

基于需求侧管理实时电价优化方法综述

高 岩

(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

摘要: 为改善电力市场供需状况, 实现削峰填谷目标, 基于需求侧管理的实时定价研究不断深入。鉴于此, 对其主要优化方法和最新进展进行综述。首先, 总结了实时定价的社会福利最大化模型, 明确模型以追求全体用户的效用之和与电能成本之差, 即以社会总福利最大化为目标。随后, 归纳了求解社会福利最大化模型的几种方法, 包括对偶优化方法、交替方向乘子法 (ADMM)、KKT 系统的非光滑方程组方法, 这些方法不仅可以求解优化模型的决策变量 (作为用电量), 同时还可以求解其拉格朗日乘子, 即影子价格 (作为电力价格)。接着, 介绍实时定价的双层优化模型, 在此模型中供电方为领导者, 电力用户为追随者, 分析了模型基本性质及求解方法。最后, 提出了实时电价优化方法近期几个值得关注的研究问题。

关键词: 需求侧管理; 实时定价; 社会福利最大化; 优化; 智能电网

中图分类号: TM 73 **文献标志码:** A

A review on real-time electricity price optimization methods based on demand side management

GAO Yan

(Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: In order to improve the supply and demand of power market and realize the purpose of peak shaving and valley filling, the research on real-time pricing based on demand side management is deepening. In view of this, the main optimization methods and the latest progress were reviewed. Firstly, the social welfare maximization models, which aim to maximize the sum of utilities of all customers minus the power cost, in other words, to maximize the total social welfare, were summarized. Then, the methods of solving social welfare maximization models were discussed, which included the dual optimization methods, the alternating direction multiplier methods and the nonsmooth equations methods for KKT system. These methods were used for solving both the decision variables, which were electricity consumptions, and the Lagrange multiplier, which was the shadow price (as electricity price) of the optimization model. Next, the bi-level optimization model for the real-time pricing was introduced, where the power supplier was the leader and the power users were the followers. The basic properties and solution methods of this model were analyzed. Finally, several recent research problems

收稿日期: 2022-03-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (72071303)

第一作者: 高 岩 (1962-), 男, 教授. 研究方向: 电力系统需求侧管理与定价机制、系统工程、非光滑优化.

E-mail: gaoyan@usst.edu.cn

of the optimization method for the real-time electricity pricing were discussed.

Keywords: demand side management; real-time pricing; social welfare maximization; optimization; smart grid

电力成本主要取决于耗电的尖峰时段, 解决这一问题的关键措施是削峰填谷。然而, 仅依靠供给侧管理无法实现这一目标, 通过有效的需求侧管理, 不仅可以实现削峰填谷, 达到供需平衡, 同时能促进节能减排、提高社会效益^[1-4]。需求侧管理是指通过采取有效的激励措施, 引导电力用户改变用电方式, 提高终端用电效率, 优化资源配置, 实现最小成本电力服务所进行的用电管理活动。需求响应是需求侧管理的解决方案之一, 需求响应的核心是价格响应, 通过建立有效的价格机制, 鼓励电力用户合理安排用电时间, 将负荷从高峰期转移至低谷期^[1-4]。现有的定价机制主要包括: 固定电价 (flat price)、分时电价 (time of use price)、尖峰电价 (critical peak price) 和实时电价 (real-time price)。

电能的瞬时性及相对较高的存储成本, 要求电力的供给量应依据即时的电力需求来确定, 虽然分时电价和尖峰电价较固定电价具有一定优势, 但仍然无法完全反映电力的瞬时需求, 因此需要更具有实时特征的价格机制。实时电价是电力使用过程中某一瞬间发生的费用, 非预先确定, 而是在每个时段实时调整。通常在需求上升时电价调高, 在需求下降时电价调低, 激励用户在高峰时段减少用电量, 在低谷时段适当增加用电量, 达到削峰填谷目的^[5-6]。文献[7]利用智能电表数据, 将实时电价分别与固定电价和分时电价进行比较, 数据分析结果显示实时电价在实现供需平衡和削峰填谷方面显著优于固定电价和分时电价。实时电价被广泛认为是最有效且经济的定价机制之一, 是未来智能电网环境下最理想的定价机制之一。随着智能电网和能源互联网的建设发展, 特别是智能电表和智能用电设备逐渐普及, 实施实时电价机制将得到有效的硬件支撑^[1-4]。在智能电网环境下, 通过智能电表的双向通讯, 用户接收供电方发布的实时电价信息、电力消耗控制器 (ECS) 自动控制智能电器 (包括智能空调、智能冰箱、智能热水器、智能电动车等) 的使用, 执行预先安排的负载方案, 并将用电需求信息发

送给供电方。

1 经济概念和系统概况

1.1 效用函数

在微观经济学中, 效用指消费者通过消费或享用某种既定产品而获得的心理满足感。通常用函数定量刻画消费者所获得的效用和消费产品之间的定量关系, 称为效用函数。效用函数 $U(x)$ 通常满足如下两个基本假设^[8]:

- 非递减性, 即 $\frac{dU(x)}{dx} \geq 0$, 并且 $U(0) = 0$;
- 边际效用递减, 即 $\frac{d^2U(x)}{dx^2} \leq 0$, 效用函数是凹函数。

一般来讲, 消费数量越多, 得到的满足度越高, 获得的效用越大。但是, 也存在这种情况: 当消费量达到一定程度后, 多余的消费不再增加消费者的满足度, 这时候多余的消费数量没有产生效用价值, 从而消费者的效用不再增加, 即效用饱和。

现有电力系统资源配置和定价模型中, 效用函数主要采用如下形式的分段二次函数^[9-10]:

$$U(x, \omega) = \begin{cases} \omega x - \frac{\alpha}{2} x^2, & 0 \leq x < \frac{\omega}{\alpha} \\ \frac{\omega^2}{2\alpha}, & x \geq \frac{\omega}{\alpha} \end{cases} \quad (1)$$

