

基于扩展观测器的电液负载模拟器自适应鲁棒控制

邹璇¹, 刘鑫宇², 赵海鸣², 沈伟²

(1. 中国船舶集团公司第七〇三研究所, 哈尔滨 150000; 2. 上海理工大学 机械工程学院, 上海 200093)

摘要: 针对电液负载模拟器中传感器测量噪声干扰和未知的外部扰动引起的跟踪精度不高的问题, 提出了一种基于扩展观测器的自适应鲁棒控制器。利用扩展观测器估计系统中未知的模型不确定性并进行补偿, 同时, 在观测器和控制器的自适应模型补偿器设计中, 将实际状态值替换为相应的期望信号值, 以减少测量噪声的干扰, 控制器和扩展观测器中的系统参数均通过参数自适应得到。利用 Lyapunov 理论进行了闭环系统的稳定性分析。仿真结果表明, 在不存在外部扰动的情况下, 所提出的控制器能够达到更高的跟踪精度, 而在存在外部扰动的情况下, 所提出的控制器不仅保持了良好的跟踪性能, 同时具有较强的鲁棒性。

关键词: 电液负载模拟器; 自适应鲁棒控制; 扩展观测器; 外部扰动

中图分类号: TP 273 **文献标志码:** A

Adaptive robust control of electro-hydraulic load simulator based on extended observer

ZOU Xuan¹, LIU Xinyu², ZHAO Haiming², SHEN Wei²

(1. NO. 703 Research Institute of China State Shipbuilding Corporation Limited, Harbin 150000, China; 2. School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: Aiming at the problem of insufficient tracking accuracy caused by measurement noise from a sensor and unknown external disturbance in the electro-hydraulic load simulator, an adaptive robust controller based on an extended observer was proposed. The unknown model uncertainty in a system was estimated and compensated by the extended observer. Besides, in the design of the adaptive model compensator of the observer and a controller, the actual state value was replaced with the corresponding desired signal value to reduce an interference of measurement noise. The system parameters in the controller and the extended observer were obtained through parameter adaptation. Finally, the stability analysis of a closed-loop system was carried out based on the Lyapunov theory. The simulation shows that the proposed controller can achieve higher tracking accuracy with no external disturbance, while the proposed controller not only maintains good tracking performance but also has strong robustness in the presence of external disturbance.

Keywords: electro-hydraulic load simulator; adaptive robust control; extended observer; external disturbance

收稿日期: 2020-12-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51975376); 上海市自然科学基金资助项目 (19ZR1435400)

第一作者: 邹璇 (1986-), 女, 高级工程师。研究方向: 船舶液压系统。E-mail: zouxuan703@163.com

式中: V 为液压缸两腔的总容积; β_e 表示液压油的有效体积模量; C_t 是液压缸的内部泄漏系数; $Q(t)$ 为未建模的流量误差; k_t 是控制输入电压 u 的总流量增益; P_s 是供油压力; P_r 为回油压力; $\text{sgn}(u)$ 为不连续的符号函数。

$$\text{sgn}(u) = \begin{cases} -1, & u \leq 0 \\ 1, & u > 0 \end{cases} \quad (3)$$

系统末端的输出力

$$cF = ky \quad (4)$$

式中, k 为力传感器的弹簧劲度系数。

定义状态变量为 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^T = [y, \dot{y}, AP_L/m]^T$, 则整个系统可以由以下状态空间方程表述:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 - \left[bx_2 + \frac{A_m C_f(x_2)}{m} \right] + d(t) \\ \dot{x}_3 = \frac{4A\beta_e k_t}{mV} \sqrt{P_s - \frac{\text{sgn}(u)mx_3}{A}} u - \left(\frac{4A^2\beta_e}{mV} x_2 + \frac{4\beta_e C_t}{V} x_3 \right) + q(t) \\ F = kx_1 \end{cases} \quad (5)$$

其中,

$$b = \frac{B}{m}, \quad d(t) = \frac{d(t, y, \dot{y})}{m}, \quad q(t) = \frac{4A\beta_e Q(t)}{mV_t}$$

2 自适应鲁棒控制器设计

2.1 参数自适应算法设计

由于实际应用中, 液压系统参数会因为工作环境变化而出现波动, 为了减少系统的参数不确定性以及提高跟踪性能, 在控制器设计中引入了参数自适应算法。定义一组未知参数集: $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6]^T$, 其中, $\theta_1 = b$, $\theta_2 = A_m/m$, $\theta_3 = 4A\beta_e k_t/(mV)$, $\theta_4 = 4A^2\beta_e/(mV)$, $\theta_5 = 4\beta_e C_t/V$, $\theta_6 = q_n(t)$ 。由此, 描述系统的状态空间方程(5)可写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 - \theta_1 x_2 - \theta_2 C_f(x_2) + d(t) \\ \dot{x}_3 = \theta_3 M(u, x_3)u - \theta_4 x_2 - \theta_5 x_3 + \theta_6 + \tilde{q}(t) \end{cases} \quad (6)$$

其中, $M(u, x_3) = \sqrt{P_s - \text{sgn}(u)mx_3/A}$, $\tilde{q}(t) = q(t) - q_n(t)$, $\tilde{q}(t)$ 为对未建模误差的估计误差。

在进行控制器设计之前, 需要作假设。

假设 1 期望运动轨迹 $y_d(t) = \frac{F_d(t)}{k} \in C^3$ 及其导数均有界。 $F_d(t)$ 为期望跟踪的力。此外, 系统中外部扰动及其导数、建模误差均有界, 即:

$$|d(t)| < \delta_1, \quad |\dot{d}(t)| < \delta_2, \quad |\tilde{q}(t)| < \delta_3 \quad (7)$$

其中, $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ 均为正数。

假设 2 系统参数的波动范围为:

$$\theta \in \Omega_\theta \triangleq \{\theta: \theta_{\min} < \theta < \theta_{\max}\} \quad (8)$$

