

颗粒物质分选过程中的速度和 角度分布的测量与研究

陶子寅, 李 然, 陈 泉, 修文正, 华云松, 杨 晖

(上海理工大学 光电信息与计算机工程学院, 上海 200093)

摘要: 受颗粒体系混合熵的启发, 搭建了基于面阵 CCD 相机的测量装置, 通过金字塔分层光流算法与图像法对均值粒径分别为 2.6 mm 和 1.25 mm 的球形颗粒所组成的颗粒系统的分选过程开展了一系列测量, 计算得到颗粒体系表面流动层的平均速度与倾斜角, 得到如下结论: 颗粒体系的总体熵可以描述颗粒分选过程中的细微变化; 颗粒体系表面流动层的平均速度受倾斜角的影响, 两者表现出正比例关系; 在混合颗粒的运动状态为连续雪崩的转速范围内, 颗粒体系的总体熵、表面流动层平均速度和倾斜角的变化趋势相一致, 说明可以借助平均速度和倾斜角来辅助判断颗粒体系的分选程度。

关键词: 金字塔分层光流算法; 颗粒流; 速度分布; 混合熵

中图分类号: TN 29 **文献标志码:** A

Measurement of velocity and angle distribution in particle separation process

TAO Ziyin, LI Ran, CHEN Quan, XIU Wenzheng, HUA Yunsong, YANG Hui

(School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of
Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: Inspired by the mixing entropy of the particle system, a measuring device based on the plane array CCD camera was built in order to carry out a series of measurements for the particle system composed of spherical particles with mean particle sizes of 2.6 mm and 1.25 mm respectively. The average speed and the angle of slope on the surface of the particle system were calculated through the pyramid-layered optical flow algorithm and the image method. The following conclusions are drawn. The subtle changes in the particle separation process can be described by the total entropy of the particle system. The average velocity of the flow layer on the surface of the particle system is affected by the angle of slope, and those two show a direct proportional relationship. Within the rotation speed range where the movement state of mixed particles is continuous avalanche, the global entropy of particle system, the average velocity of surface flow layer and the angle of slope have similar trend, indicating that the separation degree of particle system can be judged by the aid of the average speed and the angle

收稿日期: 2019-08-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11572201, 91634202); 上海理工大学教师教学发展研究项目 (CFTD191002)

第一作者: 陶子寅 (1998-), 本科生. 研究方向: 电子信息工程. E-mail: 664251936@qq.com

通信作者: 杨 晖 (1981-), 教授. 研究方向: 光电精密测试技术. E-mail: yanghui@usst.edu.cn

of slope.

Keywords: *pyramid-layered optical flow algorithm; particle flow; velocity distribution; mixing entropy*

颗粒物质在自然界、日常生活及生产技术中普遍存在，是地球上存在最多、最为人们所熟悉的物质类型之一^[1]。与流体运动相比，颗粒的运动非常复杂，兼具流体和固体的某些特征，但与它们又都不相同，颗粒流与流体重要的区别之一是粒料中存在与流体不同的混合与分离现象，特别是不同性质颗粒的分离和分层^[2]。由于不同颗粒物质的混合与分聚对于社会生产中的诸如粮食干燥和储存、药品加工等生产工艺有着重要的影响，因此对于滚筒内颗粒的混合与分选过程的研究具有很重要的理论和实际意义：合理地应用颗粒的混合与分离作用能够节省能源与加工费用，同时也能在一定程度上促进颗粒力学的发展^[3]。

针对不同颗粒所组成的颗粒体系的混合与分聚现象，近年来国内外学者作了许多研究。Kwapinska 等^[4]通过离散元模拟方法研究了旋转速度、转筒直径、装载量等参数对颗粒径向混合的影响。赵永志等^[5]利用三维三方线性弹性-阻尼离散单元模型讨论了滚筒转速、颗粒装载率等参数对薄滚筒内二元 S 型颗粒体系分层的影响，当转速较高时，滚筒内形成大颗粒在外、小颗粒在内、具有圆形界面的月亮模式，当转速较低时形成具有波浪形界面的花瓣模式。Arntz 等^[6]通过玻尔兹曼方程提出了一种通过混合熵来量化颗粒体系混合特性的方式。欧阳鸿武等^[7]系统地研究颗粒混合物体系在半填充转鼓中的花瓣斑图形成过程，探讨规则花瓣斑图的形成条件。

本文在上述研究内容的基础上，针对二维转筒，创新性地将光流法和图像法应用于颗粒体系的表面流动层速度与倾斜角检测上，同时结合混合熵这一量化颗粒体系分选程度的指标，重点探究在不同转速下颗粒体系的混合熵、表面流动层平均速度和倾斜角三者之间的关系。