式中: x 代表用户的用电量; α 和 ω 为非负常数, ω 称为用电弹性系数。

下述对数效用函数也被经常使用:

$$U(x, \omega) = \begin{cases} \omega \ln x + d, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中, ω, d 为常数^[11]。

1.2 系统概况

基于需求侧管理的实时定价研究中, 为讨论方便, 模型构建通常对供给侧进行简化, 考虑一个供电系统提供用电。同时, 假设有 N 个电力用户, 每个用户都配有智能电表, 智能电表能够收集用户的实时用电需求, 也能够收到供电方实时制定的电力价格。

每个用电周期(一般为 24 h)分为 K 个时段, 每个时段可选取 1 h 或 30 min。 x_i^k 表示用户 i 在时段 k 的用电量, L_k 表示电力系统在时段 k 的生产能力, $C_k(L_k)$ 表示在时段 k 生产电量 L_k 的成本, $U_i(x_i^k, \omega_i^k)$ 为用户 i 在时段 k 消费 x_i^k 电量产生的效用, $L_k^{\min}$ 表示供电系统在时段 k 的最小供电量, $L_k^{\max}$ 表示供电系统在时段 k 的最大供电量。最小供电量 $L_k^{\min}$ 的含义是无论用户使用多少电量, 供电系统供电量都不小于 $L_k^{\min}$ 。

火力发电依然是现阶段电力生产的主要方式, 在不考虑其他电能生产情况下, 根据发电机组的物理特征, 电力成本函数普遍采用单调增加的二次凸函数, 即

$$C(L) = uL^2 + vL + w \quad (3)$$

式中: L 为电量; u, v, w 为给定的常数^[9-11]。

2 社会福利最大化方法

社会福利最大化方法兼顾供需双方的利益, 广泛应用于能源、环境、政府立项等公共产品的定价问题中, 早在 20 世纪 60 年代, 就被用于电力产品定价^[12]。本文介绍实时定价的社会福利最大化方法。

2.1 数学模型

文献 [9] 最先将社会福利最大化方法用于智能电网环境下的实时定价研究, 建立如下的社会福利最大化模型:

$$\begin{cases} \max_{L_k^{\min} \leq L_k \leq L_k^{\max}} & \sum_{k=1}^K \left(\sum_{i=1}^N U_i(x_i^k, \omega_i^k) - C_k(L_k) \right) \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^N x_i^k \leq L_k, \quad k = 1, 2, \dots, K \end{cases} \quad (4)$$

式中, x_i^k , L_k 为决策变量。

模型 (4) 中: $\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N U_i(x_i^k, \omega_i^k)$ 是社会总效用, $\sum_{k=1}^K C_k(L_k)$ 是总供电成本, 目标函数为总效用与总成本之差, 即社会总福利; 约束条件为全部用户用电量不超过供电能力。社会福利最大化模型 (4) 的经济含义是如何合理供电和用电使全社会福利达到最大。

如果对每个时段用电相互独立地进行考虑, 将问题 (4) 转化为对每个时段 k 求解以下优化问题:

$$\begin{cases} \max_{L_k^{\min} \leq L_k \leq L_k^{\max}} & \sum_{i=1}^N U_i(x_i^k, \omega_i^k) - C_k(L_k) \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^N x_i^k \leq L_k \end{cases} \quad (5)$$

模型 (5) 的含义是在时段 k 上追求社会福利最大。

社会福利最大化模型 (4) 和模型 (5) 都可以用来确定最优用电量、供电量和电力价格, 但其含义有所不同。应用模型 (4), 通常是在一个周期前设计出每一个时段的具体用电量和电价, 称为日前定价 (day ahead pricing) 模型; 应用模型 (5) 则是在每一个时段内, 实时确定该时段的具体用电量和电价, 因此更具有实时特征。目前, 依据上述两个社会福利最大化模型确定电力价格的模式都称为实时定价。

另外, 如果不考虑调节供电量, 即在每个时段上供电量是固定的, 这时对应的社会福利最大化模型如下:

$$\begin{cases} \max & \sum_{i=1}^N U_i(x_i^k, \omega_i^k) - C_k \left(\sum_{i=1}^N x_i^k \right) \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^N x_i^k \leq L_k \end{cases} \quad (6)$$

式中, x_i^k 为决策变量。在模型 (6) 中, 发电能力 L_k 为常数, 其本质上相当于模型 (5) 中的最大供电量。

社会福利最大化模型以电力消耗数量和生产数量作为决策变量, 以实现最优用电和供电。直接求解社会福利最大化模型只能确定最优用电量和供电量, 因此确定实时电价不仅要求解社会福利最大化模型, 还应得到相应的影子价格。影子价格描述经济系统处于最优状态时, 反映劳动消耗、资源稀缺程度和终端产品需求情况的价格, 它能使资源配置向优化方向发展, 因此影子价格是较交换价格更为合理的价格。从数学模型上来讲, 影子价格是约束优化问题的拉格朗日乘子^[9,13]。因此, 从定价目的出发, 还要计算社会福利最大化模型的拉格朗日乘子, 进而获得影子价格。

2.2 对偶方法

以下讨论模型 (5) 的求解方法。对偶方法是求解最优化问题的一个重要方法, 起源于线性规划, 而后发展为可以求解一般非线性规划问题。对偶方法不仅可以求解优化问题的决策变量, 同时还可以附带求解其对偶变量, 即拉格朗日乘

子。在求解模型(5)的过程中, $L_k^{\min} \leq L_k \leq L_k^{\max}$ 视为抽象约束(或称为辅助约束), 通过求解对偶问题计算约束条件 $\sum_{i=1}^N x_i^k \leq L_k$ 对应的拉格朗日乘子, 作为电量的影子价格。辅助约束在拉格朗日乘子计算过程中无需体现。