式中: Ω_θ 为有界开集; $\theta_{\min} = [\theta_{1\min}, \dots, \theta_{6\min}]^T$, $\theta_{\max} = [\theta_{1\max}, \dots, \theta_{6\max}]^T$, 且全部已知。

定义映射函数

$$\text{Proj}_{\hat{\theta}_i}(\tau_i) = \begin{cases} 0, & \hat{\theta} = \theta_{\min}, \tau < 0 \\ 0, & \hat{\theta} = \theta_{\max}, \tau > 0 \\ \tau, & \text{其他} \end{cases} \quad (9)$$

式中: $\hat{\theta}$ 表示 θ 的估计值; τ 为待合成的自适应函数。

自适应律设计为

$$\dot{\hat{\theta}} = \text{Proj}_{\hat{\theta}}(\Gamma\tau), \quad \theta_{\min} < \hat{\theta}(0) < \theta_{\max} \quad (10)$$

式中, Γ 为正定的自适应对角矩阵。

对于任何函数 τ , 该自适应率都将满足以下关系^[15]:

$$\hat{\theta} \in \Omega_\theta \triangleq \{\hat{\theta}: \theta_{\min} < \hat{\theta} < \theta_{\max}\} \quad (11)$$

$$\tilde{\theta}^T [\Gamma^{-1} \text{Proj}_{\hat{\theta}}(\Gamma\tau) - \tau] \leq 0, \quad \forall \tau \quad (12)$$

其中, $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ 表示对该元素的估计误差。

2.2 扩展观测器设计

来自舵机系统的运动干扰 $d(t)$ 是影响电液负载模拟器跟踪性能的主要干扰源, 通过构造扩展观测器^[10], 将系统内的模型不确定性作为系统的高阶状态来估计。

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_2 = x_3 - \tilde{\theta}^T \phi_{1d} + \hat{x}_e + 2\mu(x_2 - \hat{x}_2) \\ \dot{\hat{x}}_e = \mu^2(x_2 - \hat{x}_2) \end{cases} \quad (13)$$

式中: $\phi_{0d} = [\dot{y}_d, S_f(\dot{y}_d), 0, 0, 0, 0]^T$; y_d 为期望运动轨迹; $\hat{x}_e$ 是 $d(t)$ 的观测估计值; μ 为该观测器的主要参数, 它决定了该观测器的观测精度。

结合系统模型(6), 观测器误差的动态误差可以表述为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_2 = \tilde{x}_e + \tilde{\theta}^T \phi_{0d} - \theta_1(x_2 - \dot{y}_d) - \tilde{F} - 2\mu\tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_e = h(t) - \mu^2\tilde{x}_2 \end{cases} \quad (14)$$

其中, $h(t) = \dot{x}_e$, $\tilde{x}_2 = x_2 - \hat{x}_2$, $\tilde{x}_e = x_e - \hat{x}_e$, $\tilde{F} \triangleq \theta_2[C_f(x_2) - \dot{C}_f(\dot{y}_d)]$ 。定义 $\xi = [\xi_1, \xi_2]^T = \left[\tilde{x}_2, \frac{\tilde{x}_e}{\mu} \right]^T$, 则误差动态可以重定义为

$$\dot{\xi} = \mu A \xi + B f_1 + C f_2 \quad (15)$$

其中, $f_1 = \phi_{0d} \tilde{\theta}^T - \theta_1(x_2 - \dot{y}_d) - \tilde{F}$, $f_2 = \frac{h(t)}{\mu}$, 且

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

由于 A 是一个 Hurwitz 矩阵, 因此, 必定存在一个对称正定矩阵 P , 满足以下 Lyapunov 方程:

$$A^T P + PA + E = 0 \quad (17)$$

其中, E 为单位矩阵。求解上述等式, 可得

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \quad (18)$$

2.3 控制器设计

现介绍控制器设计步骤。

步骤 1 定义一组误差变量,

$$z_2 = \dot{z}_1 + c_1 z_1 = x_2 - \dot{y}_d + c_1 z_1 \quad (19)$$

$$z_3 = x_3 - \alpha \quad (20)$$

$$s = c_1 z_1 + c_2 z_2 + \dot{z}_2 \quad (21)$$

式中: z_1 为输出的位移误差, $z_1 = x_1 - y_d$; c_1, c_2 为正反馈增益系数; s 为辅助误差变量, 用于获得额外的控制器设计自由度。

在设计时, 可以将 x_3 视为虚拟输入量, 从而为其合成虚拟控制率 α 。将式(19)和式(20)代入式(21), 并对其求导, 可得

$$\dot{s} = \dot{z}_3 + \dot{\alpha} - \theta_1 \dot{x}_2 - \theta_2 \dot{C}_f(x_2) + \ddot{d}(t) - \ddot{y}_d + c_1 \dot{z}_1 + c_1 \dot{z}_1 + c_2 \dot{z}_2 \quad (22)$$

基于式(22), 虚拟控制率 α 可以设计为

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_a + \alpha_s \\ \alpha_a &= \widehat{\theta}_1 \dot{y}_d + \widehat{\theta}_2 C_f(\dot{y}_d) + \ddot{y}_d - \widehat{x}_e = \\ &\int_0^t [\widehat{\theta}_1 \ddot{y}_d + \widehat{\theta}_2 \dot{C}_f(\dot{y}_d) + \ddot{y}_d] dv - \widehat{x}_e \end{aligned} \quad (23)$$

式中: α_a 为基于模型的在线参数自适应前馈补偿控制律; α_s 为待合成的鲁棒控制律; $\widehat{x}_e$ 为观测得到的外部扰动量。

由于模型存在不确定性, 并且自适应参数的估计值与其真实值之间存在误差, 因此, 需要设计鲁棒控制律来稳定系统。

$$\alpha_s = \alpha_{s1} + \alpha_{s2}, \quad \alpha_{s1} = -k_{2s} z_2, \quad \alpha_{s2} = \int_0^t \alpha_{s3} dv \quad (24)$$