1 实验方法

1.1 实验装置

图 1 为本实验中所采用的实验装置，由二维滚筒、可调光源、步进电机和高速面阵 CCD 相机

组成。滚筒采用有机玻璃材料加工制成，内径 $R=140\text{ mm}$ ，筒壁厚度为 5 mm ，两个壁面之间的间隙 $d=10\text{ mm}$ 。滚筒与步进电机相连，通过输出电压的方波频率来驱动电机，进而控制滚筒转速。实验过程中滚筒的转速范围为 $0\sim0.12\text{ rad/s}$ 。将转筒与高速面阵 CCD 相机(3 F04 M 型号)放在同一水平面上，对转筒侧壁面进行拍照，获得颗粒体系的正视图。相机分辨率为 2320×1720 ，单位像元尺寸长度为 $7.4\text{ }\mu\text{m}$ ，采样频率设置为 330 帧/s 。转筒内填充的颗粒材料为两种颜色的电镀玻璃球形颗粒，绿色颗粒的均值粒径 $d_1=2.6\text{ mm}$ ，红色颗粒的均值粒径 $d_2=1.25\text{ mm}$ 。将两种颗粒以体积比 $1:1$ 进行填充，转筒内颗粒材料的填充度(颗粒体系体积与二维滚筒总体积的比值)为 38% 。

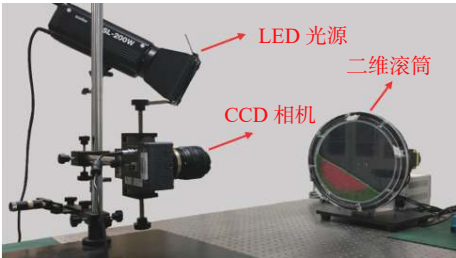


图 1 二维滚筒实验装置图
Fig.1 Experimental device diagram for two-dimensional drum

图 2 为二维滚筒内的颗粒体系流动层的位置划分示意图。图中划分了 10 个区域，每个区域长度为 170 像素，宽度为 32 像素，相邻两个区域中

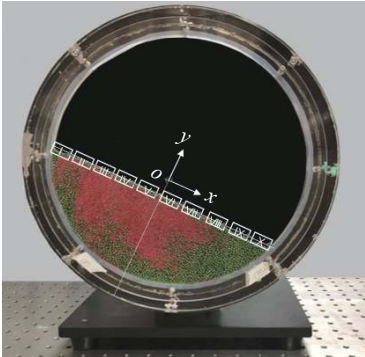


图 2 表面流动层的区域划分示意图
Fig.2 Schematic diagram of the regional division on the surface flow layer

心位置的间隔为 200 像素, 并分别命名为 I ~ X; 以流动层的中点位置为原点 o 建立直角坐标系, 平行于表面流动层的方向为坐标 x 轴, 垂直于流动层的方向为坐标 y 轴。

1.2 流动层颗粒的速度测量算法

目前光流法大致有两种计算方法: 稠密光流和稀疏光流^[7]。其区别在于稠密光流是将每个像素与速度关联; 稀疏光流则是先指定一组具有明显特征的像素点进行匹配。因此稀疏光流相比于稠密光流不仅结果会更加稳定, 相应的运算量也会减少许多。本文所采用的测速算法即是一种基于金字塔分层的 Lucas-Kanade 光流法, 属于稀疏光流这一类, 相应的特征像素点的选取采用 Shi-Tomasi 角点检测算法。

角点为图像中轮廓边界的相交点^[8], 也被定义为在任意方向的一个微小变动都会引起灰度很大变化的点。现有的角点检测算法主要有基于边缘轮廓和基于灰度图像两类。其中由于基于灰度的角点检测算法避免了在提取轮廓时存在的误差, 因而应用更为广泛^[8]。本文所采用的是 Shi-Tomasi 角点检测算法, 这是一种针对 Harris 角点检测^[9]的改进算法, 获取 Harris 角点中的强角点。