按通常的经济学假设要求, 以下考虑效用函数 $U_i(x_i^k, \omega_i^k)$, $i = 1, 2, \dots, N$ 为凹函数, 即用户的边际效用递减, 同时假设电力成本函数 $C_k(L_k)$ 为单调增加的凸函数(例如二次函数), 这时社会福利最大化模型目标函数是凹函数, 约束是线性函数, 因此是凸优化。根据对偶理论, 此时社会福利最大化模型等价其对偶优化, 于是可以利用对偶方法进行求解。

利用对偶方法求解优化问题(5), 基本思路是构造函数

$$L(x^k, L_k, \lambda^k) = \sum_{i=1}^N U_i(x_i^k, \omega_i^k) - C_k(L_k) - \lambda^k \left(\sum_{i=1}^N x_i^k - L_k \right) \quad (7)$$

其对偶优化为下面的极小极大问题

$$\min_{\lambda^k > 0} \max_{x^k, L_k} L(x^k, L_k, \lambda^k) \quad (8)$$

即求函数

$$H(\lambda^k) = \max_{x^k, L_k} L(x^k, L_k, \lambda^k)$$

式中, λ^k 为拉格朗日乘子。

关于 λ^k 的极小问题。将所构造的拉格朗日函数(7)分解为如下形式:

$$L(x^k, L_k, \lambda^k) = \sum_{i=1}^N (U_i(x_i^k, \omega_i^k) - \lambda^k x_i^k) + (\lambda^k L_k - C_k(L_k)) \quad (9)$$

拉格朗日函数决策变量为 x_i^k , L_k 。从式(9)表示的拉格朗日函数结构可以看出, 在其求极大的过程中, 第一项与第二项具有可分离性, 故计算对偶函数 $H(\lambda^k)$ 可分解为

$$H(\lambda^k) = \max_{x^k, L_k} L(x^k, L_k, \lambda^k) = \max_{x^k} \sum_{i=1}^N (U_i(x_i^k, \omega_i^k) - \lambda^k x_i^k) + \max_{L_k} [\lambda^k L_k - C_k(L_k)]$$

基于上述分离性, 在梯度投影算法迭代过程中, 将对偶问题

$$\max_{\lambda^k} H(\lambda^k) \quad (10)$$

分解为用户方和供电方两个子问题, 进行独立求解, 得到下一个迭代点。

以上说明社会福利最大化模型的对偶方法具有分布式性质。按文献[9]给出的求解问题(10)的迭代方法, 具体实现过程如下: 供电方先给出一个拟定电价, 每个用户依据拟定电价和自身的用电效用确定最佳用电量, 同时将其作为拟用电量传送给供电方; 供电方根据用户的拟用电量, 极大化自身的效益, 确定新的最佳电价和最佳生产电量, 同时将新的最佳电价作为拟定电价传送给用户。重复这个过程, 直到拟用电量和拟定电价不变或变化微小, 即得到用户和供电双方均可接受的电力价格和用户的最佳用电量。计算过程满足两方面特征。一是分布式: 每个用户根据自己的用电效用和供电方提供的拟定电价独立确定自己的最佳用电量; 每个用户不需要对外公布自己的用电效用, 这样既保护用户的个人隐私, 又避免集中处理所有用户信息的不可操作性。二是实时信息互换: 用户实时向供电方提供拟用电量, 供电方实时向用户提供拟定电价。

优化模型(4), (5), (6)是社会福利最大化基本模型, 后续的研究工作主要集中在对模型(4), (5), (6)的改进和推广。推广工作在求解方法和模型改进两方面进行, 有些工作将求解方法与模型的改进、完善同步进行, 各项研究工作侧重点不同。一些工作侧重于求解方法, 另外一些工作侧重于模型的合理化构建。

在算法研究方面, 考虑到对偶函数的非光滑性, 文献[14]给出一种结合 Vickrey-Clarke-Groves 机制的对偶方法, 提高了计算效率。对偶问题的目标函数是非光滑函数, 为克服非光滑性, 文献[15]将对偶次梯度方法进行两次光滑化, 并在不同的迭代步选取不同的步长, 提出了快速对偶梯度方法。文献[16]提出了一种实时交互式方法, 以加权线性、对数、指数和双曲函数作为效用函数, 同时求得用户和供电方的效用。许多学者对以非二次函数和对数函数作为效用函数的对偶方法进行了系统研究, 例如选取分片线性函数^[17]和 Logistic 函数^[18]作为效用函数, 得到了较好的数值效果。

现实的电力系统运行呈现多种复杂形态, 基本社会福利最大化模型不能精细、有效地刻画实际用电行为, 因此研究人员对此模型从不同角度进行了改进和发展。

a. 考虑电器分类。

根据电器运行特点, 将用户的电器分成3类: 必须运行电器、弹性电器、半弹性电器, 在此基础上建立相应的社会福利最大化模型。必须运行的电器: 运行时间及用电量均是固定的, 不受电价影响, 例如电冰箱、照明设备, 需要连续工作的工业生产设备等。弹性电器: 运行时间及用电量受电价影响较大, 电价高时用电量下降, 电价低时用电量升高, 例如空调、工业制冷设备等。半弹性电器: 与弹性电器类似, 受电价影响较大, 但运行期间总用电量是固定的, 且运行是连贯的, 一旦开启, 在工作完成之前不能停止运行, 例如洗衣机、洗碗机等。文献[11,19-23]分别在社会福利最大化模型基础上讨论电器分类情况。构建的模型本质上是在基本社会福利最大化模型基础上增加一些约束, 研究重点是对半弹性电器的处理, 仍然利用对偶方法求解。在求解过程中只需计算平衡约束的拉格朗日乘子, 对其他约束无需考虑拉格朗日乘子, 构建的对偶方法仍然保证分布式和实时信息互换两个基本特征。