式中: α_{s1} 用于稳定系统的标称模型; k_{2s} 是一个正常数反馈增益; α_{s2} 用于镇定未知的模型不确定性以及平衡系统的参数不确定性。

α_{s3} 可以是满足:

$$s[\alpha_{s3} + \tilde{\theta}^T \phi_{1d} + h(t)] \leq \varepsilon_1 \quad (25)$$

$$s\alpha_{s3} \leq 0 \quad (26)$$

条件的任意函数。

ε_1 为一个任意小的常数。因此, α_{s3} 可以被设计为如下形式:

$$\alpha_{s3} = -k_{2a} s \quad (27)$$

式中, k_{2a} 为正的常数反馈增益。

将式(14), (23), (31)代入式(22), 可得

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \dot{z}_3 - k_{2s} \dot{z}_2 + \alpha_{s3} + \tilde{\theta}^T \phi_{1d} + h(t) - \mu^2 \xi_2 - \tilde{F} + \\ &\left[c_1^3 - (\theta_1 + 2c_1)c_1^2 + (\theta_1 - c_2)c_1 \right] z_1 + \\ &\left[\theta_1(c_1 + c_2) + c_1 - (c_1^2 + c_2^2 + c_1 c_2) \right] z_2 + \\ &(c_1 + c_2 - \theta_1)s \end{aligned} \quad (28)$$

其中, $\phi_{1d} = [\ddot{y}_d, \dot{C}_f(\dot{y}_d), 0, 0, 0, 0]^T$ 。

步骤 2 合成系统的实际控制律 u 。将式(6)的第 3 式和式(20)代入式(28), 可得

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \theta_3 M(u, x_3)u - \theta_4 x_2 - \theta_5 x_3 + \theta_6 + \tilde{q}(t) - \dot{\alpha} - k_{2s} \dot{z}_2 + \\ &\alpha_{s3} + \tilde{\theta}^T \phi_{1d} + h(t) - \mu^2 \xi_2 - \tilde{F} + [c_1^3 - (\theta_1 + 2c_1)c_1^2 + \\ &(\theta_1 - c_2)c_1] z_1 + [\theta_1(c_1 + c_2) + c_1 - \\ &(c_1^2 + c_2^2 + c_1 c_2)] z_2 + (c_1 + c_2 - \theta_1)s \end{aligned} \quad (29)$$

在上述的控制器设计中, x_2 被 $\dot{y}_d$ 代替参与了控制器的补偿设计。为了降低测量噪声的干扰, 构造实际控制律 u 还需要知道 x_3 的期望值信息, 从式(6)的第 2 式可知, x_3 可被表达为

$$x_3 = \dot{x}_2 + \theta_1 x_2 + \theta_2 C_f(x_2) - d(t) \quad (30)$$

若 $\tilde{x}_e = 0$, 那么, x_3 的期望值 y_{3d} 可表示为

$$y_{3d} = \ddot{y}_d + \widehat{\theta}_1 \dot{y}_d + \widehat{\theta}_2 C_f(\dot{y}_d) - \widehat{x}_e \quad (31)$$

考虑到式(23), x_3 可表达为

$$x_3 = \alpha_a + \alpha_{s1} + \alpha_{s2} + z_3 = y_{3d} + \alpha_{s1} + \alpha_{s2} + z_3 \quad (32)$$

式(29)可写为

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \theta_3 M(u_a, y_{3d})u - \theta_4 (\dot{y}_d + \dot{z}_1) - \theta_5 (y_{3d} + \alpha_{s1} + z_3) + \\ &\theta_6 + \tilde{q}(t) + \tilde{M}u - \dot{\alpha} - k_{2s} \dot{z}_2 + \alpha_{s3} + \tilde{\theta}^T \phi_{1d} + h(t) - \\ &\mu^2 \xi_2 - \tilde{F} + [c_1^3 - (\theta_1 + 2c_1)c_1^2 + (\theta_1 - c_2)c_1] z_1 + \\ &[\theta_1(c_1 + c_2) + c_1 - (c_1^2 + c_2^2 + c_1 c_2)] z_2 + \\ &(c_1 + c_2 - \theta_1)s \end{aligned} \quad (33)$$

其中,

$$\begin{aligned} \tilde{M} &\triangleq \theta_3 [M(u, x_3) - M(u_a, y_{3d})] \\ \tilde{G} &\triangleq \theta_3 [G(u, x_3) - G(u_a, y_{3d})] \end{aligned}$$

而 u_a 是将要合成的实际控制律 u 中的基于模型的自适应补偿控制律。

类似于先前的虚拟控制律 α 的设计, 最终的实

际控制律 u 设计为

$$\begin{aligned} u &= u_a + u_s \\ u_a &= \frac{1}{\theta_3 M(u_a, y_{3d})} (\widehat{\theta}_4 \dot{y}_d + \widehat{\theta}_5 x_{3d} - \widehat{\theta}_6 + \dot{\alpha}) \\ u_s &= \frac{1}{\theta_{3\min} M(u_a, y_{3d})} (u_{s1} + u_{s2}) \end{aligned} \quad (34)$$

式中: u_a 为基于模型的自适应补偿控制律; u_{s1} 用于稳定系统标称模型; u_{s2} 用于控制系统的模型不确定性和平衡系统的参数不确定性。

$$u_{s1} = -k_{3s} z_3 \quad (35)$$

式中, k_{3s} 是一个正常数增益反馈。

u_{s2} 可以是满足

$$(s + z_3) \left[\frac{\theta_3}{\theta_{3\min}} u_{s2} + \tilde{\theta}^T \phi_{2d} + \tilde{q}(t) \right] \leq \varepsilon_2 \quad (36)$$