Harris 角点检测算法是一种直接基于灰度图像的角点检测算法, 其主要原理是对于强度信息为 $I(x, y)$ 的图像, 在像素点 (x, y) 处将一个局部的小窗口 $w(x, y)$ 沿任意方向移动一段微小位移 (u, v) , $w(x, y)$ 为滑动窗口函数, 通过引入灰度变化函数 $E(x, y)$ 来表征图像的自相关性。Harris 对于灰度变化函数 $E(x, y)$ 的定义如下:

$$E(x, y) = \sum_{x, y} w(x, y) [I(x+u, y+v) - I(x, y)]^2 \quad (1)$$

对位移后的 $I(x+u, y+v)$ 进行泰勒展开, 可得

$$I(x+u, y+v) = I(x, y) + I_x u + I_y v + O(u^2, v^2) \quad (2)$$

$O(u^2, v^2)$ 表示泰勒展开式中的高阶项。忽略高阶无穷小项, 可将 $E(x, y)$ 化简为二次型:

$$E(x, y) = [u, v] \mathbf{M} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中,

$$\mathbf{M} = \sum_{x, y} w(x, y) \begin{bmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

对于实对称矩阵 $\mathbf{M}$, 通过对其对角化处理后可以得到它的两个特征值 λ_1 和 λ_2 , 由于这两个特征值表征了图像在 x 轴和 y 轴的表面曲率, 因此可以通过这两个特征值的大小来判别图像中的角点、

边缘以及平坦区域。Harris 在此基础上给出了角点响应函数 (CRF) 的定义:

$$CRF = \text{Det}(\mathbf{M}) - k \text{Tr}(\mathbf{M})^2 \quad (5)$$

式中, $\text{Det}(\mathbf{M})$ 表示矩阵 $\mathbf{M}$ 的行列式, $\text{Det}(\mathbf{M}) = \lambda_1 \lambda_2$; $\text{Tr}(\mathbf{M})$ 表示矩阵 $\mathbf{M}$ 的迹, $\text{Tr}(\mathbf{M}) = \lambda_1 + \lambda_2$ 。当目标点所求得的 CRF 值大于阈值时, Harris 认为其为角点。Shi-Tomasi 在 Harris 研究的基础上进行了改进, 只选取矩阵 $\mathbf{M}$ 的两个特征值中较小的一个与阈值进行比较, 如果大于阈值, 即可以得到强角点。

图 3 为通过 Shi-Tomasi 算法检测到的区域角点结果。检测到的角点将作为后续 Lucas-Kanade 稀疏光流法的特征点基础。

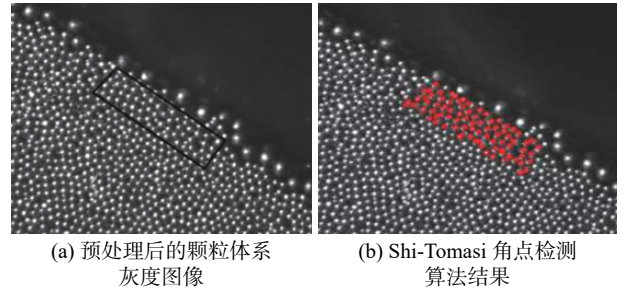


图 3 Shi-Tomasi 角点检测算法处理混合颗粒体系示意图
Fig.3 Schematic diagram of Shi-Tomasi corner detection algorithm for processing the mixed particle system

光流场的计算最初由 Horn 和 Schunck 提出^[10], 其约束方程的建立基于两个假设: 相邻图像之间的灰度基本保持不变以及相邻图像之间的时间间隔很小, 从而时间的变化不会引起位置的剧烈变化。假定某一时刻 t 图像上某一像素点 (x, y) 所对应的灰度值为 $I(x, y, t)$, 经过一个很小的时间间隔 Δt 后, 运动后的像素点所对应的灰度值变为 $I(x+\Delta x, y+\Delta y, t+\Delta t)$, 根据灰度基本保持不变的假设可得

$$I(x+\Delta x, y+\Delta y, t+\Delta t) = I(x, y, t) \quad (6)$$

将运动后像素点处的灰度值通过泰勒展开, 并忽略高阶项后可得

$$\frac{\partial I}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial I}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

令 $u = \frac{dx}{dt}$, $v = \frac{dy}{dt}$, 可以得到光流的基本约束方程为

$$I_x u + I_y v + I_t = 0 \quad (8)$$

式中, I_x , I_y 和 I_t 分别表示灰度信号在 x , y 和 t 上的偏导。

仅有一个光流约束方程是无法确定 u 和 v 这两个光流分量的, 必须引入其他的附加约束条件。于是 Lucas 和 Kanade 在此基础上引入了新的假设: 假设在一个小的空间邻域 Q 上运动矢量保持恒