b. 考虑用户配有可再生能源发电和电力存储设备。

用户所拥有的风能、太阳能等分布式能源可以自用, 多余的可以向电网出售。电力存储设备在电价低时段存储电能, 在电价高时段使用存储的电能。事实上, 从定量分析角度, 完全可以将微电网看成配有可再生能源发电和电力存储设备的用户。文献[24]较早地考虑可再生分布式能源, 建立了社会福利最大化模型, 给出了实时定价方法。文献[25]在社会福利最大化模型中, 既考虑可再生能源又考虑电力存储, 给出了一种复杂并网情况下的实时定价方法。文献[26]同时考虑可再生能源和电力存储并网情形的社会福利最大化模型, 由于该模型涉及非光滑函数, 设计了光滑化对偶方法。在这些工作建立的优化模型中, 目标函数均为社会总福利, 约束条件要求所有用户的用电量、充电量之和小于等于供电量与所有可再生能源发电之和, 增加的约束均为线性约束, 构建的对偶方法仍然保证分布式和实时信息互换特征。

c. 考虑用户用电量为不确定变量。

在一些情况下用户用电行为不能完全由其效用确定, 对此情形, 将用户用电量作为不确定变量。用电量不确定现象更多出现在多时段模型,

即日前定价模型中。文献[27]较早考虑用户用电量的不确定性, 分别建立了边界不确定模型、高斯分布模型、未知分布模型的社会福利最大化模型。后续的研究工作包括在社会福利最大化模型的目标函数中减去关于用电量的方差项, 建立对偶求解方法^[28]; 利用相邻时段用电量之间的关系, 建立社会福利期望最大化模型, 利用随机理论将此不确定模型转化为确定性模型, 然后构建对偶求解方法^[29-30]; 利用马尔科夫决策过程表示用户调度各种类型电器和可再生能源发电量的不确定性^[31]。

2.3 交替方向乘子法

交替方向乘子法 (ADMM) 是一种具有分布式计算能力, 解决可分离凸优化问题的有效方法, 在信号处理、图像处理、机器学习等领域中有广泛应用^[32]。通过分解协调过程, 交替方向乘子法可以将大规模问题分解为若干较小问题, 再通过协调子问题的求解, 得到整体问题的解。类似于对偶方法, 交替方向乘子法既可以计算决策变量, 同时还可以附带计算到拉格朗日乘子, 是计算影子价格的有效方法之一。

考虑如下形式的优化问题:

$$\begin{cases} \min & f(x) + g(y) \\ \text{s.t.} & \mathbf{Ax} + \mathbf{By} = \mathbf{c} \end{cases} \quad (11)$$

式中: $x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}^m$ 为变量; $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ 为矩阵; $\mathbf{c}$ 为向量; $f(x), g(y)$ 为凸函数。

优化问题 (11) 的增广拉格朗日函数定义如下:

$$L_\rho(x, y, \lambda) = f(x) + g(y) + \lambda^T (\mathbf{Ax} + \mathbf{By} - \mathbf{c}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{Ax} + \mathbf{By} - \mathbf{c}\|^2$$

式中: $\lambda > 0$ 是拉格朗日乘子; $\rho > 0$ 是惩罚参数。

ADMM 算法迭代公式如下:

$$x^{k+1} = \arg \min_x L_\rho(x, y^k, \lambda^k) \quad (12a)$$

$$y^{k+1} = \arg \min_y L_\rho(x^{k+1}, y, \lambda^k) \quad (12b)$$

$$\lambda^{k+1} = \lambda^k + \rho(\mathbf{Ax}^{k+1} + \mathbf{By}^{k+1} - \mathbf{c}) \quad (12c)$$

显然, x^{k+1} 的迭代过程只需通过求 x 极小来实现, y^{k+1} 的迭代过程只需通过求 y 极小来实现, 说明迭代公式 (12a) 和 (12b) 具有分布式计算特征。

在优化问题 (11) 中, 目标函数选取 $f(x) = -\sum_{i=1}^N U_i(x_i^k, \omega_i^k)$, $g(y) = C_k(L_k)$, 约束条件 $\sum_{i=1}^N x_i^k = L_k$ 用 $\mathbf{Ax} + \mathbf{By} = \mathbf{c}$ 形式表示, 再增加辅助约束 $L_k^{\min} \leq L_k \leq L_k^{\max}$, 即为社会福利最大化模型 (5)。需要说明, 对

于社会福利最大化模型(5),根据供需均衡原则,不等式约束 $\sum_{i=1}^N x_i^k \leq L_k$ 可以用等式约束 $\sum_{i=1}^N x_i^k = L_k$ 代替。

利用ADMM方法研究实时定价近几年刚刚开始。文献[33]和文献[34]对于用电量上界不确定的多代理社会福利最大化模型,采用基于共识的序列ADMM方法求解,保证每次迭代过程中电力能源供需平衡。文献[35]对于动态社会福利最大化模型,提出了基于雅可比分布式共识的ADMM算法,同时获得实时电价和用电量,在理论上讨论了算法的速度,仿真实验也说明了方法的有效性。此外,一些文献仅从需求侧管理角度研究ADMM方法^[36-39],事实上这些研究工作很容易附带得到电力价格。

2.4 KKT 系统方法

根据最优化理论,在一定条件下凸优化可以等价地转化为带有拉格朗日乘子的互补问题,即KKT系统。社会福利最大化模型(6)的KKT系统如下:

$$\begin{cases} \nabla \left(\sum_{i=1}^N U_i(x_i^k, \omega_i^k) - C_k(L_k) \right) + \lambda_k \nabla \left(L_k - \sum_{i=1}^N x_i^k \right) = 0 \\ \lambda_k \left(L_k - \sum_{i=1}^N x_i^k \right) = 0 \\ \lambda_k \geq 0, L_k - \sum_{i=1}^N x_i^k \geq 0 \end{cases} \quad (13)$$