条件的任意函数。

$$\frac{\theta_3}{\theta_{3\min}} (s + z_3) u_{s2} \leq 0 \quad (37)$$

其中, ε_2 为一个任意小的常数。因此, u_{s2} 可以被设计为

$$u_{s2} = -k_{3a} (s + z_3) \quad (38)$$

其中, k_{3a} 为正的常数反馈增益。

将式(34)和式(35)代入式(33), 可得

$$\Lambda = \begin{bmatrix} c_1 - \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}(1 - c_1) & -\frac{1}{2}c_1\theta_4 & -\frac{1}{2}\sigma_1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}(1 - c_1) & c_2 - \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}(\theta_5 k_{2s} - \theta_4) & -\frac{1}{2}\sigma_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}c_1\theta_4 & -\frac{1}{2}(\theta_5 k_{2s} - \theta_4) & c_3 & -\frac{1}{2}\sigma_3 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}\sigma_1 & -\frac{1}{2}\sigma_2 & -\frac{1}{2}\sigma_3 & c_4 & 0 & \frac{1}{2}\mu^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}\mu^2 & 0 & \kappa \end{bmatrix} \quad (44)$$

其中,

$$c_3 = \frac{\theta_3}{\theta_{3\min}} k_{3s} + \theta_5 - \omega_5 |u|_{\max}$$

$$c_4 = k_{2s} + \omega_3 - (c_1 + c_2 - \theta_1) - \omega_4 |u|_{\max} - \frac{1}{2}$$

$$\sigma_1 = c_1^3 - (\theta_1 + 2c_1)c_1^2 + (\theta_1 + \theta_4 - c_2 + 1)c_1 - \omega_1$$

$$\sigma_2 = (1 + \theta_1)(c_1 + c_2) - (c_1^2 + c_2^2 + c_1 c_2) + \theta_5 k_{2s} - \theta_4 - \omega_2 + 1$$

$$\sigma_3 = -\frac{\theta_3}{\theta_{3\min}} k_{3s} - \theta_5 + (\omega_4 + \omega_5) |u|_{\max}$$

$$\kappa = \frac{1}{2} \left\{ \mu - [(c_1 \theta_1 - \omega_1)^2 + (\theta_1 + \omega_2)^2 + \omega_3^2] \|\mathbf{PB}\|^2 - 2 \right\}$$

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \frac{\theta_3}{\theta_{3\min}} (-k_{3s} z_3 + u_{s2}) - \theta_4 (z_2 - c_1 z_1) - \\ &\theta_5 (-k_{2s} z_2 + z_3) + \tilde{q}(t) + \tilde{M}u + \tilde{\theta}^T \phi_{2d} - k_{2s} \dot{z}_2 + \\ &\alpha_{s3} + \tilde{\theta}^T \phi_{1d} + h(t) - \mu^2 \xi_2 - \tilde{F} + \\ &\left[c_1^3 - (\theta_1 + 2c_1)c_1^2 + (\theta_1 - c_2)c_1 \right] z_1 + \\ &\left[\theta_1 (c_1 + c_2) + c_1 - (c_1^2 + c_2^2 + c_1 c_2) \right] z_2 + \\ &(c_1 + c_2 - \theta_1) s \end{aligned} \quad (39)$$

其中, $\phi_{2d} = [0, 0, -M(u_a, y_{3d})u_a, \dot{y}_d, y_{3d}, -1]^T$ 。此外, 还可以得到 z_3 的表达式为

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 &= \frac{\theta_3}{\theta_{3\min}} (-k_{3s} z_3 + u_{s2}) - \theta_4 (z_2 - c_1 z_1) - \\ &\theta_5 (-k_{2s} z_2 + z_3) + \tilde{q}(t) + \tilde{M}u + \tilde{\theta}^T \phi_{2d} \end{aligned} \quad (40)$$

2.4 稳定性分析

对于 $\tilde{F}$, $\tilde{G}$, 其上界可以由以下不等式这样表示:

$$\tilde{F} \leq \omega_1 |z_1| + \omega_2 |z_2| + \omega_3 |s| \quad (41)$$

$$\tilde{M} \leq \omega_4 |s| + \omega_5 |z_3| \quad (42)$$

式中, $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5$ 均为正常数。

系统参数的估计值通过自适应律式(10)进行更新, 其中, τ 被设计为

$$\tau = -[\xi^T \mathbf{PB} \phi_{0d} + \phi_{1d} s + \phi_{2d} (s + z_3)] \quad (43)$$

当反馈增益 c_1, c_2, k_{2s}, k_{3s} 和 μ 足够大时, 以下的矩阵将正定:

$$\Delta = \frac{1}{2} \|\mathbf{PB}\|^2 \|\theta_M\|^2 \|\phi_{0d}\|_{\max}^2 + \frac{\delta_2^2}{2\mu^2} \|\mathbf{PC}\|^2 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (45)$$

由上可知, 提出的控制律就能够保证控制器的收敛性和系统的稳定性。

证明 当 $h(t) = 0$ 且 $\tilde{q}(t) = 0$ 时, 定义 Lyapunov 函数 V_A 。

$$V_A = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} z_3^2 + \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2} \xi^T \mathbf{P} \xi + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (46)$$

结合式(15), (19), (21), (39), (40), 并对式(46)求导后同时引入式(12), (26), (37), (41)~(43), 整理可得

$$\dot{V}_A \leqslant \left\{ \begin{array}{l} -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \left(-\frac{\theta_3}{\theta_{3\min}} k_{3s} - \theta_5 + \omega_5 |u|_{\max} \right) z_3^2 + [\omega_4 |u|_{\max} - k_{2s} - \omega_3 + (c_1 + c_2 - \theta_1)] s^2 + \\ (1 - c_1) |z_1| |z_2| + c_1 \theta_4 |z_1| |z_3| + \left[c_1^3 - (\theta_1 + 2c_1) c_1^2 + (\theta_1 + \theta_4 - c_2 + 1) c_1 - \omega_1 \right] |z_1| |s| + \\ (\theta_5 k_{2s} - \theta_4) |z_2| |z_3| + \left[(1 + \theta_1) (c_1 + c_2) - (c_1^2 + c_2^2 + c_1 c_2) + \theta_5 k_{2s} - \theta_4 - \omega_2 + 1 \right] |z_2| |s| + \\ \left[-\frac{\theta_3}{\theta_{3\min}} k_{3s} - \theta_5 + (\omega_4 + \omega_5) |u|_{\max} \right] |z_3| |s| - \mu^2 |\xi_2| |s| - \frac{1}{2} \mu \|\xi\|^2 + \\ (c_1 \theta_1 - \omega_1) \|PB\| \|\xi\| |z_1| + (\theta_1 + \omega_2) \|PB\| \|\xi\| |z_2| + \omega_3 \|PB\| \|\xi\| |s| \end{array} \right\} \quad (47)$$