定。通过空间一致性的假设，可以考虑借助领域内的 n 个像素点来建立 n 个光流约束方程用来估计光流分量。下面以一个 3×3 的领域窗口为例，可以建立9个方程：

$$\begin{bmatrix} I_{x1} & I_{y1} \\ I_{x2} & I_{y2} \\ \vdots & \vdots \\ I_{x9} & I_{y9} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_{t1} \\ -I_{t2} \\ \vdots \\ -I_{t4} \end{bmatrix} \quad (9)$$

对于上式的超定方程 $\mathbf{A}[u,v]^T = -\mathbf{B}$ ，可以采用最小二乘法来求解 $[u,v]^T$ 的最优解：

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T (-\mathbf{B}) \quad (10)$$

其中， $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} \sum I_{xi}^2 & \sum I_{xi} I_{yi} \\ \sum I_{xi} I_{yi} & \sum I_{yi}^2 \end{bmatrix}^{-1}$ ， $\mathbf{A}^T (-\mathbf{B}) = \begin{bmatrix} -\sum I_{xi} I_{ti} \\ -\sum I_{yi} I_{ti} \end{bmatrix} (i = 1, 2, \dots, n)$

由于 Lucas-Kanade 光流法在计算过程中假设了相邻图像之间的位置不会发生剧烈的变化，因而在物体运动速度较快时，该假设不成立，从而导致后续的计算产生较大偏差。为了解决上述弊端，本文采用由 Jean-Yves Bouguet提出的一种基于金字塔分层的改进 Lucas-Kanade 光流法^[11]。该方法的主要原理是将图像的长宽每次缩放为原来的一半，通过对图像的缩放分层来起到减小像素位移的目的，同时金字塔这种结构也可以起到逐层分解、自上而下修正运动量的作用。

计算时先计算出图像金字塔的顶层（即分辨率最低的图片）的光流，将得到的结果代入相邻两层图像的递归公式中计算出下一层图像的猜测光流向量 $\mathbf{g}^{L-1}$ ：

$$\mathbf{g}^{L-1} = 2(\mathbf{g}^L + \mathbf{d}^L) \quad (11)$$

式中： $\mathbf{d}^L$ 表示像素点在第 L 层迭代运算中的剩余光流向量，通过标准的 Lucas-Kanade 光流算法迭代得到； $\mathbf{g}^L$ 表示第 L 层的猜测光流向量，并且假设顶层的 $\mathbf{g} = [0,0]^T$ 。如此循环就能通过顶层的光流向量计算得到底层的猜测光流向量 $\mathbf{g}^0$ 和剩余光流向量 $\mathbf{d}^0$ ，从而得到最终的光流结果，即

$$\mathbf{d} = \mathbf{g}^0 + \mathbf{d}^0 = \sum_{L=0}^{L_m} 2^L \mathbf{d}^L \quad (12)$$

式中， L_m 表示金字塔的最大层数。

金字塔式的 Lucas-Kanade 光流法可以带来很高的像素位移增益，从而可以在不使用大窗口的

情况下处理运动幅度较大的图片。

1.3 二元颗粒体系的倾斜角测量方法

当滚筒内的二元颗粒体系混合达到稳定状态后，利用高速 CCD 相机抓拍二元滚筒内的颗粒体系正视图，并将抓拍到的图像进行灰度化等预处理，随后再利用边缘轮廓提取以及曲线的拟合得到最终的表面曲线轮廓，从而进一步测量出此时堆积颗粒的倾斜角 θ ^[12-14]。图 4 为在 $\omega=0.031 \text{ rad/s}$ 时通过图像法所测得的颗粒体系倾斜角示意图。

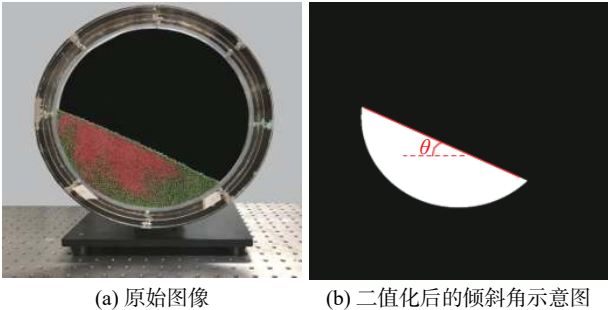


图 4 滚筒颗粒体系倾斜角示意图

Fig.4 Schematic diagram of the angle of slope in the particle system

1.4 颗粒混合程度的熵

针对颗粒物质随时间变化的混合或是分离程度如何量化这一问题，早期有学者们提出过一些不同的方法^[15-24]。而在 2010 年时，Arntz 等^[6]提出了一种基于混合熵的方法，该方法有着统计学的理论基础，相较于先前的其他方法也很容易应用于不同类型的分离过程。于是借用此方法（即总体熵）来对不同转速下的颗粒分选程度进行量化。首先在二维滚筒的正视图上划分 12×12 个网格单元，用黑色直线标注出来，如图 5 所示。在定义网格之后，通过玻尔兹曼公式计算每个网格下的混合熵 $s(k)$ ，计算公式如下：