考虑式(1)给出的二次效用函数,此时社会福利最大化模型(6)是凸优化,且与它的KKT系统等价。系统(13)是非线性互补问题,其求解方法之一是利用互补函数将其等价地转化为非光滑方程组。

如果二维空间 $\mathbb{R}^2$ 上的二维函数 $\phi(a, b)$ 满足:

$$\phi(a, b) = 0 \Leftrightarrow a \geq 0, b \geq 0, ab = 0$$

则称 $\phi(a, b)$ 为非线性互补函数。二维函数: $\phi_1(a, b) = \min\{a, b\}$ 和 $\phi_2(a, b) = \sqrt{a^2 + b^2} - a - b$ 是最常见的非线性互补函数。

利用非线性互补函数 $\phi_1(a, b)$,这时KKT系统(13)等价地转化为如下方程组:

$$\begin{cases} \nabla \left(\sum_{i=1}^N U_i(x_i^k, \omega_i^k) - C_k(L_k) \right) + \lambda_k \nabla \left(L_k - \sum_{i=1}^N x_i^k \right) = 0 \\ \min \left\{ \lambda_k, L_k - \sum_{i=1}^N x_i^k \right\} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

利用非线性互补函数 $\phi_2(a, b)$,KKT系统(13)等价

地转化为如下方程组:

$$\begin{cases} \nabla \left(\sum_{i=1}^N U_i(x_i^k, \omega_i^k) - C_k(L_k) \right) + \lambda_k \nabla \left(L_k - \sum_{i=1}^N x_i^k \right) = 0 \\ \sqrt{\lambda_k^2 + \left(L_k - \sum_{i \in N} x_i^k \right)^2} - \lambda_k - L_k + \sum_{i=1}^N x_i^k = 0 \end{cases} \quad (15)$$

由于非线性互补函数 $\phi_1(a, b) = \min\{a, b\}$ 在满足 $a = b$ 的点 (a, b) 没有梯度,非线性互补函数 $\phi_2(a, b) = \sqrt{a^2 + b^2} - a - b$ 在点 $(a, b) = 0$ 没有梯度,方程组(14)和(15)是非光滑的,无法直接应用经典的牛顿法求解。可以用光滑化方法对方程组(14)和(15)中非光滑项用光滑函数来逼近,令

$$\phi_\mu(a, b) = \sqrt{a^2 + b^2 + \mu} - a - b, \mu > 0$$

易见

$$\phi_\mu(a, b) \rightarrow \phi_2(a, b), \mu \rightarrow 0^+$$

即光滑函数 $\phi_\mu(a, b)$ 是 $\phi_2(a, b)$ 的一个逼近。因此,可以用如下光滑方程组逼近非光滑方程组(15):

$$\begin{cases} \nabla \left(\sum_{i=1}^N U_i(x_i^k, \omega_i^k) - C_k(L_k) \right) + \lambda_k \nabla \left(L_k - \sum_{i=1}^N x_i^k \right) = 0 \\ \sqrt{\lambda_k^2 + \left(L_k - \sum_{i \in N} x_i^k \right)^2} + \mu - \lambda_k - L_k + \sum_{i=1}^N x_i^k = 0 \end{cases} \quad (16)$$

KKT系统求解社会福利最大化模型另外一种方法是直接求解互补问题(13),利用此方法,一些研究工作同时考虑了电器分类和效用分类问题^[40-41]。然而,近期主要关注的工作还是将KKT系统等价地转化为非光滑方程组,同时对非光滑方程组设计更有效的光滑化函数^[18,42-44]。

3 双层优化方法

作为公共产品,电力产品定价可以从政府定价和市场化两个角度考虑。从政府定价角度出发追求社会效用最大,前面介绍的社会福利最大化方法是最有效的方法之一;从市场化角度考虑,即商业定价机制,目前主要利用博弈论和双层优化方法。在博弈论方法模型中,将供电方(电网)作为博弈一方,将电力用户作为博弈的另一方,这一方面已有一系列有意义的工作^[45-46]。本文介绍实时定价的双层优化方法。

双层优化指目标函数中的一组变量被约束为另一优化问题的最优解,即一个优化问题的参数受限另外另一个优化问题,这两个问题相互影

响,也可称为双层规划。在双层优化模型中,通常上层模型代表领导者,下层模型代表跟随者。在求解过程中,上层首先给出一个决策,并传递给下层;下层模型根据这个决策信息,给出自己的最优行为方案,并反馈给上层决策者。因此,双层优化模型在一定意义上具有博弈特征。双层优化能够有效地描述具有层次结构的决策系统,广泛应用于产品定价^[47]、社会政策等国民经济各个领域。在电力市场运营过程中,供电方和电力用户的目标和利益各不相同,但又相互关联、相互影响制约,双层优化模型可有效地刻画它们之间的分层次关系,促进双方协调发展。

在电力市场中,上层优化的市场主体通常选取供电方,利润最大化为其追求目标。同前面社会福利最大化模型一样,考虑一个供电系统提供用电, N 个电力用户,则在双层优化中为一个领导者(供电方),多个追随者(多个电力用户)。

在第 k 时段上,建立如下上层优化模型:

$$\begin{cases} \max & p_k \sum_{i=1}^N x_i^k - C_k(L_k) \\ \text{s.t.} & L_k^{\min} \leq L_k \leq L_k^{\max} \\ & p_k^{\min} < p_k < p_k^{\max} \end{cases} \quad (17)$$

式中, p_k 为电力价格, $p_k^{\max}$ 和 $p_k^{\min}$ 分别为电价的上、下界。电力价格上、下界的出现源于既要保护供电方追求利润最大化,又要符合公共产品定价中的政府指导作用。在模型(17)中,目标函数的第一项代表供电方在一个时间周期内供电总收益;第二项是供电量 L_k 的成本。上层模型的决策变量为供电量和电价,其他变量由下层模型决定,换言之下层模型嵌套在上层模型的约束条件中。