由 Young's 不等式, 可得:

$$\dot{V}_A \leqslant -\boldsymbol{e}^T \boldsymbol{A} \boldsymbol{e} - \|\xi\|^2 \leqslant -\boldsymbol{e}^T \boldsymbol{A} \boldsymbol{e} \quad (49)$$

其中, $\boldsymbol{e} = [z_1, z_2, z_3, s, \xi_1, \xi_2]^T$ 。则所有信号均闭环有界, 控制器是渐近稳定的, 即 $t \rightarrow \infty$ 时, $z_1 \rightarrow 0$ 。

当 $h(t) \neq 0$ 且 $\tilde{q}(t) \neq 0$ 时, 定义函数 V_B 。

$$(c_1 \theta_1 - \omega_1) \|PB\| \|\xi\| |z_1| \leqslant \frac{1}{2} (c_1 \theta_1 - \omega_1)^2 \|PB\|^2 \|\xi\|^2 + \frac{1}{2} z_1^2$$
$$(\theta_1 + \omega_2) \|PB\| \|\xi\| |z_2| \leqslant \frac{1}{2} (\theta_1 + \omega_2)^2 \|PB\|^2 \|\xi\|^2 + \frac{1}{2} z_2^2$$
$$\omega_3 \|PB\| \|\xi\| |s| \leqslant \frac{1}{2} \omega_3^2 \|PB\|^2 \|\xi\|^2 + \frac{1}{2} s^2 \quad (48)$$

$$V_B = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} z_3^2 + \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2} \xi^T P \xi \quad (50)$$

将式 (44), (45) 和 (49) 代入式 (48), 可得

对 V_B 求导后考虑式 (25) 和式 (36), 可得

$$\dot{V}_B \leqslant \left\{ \begin{array}{l} -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \left(-\frac{\theta_3}{\theta_{3\min}} k_{3s} - \theta_5 + \omega_5 |u|_{\max} \right) z_3^2 + [\omega_4 |u|_{\max} - k_{2s} - \omega_3 + (c_1 + c_2 - \theta_1)] s^2 + \\ (1 - c_1) |z_1| |z_2| + c_1 \theta_4 |z_1| |z_3| + \left[c_1^3 - (\theta_1 + 2c_1) c_1^2 + (\theta_1 + \theta_4 - c_2 + 1) c_1 - \omega_1 \right] |z_1| |s| + \\ (\theta_5 k_{2s} - \theta_4) |z_2| |z_3| + \left[(1 + \theta_1) (c_1 + c_2) - (c_1^2 + c_2^2 + c_1 c_2) + \theta_5 k_{2s} - \theta_4 - \omega_2 + 1 \right] |z_2| |s| + \\ \left[-\frac{\theta_3}{\theta_{3\min}} k_{3s} - \theta_5 + (\omega_4 + \omega_5) |u|_{\max} \right] |z_3| |s| - \mu^2 |\xi_2| |s| - \frac{1}{2} \mu \|\xi\|^2 + (c_1 \theta_1 - \omega_1) \|PB\| \|\xi\| |z_1| + \\ (\theta_1 + \omega_2) \|PB\| \|\xi\| |z_2| + \omega_3 \|PB\| \|\xi\| |s| + \|PB\| \|\xi\| \|\theta_M\| \|\phi_{0d}\|_{\max} + \frac{\delta_2}{\mu} \|PC\| \|\xi\| + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \end{array} \right\} \quad (51)$$

其中, $\theta_M = \theta_{\max} - \theta_{\min}$, 由 Young's 不等式可得

$$\|PB\| \|\xi\| \|\theta_M\| \|\phi_{0d}\|_{\max} \leqslant \frac{1}{2} \|\xi\|^2 + \frac{1}{2} \|PB\|^2 \|\theta_M\|^2 \|\phi_{0d}\|_{\max}^2$$
$$\frac{\delta_2}{\mu} \|PC\| \|\xi\| \leqslant \frac{1}{2} \|\xi\|^2 + \frac{\delta_2^2}{2\mu^2} \|PC\|^2 \quad (52)$$

根据式 (45), 式 (53) 可转换为

$$\dot{V}_B \leqslant -\boldsymbol{e}^T \boldsymbol{A} \boldsymbol{e} + \Delta \leqslant -\lambda_{\min}(\boldsymbol{A}) (\|\boldsymbol{z}\|^2 + \|\boldsymbol{s}\|^2 + \|\xi\|^2) + \Delta \leqslant -\lambda V_B + \Delta \quad (53)$$

从而得到

$$V_B(t) \leqslant V_B(0) e^{-\lambda t} + \frac{\Delta}{\lambda} [1 - e^{-\lambda t}] \quad (54)$$

其中, $\lambda = 2\lambda_{\min}(\boldsymbol{A})$, $\lambda_{\min}(\boldsymbol{A})$ 表示正定矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的最小特征值。由上可知, 所提出的控制器不仅可以确保所有信号均为闭环有界, 且呈指数级收敛, 其收敛速度和最终跟踪误差取决于 λ 。

3 仿真分析

在 MATLAB/Simulink 中搭建系统仿真模型并对提出的控制策略进行仿真分析^[16], 仿真步长设置为 0.001 s, 电液负载模拟器的仿真参数如表 1 所示。