$$s(k) = -(x_a(k) \ln x_a(k) + x_b(k) \ln x_b(k)) \quad (13)$$

式中， $x_a(k)$ 和 $x_b(k)$ 分别指代在网格 k 中颗粒 a 所占的数量比以及颗粒 b 所占的数量比。在求解出每个网格下的混合熵后，通过加权求和的方式计算得出在某一时刻 t 下的总体熵 $S(t)$ ，计算公式如下：

$$S(t) = \frac{1}{N} \sum_k s(k,t) n(k,t) \quad (14)$$

式中： N 表示整个二维滚筒内的总颗粒数； $n(k)$ 表示单个网格 k 中的颗粒个数。

根据 Arntz 等^[6]的研究结果：在同一转速下的两种颗粒所组成的颗粒体系，它的总体熵最终会在一个值附近波动并趋于稳定。因此在本实验

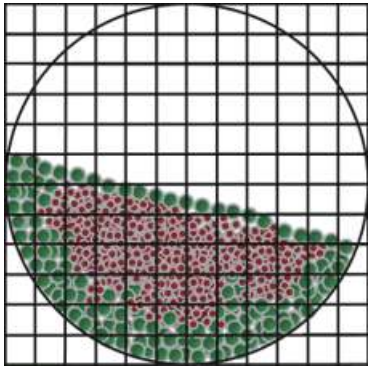


图 5 二维滚筒的正视图

Fig. 5 Front view of the two-dimensional drum

中，通过改变转速，选择在不同转速下颗粒体系达到稳定状态时的总体熵作为该转速下的颗粒分选程度的量化指标。

2 结果与讨论

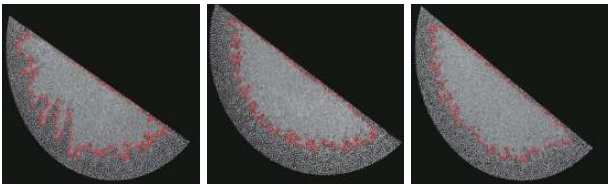
2.1 颗粒体系的总体熵

图 6 是不同转速下处于稳定状态的二维滚筒颗粒体系的总体熵的变化趋势，以及分别选取转速为 0.023, 0.065 和 0.102 rad/s 下所拍摄的颗粒体系正视图(分别对应于图 6 中的(a), (b)和(c))，图 6(d)中横轴表示二维滚筒的转速，纵轴表示颗粒体系的总体熵。在 0~0.051 rad/s 的转速范围内，颗粒的运动状态表现为离散雪崩，颗粒体系的总体熵随着转速的增加逐渐减小。由图 6(a)可以看到，颗粒体系的分选状态表现为花瓣模式(petals pattern)，并且随着转速的增加逐渐转向月亮模式(moon pattern)。0.051~0.079 rad/s 的转速范围内，颗粒处于由间歇性的雪崩向连续雪崩转变的过渡状态，颗粒体系的总体熵在定值 0.614 的附近波动。而在 0.079~0.120 rad/s 的转速范围内，颗粒的运动状态表现为连续雪崩，颗粒体系的总体熵随着转速的增加逐渐增大。值得注意的是，对于图 6 的(b)和(c)，滚筒内的颗粒体系在这两个转速下所表现出的分选状态从拍摄的图像上很难看出差异，但从总体熵这个量化指标上看却存在着较为明显的差异，因此可以通过总体熵这个指标来进一步地描述颗粒分选过程中的细微变化。

2.2 表面流动层的速度特征

本实验在测量出混合总体熵的变化趋势后，进一步地对不同转速下的颗粒体系的表面流动层的速度进行研究，并最终希望将颗粒速度与之前所研究的总体熵相对应。

实验分别选取了 0.058, 0.065 和 0.072 rad/s 3 个



(a) $\omega=0.023$ rad/s (b) $\omega=0.065$ rad/s (c) $\omega=0.102$ rad/s

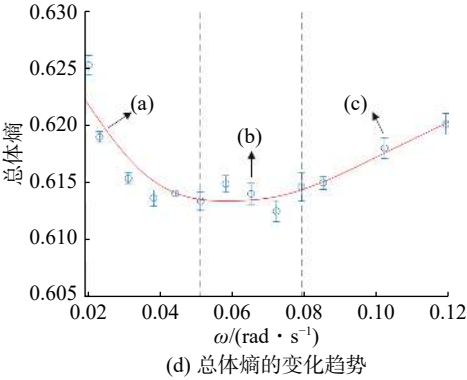


图 6 二维滚筒内颗粒体系总体熵的变化曲线

Fig. 6 Variation curve of the total entropy of the particle system in the two-dimensional drum