在第 k 时段上,建立如下下层优化模型:

$$\begin{cases} \max & \sum_{i=1}^N U_i(x_i^k, \omega_i^k) - p_k \sum_{i=1}^N x_i^k \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^N x_i^k \leq L_k \end{cases} \quad (18)$$

其中,第一项为用户用电带来的效用,第二项是用电成本。模型(18)以用户的用电量为决策变量,以用户的用电总效用减去总成本即用户总福利为目标。

在上述双层优化模型求解过程中,上层模型首先给出拟定电价,并传递给下层;下层模型根据这个拟定电价,给出自己的用电量,并反馈给上层决策者;上层决策者依据反馈信息调整新的

电价,再次传递给下层,依次迭代。重复这个过程,直到电价不变或变化微小,即得到用户和供电双方均可接受的电价。

求解双层优化有许多方法,对于双层凸优化,可将下层模型等价地用其 KKT 系统代替,转化为单层规划。选取效用函数 $U_i(x_i^k, \omega_i^k)$ 如式(1)给出的二次效用函数,此时下层模型(18)是凸优化,可以等价地转为其 KKT 系统。

除上述模型(17),(18)外,也有较多类似的模型,例如有模型将供电方的社会成本作为上层目标,电力用户用电成本作为下层目标^[48-49]。最近的研究工作主要集中在考虑可再生能源、电力存储设备、微电网并网情形。文献[50]考虑用户配有可再生能源和电力存储设备,根据价格形成过程中供电方和用户之间的互动关系,建立实时定价双层优化模型,利用 KKT 条件、光滑化方法将双层优化转化为光滑的单层优化问题,在此基础上设计滚动罚函数算法求解模型。对用户配有可再生能源和存储设备,以及微电网并网的实时定价策略也有若干文献进行了系统研究^[51-53]。这里的微电网是指一种微型配电系统,包含小型光伏发电系统(PV)、储能系统(BESS)、各种类型负荷用户,如大型工业用户、商业用户、智能小区等,它既可以自发自用,又可以在发电量多余的情况下卖给主网。将电动车作为一个特殊的电力存储设备,文献[54]同时考虑微电网和电动车充电问题。

文献[55-56]考虑综合能源系统,即主网有可再生能源等不确定能源发电,分别讨论日前定价和实时定价。考虑综合能源系统的实时定价机制是近期受到关注的一个研究问题。

4 总结与展望

作为现代电力系统理想的定价机制,实时定价研究工作开展已十余年,尽管取得了长足进展,但还有许多挑战性工作需要完成。在此列举几个实时定价优化方法研究值得关注的问题。

a. 多能互补综合能源系统实时定价机制研究。目前对微网、用户配有可再生能源发电等情形研究较多,对考虑主网有可再生能源发电情况的研究较少。

b. 实时定价分布式优化算法研究。随着系统模型构建日趋实用化,导致优化模型越来越复杂,给相应分布式优化方法设计带来困难,现有

的许多优化算法缺少分布式特征。

c. 根据具体模型设计有针对性的实时定价优化方法。运筹学和数学优化提供的优化算法一般来说属于理论框架, 解决具体优化问题需要对现有优化算法再设计, 以提高精度和计算效率, 特别是实时定价算法要求具有快速响应特性, 更需要对优化算法再设计。

参考文献:

- [1] DENG R L, YANG Z Y, CHOW M Y, et al. A survey on demand response in smart grids: mathematical models and approaches[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2015, 11(3): 570–582.
- [2] 施泉生. 面向智能电网的需求响应及其电价研究 [M]. 上海: 上海财经大学出版社, 2014.
- [3] GELAZANSKAS L, GAMAGE K A A. Demand side management in smart grid: a review and proposals for future direction[J]. *Sustainable Cities and Society*, 2014, 11: 22–30.
- [4] 杨旭英, 周明, 李庚银. 智能电网下需求响应机理分析与建模综述 [J]. 电网技术, 2016, 40(1): 220–226.
- [5] 高赐威, 梁甜甜, 李扬. 自动需求响应的理论与实践综述 [J]. 电网技术, 2014, 38(2): 352–359.
- [6] HUSSAIN M, GAO Y. A review of demand response in an efficient smart grid environment[J]. *The Electricity Journal*, 2018, 31(5): 55–63.
- [7] ZETHMAYR J, KOLATA D. The costs and benefits of real-time pricing: an empirical investigation into consumer bills using hourly energy data and prices[J]. *The Electricity Journal*, 2018, 31(2): 50–57.
- [8] 哈尔·R·范里安. 微观经济学: 现代观点 [M]. 9版. 费方域, 朱保华, 译. 上海: 格致出版社, 2015.
- [9] SAMADI P, MOHSENIAN-RAD A H, SCHOBBER R, et al. Optimal real-time pricing algorithm based on utility maximization for smart grid[C]//First IEEE International Conference on Smart Grid Communications. Gaithersburg: IEEE, 2010: 415–420.
- [10] SAMADI P, MOHSENIAN-RAD H, WONG V W S, et al. Real-time pricing for demand response based on stochastic approximation[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2014, 5(2): 789–798.
- [11] 李军祥, 张文财, 高岩. 基于用户电器分类的智能电网实时定价研究 [J]. 中国管理科学, 2019, 27(4): 210–216.
- [12] WILLIAMSON O E. Peak-load pricing and optimal capacity under indivisibility constraints[J]. *The American Economic Review*, 1966, 56(4): 810–827.
- [13] 高岩. 智能电网实时电价社会福利最大化模型的研究 [J]. 中国管理科学, 2020, 28(10): 201–209.
- [14] SAMADI P, MOHSENIAN-RAD H, SCHOBBER R, et al. Advanced demand side management for the future smart grid using mechanism design[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2012, 3(3): 1170–1180.
- [15] ZHANG W, LI J Y, CHEN G, et al. A comprehensive model with fast solver for optimal energy scheduling in RTP environment[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2017, 8(5): 2314–2323.
- [16] SAMIMI A, NIKZAD M, MOHAMMADI M. Real-time electricity pricing of a comprehensive demand response model in smart grids[J]. *International Transactions on Electrical Energy Systems*, 2017, 27(3): e2256.
- [17] XU Z H, GUO L Y, GAO Y, et al. Real-time pricing of smart grid based on piece-wise linear functions[J]. *Journal of Systems Science and Information*, 2019, 7(4): 295–316.
- [18] LI Y Y, LI J X, HE J J, et al. The real-time pricing optimization model of smart grid based on the utility function of the logistic function[J]. *Energy*, 2021, 224: 120172.
- [19] TSUI K M, CHAN S C. Demand response optimization for smart home scheduling under real-time pricing[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2012, 3(4): 1812–1821.
- [20] QIAN L P, ZHANG Y J A, HUANG J W, et al. Demand response management via real-time electricity price control in smart grids[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2013, 31(7): 1268–1280.
- [21] DENG R L, YANG Z Y, HOU F, et al. Distributed real-time demand response in multiseller–multibuyer smart distribution grid[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2015, 30(5): 2364–2374.
- [22] ROH H T, LEE J W. Residential demand response scheduling with multiclass appliances in the smart grid[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2016, 7(1): 94–104.
- [23] ZHU H B, GAO Y, HOU Y, et al. Real-time pricing considering different type of smart home appliances based on Markov decision process[J]. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2019, 107: 486–495.
- [24] YANG P, CHAVALI P, NEHORAI A. Parallel autonomous optimization of demand response with renewable distributed generators[C]//IEEE Third International Conference on Smart Grid Communications. Tainan, China: IEEE, 2012: 55–60.
- [25] CHIU T C, SHIH Y Y, PANG A C, et al. Optimized day-ahead pricing with renewable energy demand-side management for smart grids[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2017, 4(2): 374–383.
- [26] 陶莉, 高岩, 朱红波, 等. 有可再生能源和电力存储设施并网的智能电网优化用电策略 [J]. 中国管理科学, 2019, 27(2): 150–157.
- [27] TARASAK P. Optimal real-time pricing under load

- uncertainty based on utility maximization for smart grid[C]//IEEE International Conference on Smart Grid Communications. Brussels: IEEE, 2011: 321–326.
- [28] WANG Y, MAO S W, NELMS R M. Online algorithm for optimal real-time energy distribution in the smart grid[J]. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computing*, 2013, 1(1): 10–21.
- [29] ZHU H B, GAO Y, HOU Y, et al. Multi-time slots real-time pricing strategy with power fluctuation caused by operating continuity of smart home appliances[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2018, 71: 166–174.
- [30] 张莉, 高岩, 刘松涛, 等. 具有时间耦合约束的多时段智能电网实时电价 [J]. *系统工程理论与实践*, 2019, 39(10): 2599–2609.
- [31] 许志宏, 高岩, 程潘红. 马尔科夫决策过程下含可再生能源的实时电价策略 [J]. *上海理工大学学报*, 2020, 42(5): 467–478.
- [32] HAN D R. A survey on some recent developments of alternating direction method of multipliers[J]. *Journal of the Operations Research Society of China*, 2022, 10(1): 1–52.
- [33] ZHAO C, HE J, CHENG P, et al. Consensus-based energy management in smart grid with transmission losses and directed communication[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2016, 8(5): 2049–2061.
- [34] NGUYEN D H, NARIKIYO T, KAWANISHI M. Optimal demand response and real-time pricing by a sequential distributed consensus-based ADMM approach[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2018, 9(5): 4964–4974.
- [35] NGUYEN D H, AZUMA S I, SUGIE T. Novel control approaches for demand response with real-time pricing using parallel and distributed consensus-based ADMM[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(10): 7935–7945.
- [36] KOU X, LI F X, DONG J, et al. A comprehensive scheduling framework using SP-ADMM for residential demand response with weather and consumer uncertainties[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2021, 36(4): 3004–3016.
- [37] YANG Z, HU J J, AI X, et al. Transactive energy supported economic operation for multi-energy complementary microgrids[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2021, 12(1): 4–17.
- [38] TSAI S C, TSENG Y H, CHANG T H. Communication-efficient distributed demand response: a randomized ADMM approach[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2017, 8(3): 1085–1095.
- [39] WANG Y M, WU L, WANG S X. A fully-decentralized consensus-based ADMM approach for DC-OPF with demand response[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2017, 8(6): 2637–2647.
- [40] WANG Y P, YANG W, LIU T. Appliances considered demand response optimisation for smart grid[J]. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 2017, 11(4): 856–864.
- [41] 原冠秀, 高岩, 王宏杰. 基于效用分类的智能电网实时电价算法 [J]. *上海理工大学学报*, 2020, 42(1): 29–35.
- [42] 王宏杰, 高岩. 基于非光滑方程组的智能电网实时定价 [J]. *系统工程学报*, 2018, 33(3): 320–327.
- [43] 李媛媛, 李军祥, 党亚峥, 等. 基于 KKT 条件智能电网实时定价的光滑牛顿算法 [J]. *系统科学与数学*, 2020, 40(4): 646–656.
- [44] WANG H J, GAO Y. Real-time pricing method for smart grids based on complementarity problem[J]. *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, 2019, 7(5): 1280–1293.
- [45] KANELLOU E, MASTAKAS O, ASKOUNIS D. A game theory approach towards real-time pricing in future electricity markets[J]. *International Journal of Decision Support Systems*, 2021, 4(3): 217–234.
- [46] DAI Y M, QI Y, LI L, et al. A real-time pricing scheme with advertisement competition based on multi-leader-multi-follower game in smart community[J]. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 2021, 38(5): 2140023.
- [47] SINHA A, MALO P, DEB K. A review on bilevel optimization: from classical to evolutionary approaches and applications[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2018, 22(2): 276–295.
- [48] LUO X, LIU J P, LIU Y F, et al. Bi-level optimization of design, operation, and subsidies for standalone solar/diesel multi-generation energy systems[J]. *Sustainable Cities and Society*, 2019, 48: 101592.
- [49] SOARES I, ALVES M J, ANTUNES C H. Designing time-of-use tariffs in electricity retail markets using a bi-level model-Estimating bounds when the lower level problem cannot be exactly solved[J]. *Omega*, 2020, 93: 102027.
- [50] TAO L, GAO Y, LIU Y, et al. A rolling penalty function algorithm of real-time pricing for smart microgrids based on bilevel programming[J]. *Engineering Optimization*, 2020, 52(8): 1295–1312.
- [51] TAO L, GAO Y, CAO L, et al. Distributed real-time pricing for smart grid considering sparse constraints and integration of distributed energy and storage devices[J]. *COMPEL-The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 2021, 40(5): 978–996.