此外, 非线性摩擦函数选择为

$$S_f(x_2) = 2\arctan(900x_2)/\pi, A_f = 450$$

为了验证所提出的控制器的控制效果, 选择 3 种性能指标, 即最大跟踪误差 M_e 、平均跟踪误差 μ_e , 跟踪误差的标准偏差 σ_e 来量化各种控制策略的控制性能^[17]。同时, 选择本文提出的控制器与 PI 控制器和 DCAC 控制器进行对比。

a. ARC-ESO。这是本文提出的具有扩展观测器的自适应鲁棒控制器, 控制参数为: $c_1 = 400$, $c_2 = 200$, $k_{2s} = 400$, $k_{3s} = 200$, $k_{2a} = 1$, $k_{3a} = 0.5$, $\mu = 1\,000$ 。

表 1 系统仿真参数

Tab.1 Parameters of system simulation

参数	物理意义	标称值
m/kg	负载的质量	30
A/m^2	液压缸的有效作用面积	9.05×10^{-4}
V_t/m^3	液压缸两腔容积	7.96×10^{-4}
P_s/MPa	供油压力	10
$B/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$	黏性阻尼系数	2 400
$k_t(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{Pa}^{1/2})$	控制输入电压的总流量增益	2×10^{-8}
β_e/Pa	液压油的有效体积模量	1×10^9
$C_t/\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$	液压缸内泄露系数	2×10^{-13}
$Q(t)/(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	未建模的流量误差	6×10^{-6}
$k/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	力传感器的弹簧刚度系数	1×10^5

$\widehat{\theta}(0)=[100,20,18,1.4\times10^6,5,0]^T$, $\theta_{\min}=[50,0,1.8,1.37\times10^5,0,-1\,000]^T$, $\theta_{\max}=[250,25,540,4.1\times10^7,1\,000,1\,000]^T$ 。参数自适应率矩阵 $\Gamma=\text{diag}\{20,1\times10^{-6},5\times10^{-3},50,0.75,10\}$ 。

b. PI 控制器。通过试错法调整的控制器增益为 $K_P=5\,800$, $K_I=2\,000$ 。

c. DCAC。具有期望轨迹补偿的自适应控制器^[14], 其结构为

$$\begin{aligned} u &= u_a + u_s \\ u_a &= \frac{1}{\widehat{\theta}_3 M(u_a, y_{3d})} (\widehat{\theta}_4 \dot{y}_d + \widehat{\theta}_5 y_{3d} - \widehat{\theta}_6 + \dot{\varphi}_2) \\ u_s &= -\frac{1}{\widehat{\theta}_3 \min M(u_a, y_{3d})} k_{3s} z_3 \\ \dot{\varphi}_2 &= \widehat{\theta}_1 \dot{y}_d + \widehat{\theta}_2 S_f(\dot{y}_d) + \dot{y}_d - \widehat{\theta}_7 - k_{2s} z_2 \end{aligned} \quad (55)$$

其中, $\widehat{\theta}_7$ 为 $d(t)$ 的估计值。参数自适应函数

$$\tau = -(\phi_{3d} z_2 + \phi_2 z_3)$$

$$\phi_1 = [\dot{y}_d, C_f(\dot{y}_d), 0, 0, 0, 0, -1]^T$$

$$\phi_2 = [0, 0, -M(u_a, y_{3d}) u_a, \dot{y}_d, y_{3d}, -1, 0]^T \quad (56)$$

其中, y_{3d} 为 x_3 的期望值。参数估计初始值和其界限以及自适应率矩阵为

$$\begin{aligned} \widehat{\theta}(0) &= [100, 20, 18, 1.4 \times 10^6, 5, 0, 10]^T \\ \theta_{\min} &= [50, 0, 1.8, 1.37 \times 10^5, 0, -1\,000, -50]^T \\ \theta_{\max} &= [250, 25, 540, 4.1 \times 10^7, 1\,000, 1\,000, 50]^T \\ \Gamma &= \text{diag}\{20, 1 \times 10^{-6}, 5 \times 10^{-3}, 50, 0.75, 10, 10\} \end{aligned} \quad (57)$$

其余控制参数与 ARC-ESO 相同。

仿真实验分为以下两种工况: a. 舵机系统未加载时各控制策略的控制效果对比; b. 舵机系统加载时各控制策略的控制效果对比。仿真测试中, 参考力轨迹设定为 $F_d(t) = 4000 \arctan(\sin \pi t) [1 - \exp(-t)] N$ 。同时, 系统位置、速度、压力信号均添加了幅值为 1×10^{-5} 的随机噪声信号^[18], 以模拟测量噪声。

工况 1 舵机系统未加载时, 外部扰动设定为 $d(t, y, \dot{y}) = 0$, 3 种控制器各自的跟踪误差如图 2 所示, 除根据系统实际跟踪轨迹和期望目标轨迹之间的实时偏差值评估控制算法性能外, 本文还采用了其他 3 个性能指标量化估计每种控制算法的性能, 即误差最大值 M_e , 误差平均值 μ_e , 误差标准偏差 σ_e 。

