013(12): 14-16.

[5] 刘曙光, 王志伟, 张菊, 等. 基于灰色理论的 PVA-FRCC 抗冻性寿命预测[J]. 混凝土与水泥制品, 2013(8): 43-47.

[6] 王立久, 汪振双, 崔正龙. 基于冻融损伤抛物线模型的再生混凝土寿命预测[J]. 应用基础与工程科学学报, 2011(1): 29-35.

[7] 刘思峰, 杨英杰, 吴利丰, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2014.

[8] 邓聚龙. 灰色系统基本方法[M]. 4 版, 武汉: 华中工学院出版社, 1996.

[9] LI B X, YUAN X L, CUI G, et al. Application of the grey system theory to predict the strength deterioration and service life of concrete subjected to sulfate environment[J]. Journal of the Chinese Ceramic Society, 2009, 37(12): 2112-2117.

[10] 姜曼骁. 灰色理论在混凝土耐久性研究中的应用[D]. 南京: 南京理工大学, 2012.

[11] 阎岩, 张明义, 王家涛. 灰色理论在快速载荷试验数据处理中的应用[J]. 岩土力学, 2006, 27(5): 799-806.

[12] 王丽丹, 周志云, 叶林飞, 等. 复合微粉和聚丙烯纤维对再生混凝土抗冻性研究[J]. 上海理工大学学报, 2017, 39(3): 301-306.

[13] 李金玉, 邓正刚, 曹建国, 等. 混凝土抗冻性的量化设计[J]. 混凝土, 2000(12): 61-65.

(编辑: 石 瑛)