- emissions trading on electricity market[J]. *Renewable Energy*, 2019, 135: 761–774.
- [4] 国家发展改革委. 国家发展改革委 国家能源局联合印发《关于建立健全可再生能源电力消纳保障机制的通知》[EB/OL]. [2022-01-03]. https://www.ndrc.gov.cn/xwdt/xwfb/201905/t20190515_954419.html?code=&state=123.
- [5] 王强, 谭忠富, 谭清坤, 等. 我国绿色电力证书定价机制研究[J]. *价格理论与实践*, 2018(1): 74–77.
- [6] ZHAO X G, WU L, ZHOU Y. How to achieve incentive regulation under renewable portfolio standards and carbon tax policy? A China's power market perspective[J]. *Energy Policy*, 2020, 143: 111576.
- [7] ZHANG L B, CHEN C Q, WANG Q W, et al. The impact of feed-in tariff reduction and renewable portfolio standard on the development of distributed photovoltaic generation in China[J]. *Energy*, 2021, 232: 120933.
- [8] 安学娜, 张少华, 李雪. 考虑绿色证书交易的寡头电力市场均衡分析[J]. *电力系统自动化*, 2017, 41(9): 84–89.
- [9] 卢宜玲, 李军祥, 齐缘. 疫情下考虑疲劳度的可变服务率排队模型[J/OL]. *上海理工大学学报*, 2021: 1–11 (2021-09-30). <https://doi.org/10.13255/j.cnki.jusst.20210127001>.
- [10] 董福贵, 时磊. 可再生能源配额制及绿色证书交易机制设计及仿真[J]. *电力系统自动化*, 2019, 43(12): 113–121.
- [11] 高岩. 智能电网实时电价社会福利最大化模型的研究[J]. *中国管理科学*, 2020, 28(10): 201–209.
- [12] 代业明, 高岩. 智能电网下电力零售商合作实时定价博弈[J]. *上海管理科学*, 2016, 38(3): 52–55.
- [13] LIU L, ZHANG Z S, WANG Z. Two-sided matching and game on investing in carbon emission reduction technology under a cap-and-trade system[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2021, 282: 124436.
- [14] 国家发展改革委. 三部门关于试行可再生能源绿色电力证书核发及自愿认购交易制度的通知[EB/OL]. [2022-01-03]. http://www.gov.cn/xinwen/2017-02/03/content_5164836.htm.
- [15] 杨阳, 练冲, 马超. 晴天光伏发电功率的日内变化规律及预测方法研究[J]. *天津大学学报(自然科学与工程技术版)*, 2020, 53(6): 565–572.
- [16] 袁桂丽, 陈少梁, 刘颖, 等. 基于分时电价的虚拟电厂经济性优化调度[J]. *电网技术*, 2016, 40(3): 826–832.
- [17] 王辉, 陈波波, 赵文会, 等. 可再生能源配额制下跨省区电力交易主体最优决策[J]. *电网技术*, 2019, 43(6): 1987–1994.
- [18] 绿证认购平台. 中国绿证挂牌交易每日成交平均价格[EB/OL]. [2022-01-03]. <http://www.greenenergy.org.cn/gctrade/history/echarts.jhtml>.
- [19] 郭炜煜, 赵新刚, 冯霞. 固定电价与可再生能源配额制: 基于中国电力市场的比较[J]. *中国科技论坛*, 2016(9): 90–97.

(编辑: 董 伟)

[上接第 111 页]

- [52] YUAN G X, GAO Y, YE B. Optimal dispatching strategy and real-time pricing for multi-regional integrated energy systems based on demand response[J]. *Renewable Energy*, 2021, 179: 1424–1446.
- [53] YUAN G X, GAO Y, YE B, et al. A bilevel programming approach for real-time pricing strategy of smart grid considering multi-microgrids connection[J]. *International Journal of Energy Research*, 2021, 45(7): 10572–10589.
- [54] LI Y, LI K. Incorporating demand response of electric vehicles in scheduling of isolated microgrids with renewables using a Bi-level programming approach[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 116256–116266.
- [55] ALIPOUR M, ZARE K, SEYEDI H. A multi-follower bilevel stochastic programming approach for energy management of combined heat and power micro-grids[J]. *Energy*, 2018, 149: 135–146.
- [56] ZHANG L, GAO Y, ZHU H B, et al. Bi-level stochastic real-time pricing model in multi-energy generation system: a reinforcement learning approach[J]. *Energy*, 2022, 293: 121926.

(编辑: 丁红艺)