转速，且在保证颗粒体系的分选过程达到稳定状态的情况下对本文所划分的 10 个区域内的速度分布进行测量研究，速度的测量方法遵循前文所介绍的 Lucas-Kanade 光流法，同时对于 3 个转速下的区域速度的空间分布进行横向对比。图 7 为在 0.058, 0.065 和 0.072 rad/s 这 3 个转速下，区域 II 内的速度分布图。从图 7 可以看出，当分选过程达到稳定状态时，颗粒体系的表面流动层上的速度呈现出正态分布，且标准差都在 0.035 左右。因而后续对速度的空间分布进行横向对比时，选择用每个区域内的平均速度作为该区域位置下的流动层速度。

图 8 为在 3 个不同的转速下，颗粒速度沿着表面流动层的分布情况，图中横轴表示各区域内的平均速度矢量距离流动层中心点的相对位置，纵轴表示表面流动层的平均速度。由图 8 可以看出，颗粒速度的空间分布在不同转速下呈现出近似相同的变化趋势，靠近坐标原点的区域由于颗粒经过加速的过程而导致速度较大，但总体的速度变化比较平稳；位于表面流动层两侧靠近边缘的区域由于颗粒在该处会发生碰撞等现象，颗粒之间的交换更多而导致速度较小，速度的变化较大；于此同时，3 根曲线都在区域 V 处产生了一个向下的突变，这与同种颗粒的速度空间分布^[25]相比存在不同。通过对图 8 的分析可以认为在区域 V 处发生速度上的突变之前，流动层的速度变化是比较理想的，并且靠近坐标原点附近的区域相

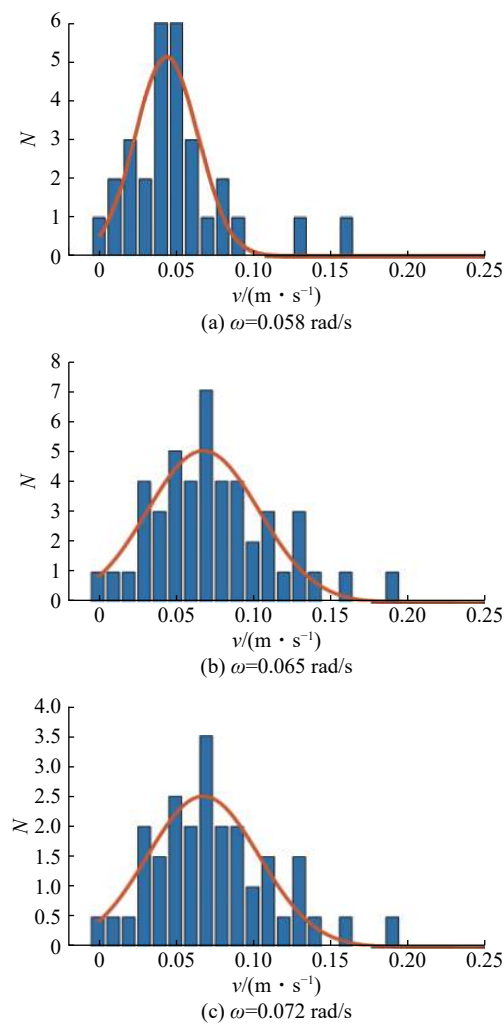


图 7 区域 II 内的速度分布直方图

Fig. 7 Histogram of the velocity distribution in region II

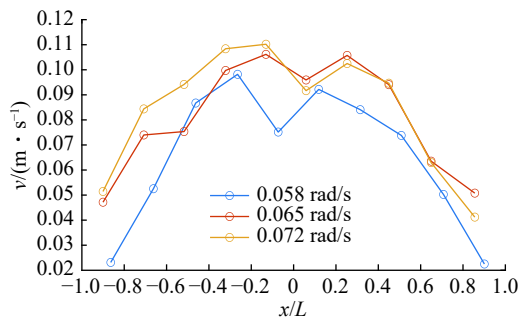


图 8 表面流动层的速度空间分布随转速的变化曲线

Fig. 8 Spatial distribution of the velocity on the surface flow layer at different rotating speeds