a. 误差最大值定义为

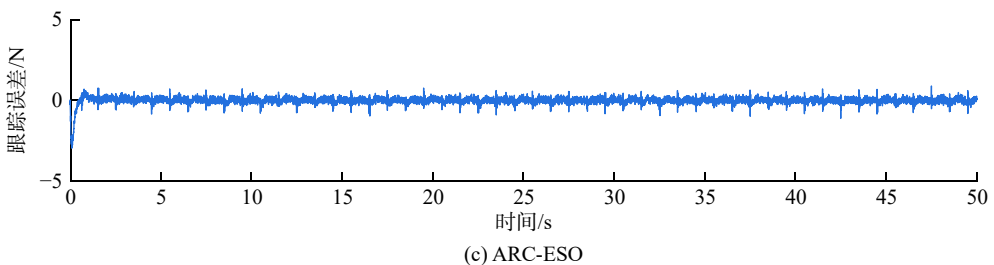
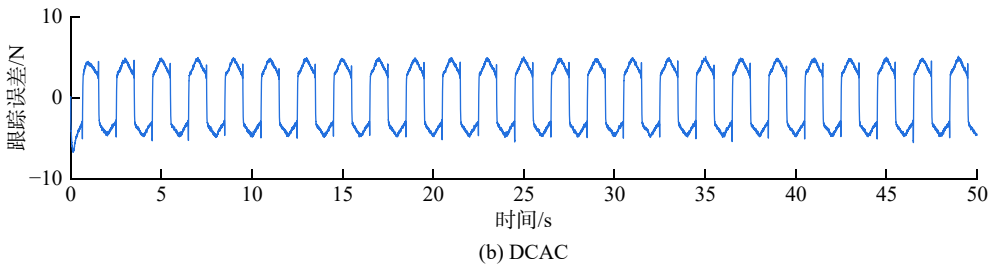
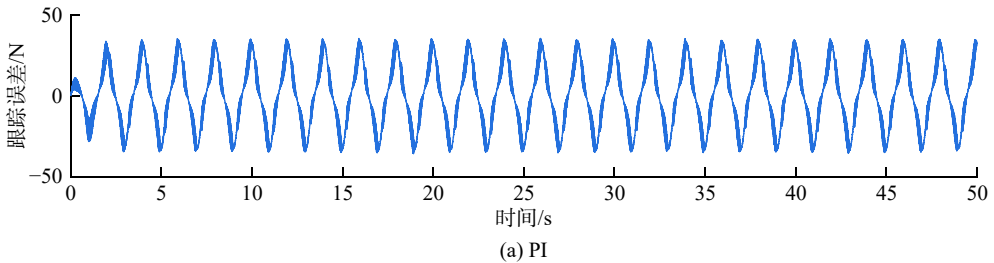


图 2 3 种控制器的跟踪误差 (工况 1)

Fig.2 Tracking error of three controllers (condition 1)

$$M_e = \max \{|z_1(i)|\} \tag{58}$$

其中， $i = 1, 2, \cdots, n$ ， n 为所记录的误差数据的数量。

b. 误差平均值定义为

$$\mu_e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |z_1(i)| \tag{59}$$

c. 误差标准偏差定义为

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [|z_1(i) - \mu_e|]^2} \tag{60}$$

跟踪性能指标如表 2 所示。

表 2 跟踪性能指标(工况 1)
Tab.2 Tracking performance metrics (condition 1)

控制器	M_e	μ_e	σ_e
PI	35.726 5	16.008 0	10.663 6
DCAC	6.727 0	3.810 8	0.710 4
ARC-ESO	2.950 2	0.120 7	0.170 4

仿真结果表明，在此工况下，PI 控制器作用下系统的跟踪效果最差，其最大误差达到了 35 N。相比之下，由于具有基于期望模型补偿的前馈控

制律，在 DCAC 控制器作用下，系统最大稳态误差为 5 N 左右。由于引入的辅助误差变量和自适应干扰观测器，本文所提出的 ARC-ESO 控制器具有最佳的跟踪性能，其最大跟踪误差不超过 3 N，而最大稳态误差不超过 1 N，与其他 2 种控制器相比，各项性能指标都有较大幅度的提升。

工况 2 舵机系统加载时外部扰动设定为 $d(t,y,\dot{y}) = 600[1 - \exp(-0.1t^3)]\sin(-\pi t)$ 。3 种控制器各自的跟踪误差如图 3 所示，跟踪性能指标如表 3 所示。

仿真结果表明，当系统中加入外负载扰动后，与工况 1 相比，PI 控制器受外负载扰动的影响较小，但 PI 控制器的跟踪精度仍然是最低的。而 DCAC 控制器的控制性能劣化得较为严重，系统最大稳态误差达到了 16 N，各项性能指标都具有大幅度的衰减，尽管 DCAC 将外负载干扰作为了系统参数进行自适应估计，但自适应效果十分有限。而 ARC-ESO 依然获得了最佳的控制性能，与工况 1 相比，在其作用下的系统跟踪精度衰减非常微小，表明本文所提出的控制策略具有良好的抗干扰能力。

