

基于解析模型的永磁同步电机涡流损耗计算

朱 托, 李 正, 李 孜

(上海理工大学 机械工程学院, 上海 200093)

摘要: 提出了一种表贴式带保护套永磁同步电机转子涡流损耗的快速解析模型, 同时考虑了定子时空谐波、涡流反作用和永磁体周向分段3种情况。在考虑永磁体周向分段时, 忽略次生谐波及其耦合影响, 以简化计算过程。将此解析模型应用在6相24槽14极永磁同步电机上, 首先对其结果进行收敛性分析, 减少截断误差的同时提高了计算效率; 然后用时步有限元法等进行精度验证, 得到的平均涡流损耗与本模型解析解较为吻合; 最后由解析模型, 绘制永磁体层中的涡流电密图。本解析模型可以快速得到涡流损耗的响应面, 为电机设计及优化迭代提供理论依据。

关键词: 表贴式永磁同步电机; 涡流损耗; 解析模型; 永磁体分段; 涡流反作用; 定子时空谐波

中图分类号: TM 351

文献标志码: A

Calculation of eddy current loss of permanent magnet synchronous machine based on analytical model

ZHU Tuo, LI Zheng, LI Zi

(School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: A rapid analytical model of rotor eddy current loss for surface mounted permanent magnet synchronous machine (PMSM) with retaining sleeve was proposed, accounting for the stator space-time harmonics, eddy current reaction and circumferential segmentation of permanent magnet. When considering the circumferential segmentation of permanent magnet, the secondary harmonics and their coupling effects were ignored to simplify the calculation process. The analytical model was applied to a six phase 24 slot 14 pole PMSM. Firstly, the convergence of the results was analyzed to reduce the truncation error and improve the calculation efficiency. Then the accuracy was verified by time-stepping finite element method. The average eddy current loss obtained is in good agreement with the analytical solution of the model. Finally, the eddy current density map in the permanent magnet layer was drawn by using the analytical model. This analytical model can quickly obtain the response surface of eddy current loss, and provide theoretical basis for motor design and optimization iteration.

Keywords: surface mounted permanent magnet synchronous machine; eddy current loss; analytical model; permanent magnet segmentation; eddy current reaction; stator space-time harmonics

收稿日期: 2021-09-13

第一作者: 朱 托(1993-), 男, 硕士研究生. 研究方向: 永磁同步电机设计. E-mail: 2474103880@qq.com

通信作者: 李 正(1974-), 男, 讲师. 研究方向: 新型电机及其驱动器. E-mail: Li_zheng@usst.edu.cn

永磁电机以其高密度、高效率在高速电机的应用中获得广泛关注^[1], 损耗评估是永磁电机设计的基础^[2]。永磁体涡流损耗由定子齿槽效应、定子绕组排布的空间谐波和定子绕组电流的时间谐波构成, 这种损耗会引起永磁体过热而产生不可逆退磁^[3]。在永磁体涡流损耗中, 空载涡流损耗相对较小^[4]。在计算定子绕组时空谐波引起的涡流损耗时, 对于高速永磁电机, 谐波磁场引起的转子涡流对磁场存在的涡流反作用明显, 需要予以考虑^[4-5]。

沈建新等^[6]运用有限元, 研究永磁体电阻率对转子各层模型涡流损耗的影响。张忠明等^[7]在永磁体和保护套之间增加铜屏蔽层以降低涡流损耗, 并通过有限元研究了铜屏蔽层厚度对涡流损耗结果的影响。Castagnaro 等^[8]在计算转子涡流损耗时, 比较了时步有限元和时谐有限元两种方法, 发现后者可作为前者的高效替代方案。

相比有限元法, 解析法在计算涡流损耗时效率更高。Desvaux 等^[9]将磁场模型和磁阻网格模型进行混合, 并用有限元验证了该混合解析模型的精度。Chen 等^[10]、Nair 等^[11]采用镜像法建立了三维解析模型, 考虑了永磁体的轴向分段和周向分段。Barriere 等^[12]建立了空载涡流损耗解析模型, 为了考虑永磁体周向分段, 将各次空间谐波进行解耦计算。Nuscheler 等^[13-14]建立了定子绕组空间谐波, 即定子磁动势引起的涡流损耗解析模型, 该模型引入了虚拟电流片来考虑永磁体周向分段。

本文针对损耗较大的定子绕组空间谐波和绕组电流时间谐波, 提出一种快速高效的解析模型。因为极坐标系下采用的贝塞尔函数无法使得每段永磁体截面上的总涡流为零^[15], 故采用二维直角坐标系, 并考虑涡流反应和永磁体周向分段。永磁体周向分段会在原来定子磁动势时空谐波的基础上, 引入了新的相互耦合的空间谐波。这类空间谐波在计算空载涡流损耗时不可忽视, 然而本模型不计算空载涡流损耗。故仅考虑定子磁动势的各次时空谐波, 忽略上述次生的空间谐波造成的影响。这种处理极大地降低了模型的复杂度, 提高了模型的计算效率。为了验证本文解析模型的精度, 将计算结果与文献^[13]的模型以及有限元法的结果进行了对比。

1 定子磁动势涡流损耗解析模型

待计算的永磁同步电机(permanent magnet

synchronous machine, PMSM)为6相24槽14极电机, A, U, B, V, C, W这6相绕组在空间上对称分布, 通电时序上互差60°电角度。为了降低一对极次谐波的幅值, 同时降低定子铜损, 提高绕组因数, 采用定子不等齿宽的对称6相绕组^[16]。电机的截面如图1所示。