比于两侧的区域，其颗粒速度更能反映在当前转速条件下的流动层颗粒速度的真实情况，因而在接下来的分析中选择突变之前的区域Ⅵ作为主要的测量区域。

2.3 颗粒速度、倾斜角与总体熵的关系

图 9 是在不同转速条件下，颗粒运动的平均

速度与堆积颗粒倾斜角的变化曲线，图中横轴表示二维滚筒的转速，左侧纵轴表示区域Ⅵ下的流动层平均速度，右侧纵轴表示颗粒体系的倾斜角。从图中可以看出，随着转速的增加，颗粒运动速度与倾斜角的变化趋势一致，呈现出一个先增大后平稳再增大的变化过程。雪崩过程中的颗粒运动速度与倾斜角呈正比例关系，这是因为在转筒内颗粒流中，当堆积颗粒的倾斜角增大时，颗粒床的重心位置也抬高，使得雪崩前颗粒的重力势能增加，导致崩塌过程中颗粒的运动速度变大。在 0~0.051 rad/s 范围内，转筒内颗粒的运动状态为离散雪崩，颗粒的运动速度与倾斜角随着转速的增加呈线性增大。而在 0.079~0.120 rad/s 的范围内，转筒内颗粒的运动状态为连续雪崩，此时颗粒的运动速度与倾斜角也随着转速的增加呈线性增大。值得注意的是，在 0.051~0.079 rad/s 的范围内，平均速度与倾斜角为定值，分别为 0.085 m/s 和 32.85°。这可能是由于转筒内混合颗粒处于过渡运动状态(过渡运动状态是由间歇性的雪崩向连续雪崩转变的中间状态)导致的。

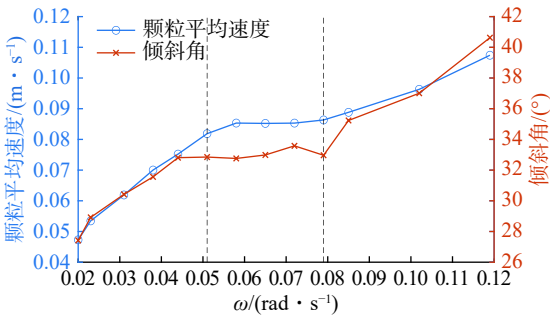


图 9 颗粒运动平均速度与倾斜角随转速的变化曲线

Fig. 9 Average speed and angle of slope of the particle motion at different rotating speeds

对比图 9 与图 6 发现，转速大于 0.051 rad/s 时，颗粒的运动速度、倾斜角与颗粒体系的总体熵的变化趋势一致，在 0.051~0.079 rad/s 的范围内运动速度、倾斜角与总体熵三者均为定值，而在 0.079~0.120 rad/s 的范围内三者均随着转速的增加而增大。这说明了颗粒的运动速度和倾斜角影响着颗粒体系的总体熵。另一方面，也可以根据颗粒的运动速度或堆积颗粒的倾斜角去判断总体熵的变化，即颗粒体系的分选程度。

3 结 论

本文在滚筒转速为 0~0.120 rad/s，滚筒内二

维颗粒体系填充度为 38% 的条件下, 采用 Lucas-Kanade 稀疏光流法与图像法观察均值粒径分别为 2.6 mm 和 1.25 mm 的规则球形颗粒所组成的颗粒系统的分选过程。通过测量颗粒体系的总体熵、颗粒体系表面流动层的平均速度与倾斜角, 得到如下结论:

a. 针对二维滚筒内混合颗粒体系的分选程度, 可以通过图像法与总体熵相结合的方法进行判别, 当图像法观察不出明显的差异(如本实验过程中转速为 0.065 rad/s 以及 0.102 rad/s 时), 可以通过测量颗粒体系的总体熵来区别分选过程中的细微变化。

b. 颗粒体系表面流动层的平均速度与倾斜角的正比例关系, 说明了在崩塌过程中平均速度受倾斜角的影响。

c. 颗粒体系的总体熵、表面流动层平均速度和倾斜角与转速之间的关系, 在转速大于 0.051 rad/s 时三者的变化趋势相一致, 说明在混合颗粒的运动状态转为连续雪崩的条件下, 颗粒体系的总体熵, 即分选程度与平均速度和倾斜角有关, 可以借助平均速度和倾斜角来判断总体熵的变化。

参考文献:

- [1] 陆坤权, 刘寄星. 颗粒物质 (上)[J]. *物理*, 2004, 33(9): 629–635.
- [2] 黄德财, 冯耀东, 解为梅, 等. 颗粒密度对旋转筒内二元颗粒体系分离的影响[J]. *物理学报*, 2012, 61(12): 124501.
- [3] 苏天一. 滚筒中二元颗粒混合影响因素实验与模拟研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2014.
- [4] KWAPINSKA M, SAAGE G, TSOTSAS E. Mixing of particles in rotary drums: a comparison of discrete element simulations with experimental results and penetration models for thermal processes[J]. *Powder Technology*, 2006, 161(1): 69–78.
- [5] 赵永志, 程易. 水平滚筒内二元颗粒体系径向分离模式的数值模拟研究[J]. *物理学报*, 2008, 57(1): 322–328.
- [6] ARNTZ M M H D, DEN OTTER W K, BRIELS W J, et al. Granular mixing and segregation in a horizontal rotating drum: a simulation study on the impact of rotational speed and fill level[J]. *AIChE Journal*, 2008, 54(12): 3133–3146.
- [7] 欧阳鸿武, 何世文, 廖奇音. 圆筒型混合器中颗粒混合运动的研究[J]. *中南大学学报 (自然科学版)*, 2004, 35(1): 26–30.
- [8] 王崴, 唐一平, 任娟莉, 等. 一种改进的 Harris 角点提取算法[J]. *光学精密工程*, 2008, 16(10): 1995–2001.
- [9] SHI J B, TOMAS I. Good features to track[C]//Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Seattle, WA, USA: IEEE, 1994: 593–600.

- [10] HORN B K P, SCHUNCK B G. Determining optical flow[J]. *Artificial Intelligence*, 1981, 17(1/2/3): 185–203.
- [11] TSUI K C, LIU J M. Evolutionary diffusion optimization. I. Description of the algorithm[C]//Proceedings of 2002 Congress on Evolutionary Computation. Honolulu, HI, USA: IEEE, 2002: 169–174.
- [12] HENEIN H, BRIMACOMBE J K, WATKINSON A P. Experimental study of transverse bed motion in rotary kilns[J]. *Metallurgical Transactions B*, 1983, 14(2): 191–205.
- [13] 陈晨, 杨晖, 李然, 等. 数字图像技术在颗粒流测量中的应用[J]. *光学仪器*, 2017, 39(6): 84–90.
- [14] 马生, 杨晖, 李然, 等. 基于动态散斑的颗粒流模式转变机理研究[J]. *光学仪器*, 2016, 38(2): 159–166.
- [15] JAIN N, OTTINO J M, LUEPTOW R M. Regimes of segregation and mixing in combined size and density granular systems: an experimental study[J]. *Granular Matter*, 2005, 7(1/2/3): 69–81.
- [16] OTTINO J M, KHAKHAR D V. Mixing and segregation of granular materials[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2000, 32: 55–91.
- [17] CLEARY P W, METCALFE G, LIFFMAN K. How well do discrete element granular flow models capture the essentials of mixing processes?[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 1998, 22(12): 995–1008.
- [18] DURY C M, RISTOW G H. Radial segregation in a two-dimensional rotating drum[J]. *Journal De Physique I*, 1997, 7(5): 737–745.
- [19] DURY C M, RISTOW G H. Competition of mixing and segregation in rotating cylinders[J]. *Physics of Fluids*, 1999, 11(6): 1387–1394.
- [20] PORION P, SOMMIER N, FAUGÈRE A M, et al. Dynamics of size segregation and mixing of granular materials in a 3D-blender by NMR imaging investigation[J]. *Powder Technology*, 2004, 141(1/2): 55–68.
- [21] VAN PUYVELDE D R. Simulating the mixing and segregation of solids in the transverse section of a rotating kiln[J]. *Powder Technology*, 2006, 164(1): 1–12.
- [22] 侯鹏, 杨晖, 李然, 等. 复杂颗粒流速度场分布的空间滤波测量[J]. *光学精密工程*, 2018, 26(11): 2632–2638.
- [23] 陈泉, 杨晖, 李然, 等. 转筒颗粒流崩塌前后的颗粒温度和体积分数测量[J]. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2019, 49(6): 58–70.
- [24] 杨晖, 张国华, 王宇杰, 等. 密集颗粒体系的颗粒运动及结构测量技术[J]. *力学进展*, 2018, 48: 541–590.
- [25] LIN S H, YANG H, LI R, et al. Velocities of irregular particles in a continuously avalanching surface flow within a rotating drum[J]. *Powder Technology*, 2018, 338: 376–382.