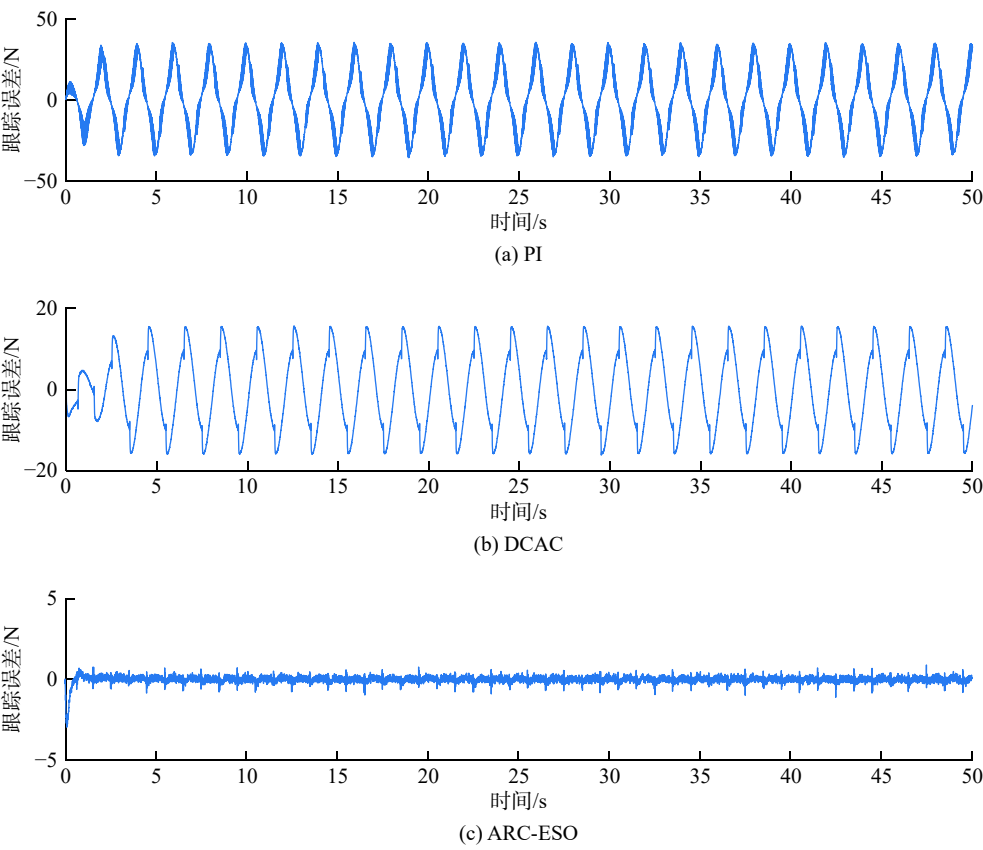


图 3 3 种控制器的跟踪误差 (工况 2)

Fig.3 Tracking error of three controllers (condition 2)

表 3 跟踪性能指标 (工况 2)

Tab.3 Tracking performance metrics (condition 2)

控制器	M_e	μ_e	σ_e
PI	36.523 0	16.043 6	10.684 2
DCAC	16.131 9	8.263 5	4.585 8
ARC-ESO	2.950 2	0.121 6	0.170 7

4 结 论

针对电液负载模拟器中传感器测量噪声和未知的外界干扰引起的跟踪精度不高的问题, 提出了一种高精度的自适应鲁棒控制策略。在考虑存在非线性特性和各种建模不确定性的情况下建立了电液负载模拟器的数学模型; 通过构造扩展观测器在线估计外部干扰并进行补偿, 利用系统各状态变量的期望信号代替实际状态信号, 并集成到参数自适应模型补偿器中, 以减少测量噪声对控制器和观测器的影响。同时通过引入一个虚拟的误差变量来改进控制器结构, 以提高跟踪精度。该控制器已通过 Lyapunov 方法证明了其闭环稳定性, 并利用 MATLAB/Simulink 进行了仿真分析。结果表明, 与 PI 和 DCAC 控制器相比, 在不存在外部扰动的前提下, 所提出的控制器能够达到更高的跟踪精度, 而在存在外部扰动的情况下, 所提出的控制器不仅保持了良好的跟踪性能, 同时具有较强的鲁棒性。

参考文献:

[1] YAO B, BU F P, REEDY J, et al. Adaptive robust motion control of single-rod hydraulic actuators: theory and experiments[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2000, 5(1): 79–91.

[2] 沈伟, 刘帅, 武毅. 基于网络的液压马达伺服位置系统自适应鲁棒积分控制 [J]. *上海理工大学学报*, 2021, 43(4): 325–331.

[3] DANES L, VACCA A. A frequency domain-based study for fluid-borne noise reduction in hydraulic system with simple passive elements[J]. *International Journal of Hydromechatronics*, 2021, 4(3): 203–229.

[4] SHANG Y X, YUAN H, JIAO Z X, et al. Matching design of hydraulic load simulator with aircraft actuator[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2013, 26(2): 470–480.

[5] 麦云飞, 童骏民. 基于分数阶控制的液压加载系统设计与仿真 [J]. *上海理工大学学报*, 2015, 37(6): 589–593.

[6] SHEN W, WANG J H. An integral terminal sliding mode control scheme for speed control system using a double-

variable hydraulic transformer[J]. *ISA Transactions*, 2019, doi: 10.1016/j.isatra.2019.08.068.

[7] ABADI A S S, HOSSEINABADI P A, MEKHILEF S. Fuzzy adaptive fixed-time sliding mode control with state observer for a class of high-order mismatched uncertain systems[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2020, 18(10): 2492–2508.

[8] YAO J Y, JIAO Z X, MA D W, et al. High-accuracy tracking control of hydraulic rotary actuators with modeling uncertainties[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2014, 19(2): 633–641.

[9] YAO J Y, JIAO Z X, MA D W. Adaptive robust control of DC motors with extended state observer[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(7): 3630–3637.

[10] YAO J Y, DENG W X. Active disturbance rejection adaptive control of hydraulic servo systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(10): 8023–8032.

[11] SADEGH N, HOROWITZ R. Stability and robustness analysis of a class of adaptive controllers for robotic manipulators[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 1990, 9(3): 74–92.

[12] LUL, CHEN Z, YAO B, et al. Desired compensation adaptive robust control of a linear-motor-driven precision industrial gantry with improved cogging force compensation[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2008, 13(6): 617–624.

[13] CHEN Z, YAO B, WANG Q F. Adaptive robust precision motion control of linear motors with integrated compensation of nonlinearities and bearing flexible modes[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2013, 9(2): 965–973.

[14] YAO J Y, DENG W X, SUN W C. Precision motion control for electro-hydraulic servo systems with noise alleviation: a desired compensation adaptive approach[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2017, 22(4): 1859–1868.

[15] YAO B, TOMIZUKA M. Adaptive robust control of SISO nonlinear systems in a semi-strict feedback form[J]. *Automatica*, 1997, 33(5): 893–900.

[16] 高平, 王辉, 余岳, 等. 基于 Matlab/Simulink 的风力机性能仿真研究 [J]. *能源研究与信息*, 2006, 22(2): 79–84.

[17] YAO J Y, JIAO Z X, MA D W. RISE-based precision motion control of DC motors with continuous friction compensation[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(12): 7067–7075.

[18] 刘雷, 姚建勇, 马大为, 等. 基于低频学习的电液位置伺服系统鲁棒自适应控制 [J]. *兵工学报*, 2019, 40(4): 737–743.