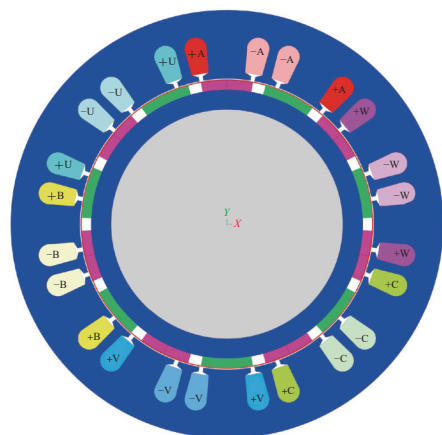


图1 6相24槽14极永磁同步电机截面图

Fig.1 Cross-sectional schematic of a 6-phase 24-slot 14-pole PMSM

为了考虑多种情况, 本文模型在图1基础上额外添加了永磁体保护套进行解析计算。

1.1 简化假设

为简化分析, 作如下假设:

- 将气隙、保护套和永磁体区域看作半无限平面;
- 忽略端部效应, 感应涡流只有轴向分量;
- 忽略定子槽开口引起的气隙磁导变化;
- 定子绕组电流由分布在定子槽开口的等效电流片模型表示;
- 各个媒质是均匀且各向同性的, 其电导率、磁导率是不变的常数;
- 定子和转子铁心磁导率无穷大, 电导率为0, 忽略定子和转子铁心中产生的涡流;

考虑永磁体分段的二维直角坐标系的电机计算模型见图2。

如图2所示, 在本文解析模型中, 电机周向维度为 x 轴, 径向维度为 y 轴。整个计算域共有3层, 从上到下依次为: 厚度为 g 的气隙域、厚度为 l 的保护套域和厚度为 m 的永磁体域。每个计算域有相应的电导率和磁导率。

值得注意的是, 在永磁体域这一层中, 由于本文模型考虑了永磁体的周向分段, 所以对于永

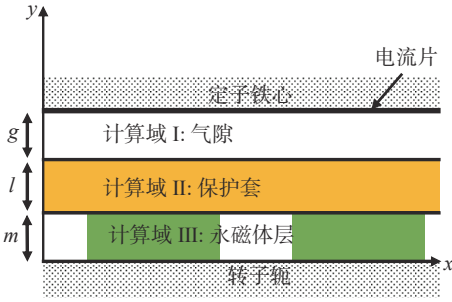


图2 考虑分段的涡流扩散模型

Fig. 2 Eddy current diffusion model considering segmentation

磁体极弧系数小于1的情况, 各极永磁体之间会留有气隙存在。

1.2 等效电流片模型

考虑定子绕组排布的空间 ν 次谐波和定子电流时间 k 次谐波, A 相电流片表达式为

$$J_A = \frac{2Ni_A}{\pi R_s} \sum_{\nu=1}^{\infty} k_o k_p k_d \sin(\nu\alpha) = \frac{2Ni_A}{\pi R_s} \sum_{\nu=1}^{\infty} k_o k_w \sin(\nu\alpha) \quad (1)$$

式中: N 为绕组匝数; i_A 为 A 相电流瞬时值,

$i_A = \sum_{k=1}^{\infty} I_k \cos k p \omega_r t$, 其中 I_k , p , ω_r 分别为 k 次谐波电流幅值、极对数、转子转速; R_s 为定子内

径; k_o 为槽口系数, $k_o = \frac{\sin\left(\nu \frac{b_o}{2R_s}\right)}{\nu \frac{b_o}{2R_s}}$, 其中 b_o 为槽口宽度; k_p 为节距系数, $k_p = \sin\left(\nu \frac{a_y}{2}\right)$, 其中 a_y 为绕组节距; k_d 为分布系数, $k_d = 2\cos(75^\circ \nu)$; k_w 为绕组系数, $k_w = k_p k_d$; α 为径向位置角。

6 相绕组总的合成等效电流片为

$$J = J_A + J_B + J_C + J_U + J_V + J_W = \begin{cases} -\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} J_{k\nu} \sin(kp\omega_r t - \nu\alpha) & k \neq 3n, \nu = 6n + k \\ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} J_{k\nu} \sin(kp\omega_r t + \nu\alpha) & k \neq 3n, \nu = 6n - k \\ 0 & \nu \neq 6n \pm k \\ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} J_{k\nu} [\sin(kp\omega_r t + \nu\alpha) - \sin(kp\omega_r t - \nu\alpha)] & k = 3n, \nu = 6n \pm k \end{cases} \quad (2)$$

式中, $J_{k\nu}$ 为谐波幅值, $J_{k\nu} = \frac{6NI_k k_o k_w}{\pi R_s}$ 。

当 $k \neq 3n$ 时, 将式 (2) 变形如下:

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} J_{k\nu} \sin(kp\omega_r t + \nu\alpha) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \text{Im} \left\{ J_{k\nu} \exp(jkp\omega_r t) \exp\left(j\frac{\nu\pi}{\tau} x\right) \right\} \quad (3)$$

式中, τ 为所有计算域中心高度所对应的一对极对应极距 (基波极距)。

将定子静止坐标 x 转化为转子旋转坐标 x_r , 转换公式为 $\frac{\pi x}{\tau} = \omega_r t + \frac{\pi x_r}{\tau}$ 。由此, 式 (3) 改写为

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \text{Im} \left\{ J_{k\nu} \exp[j(kp + \nu)\omega_r t] \exp\left(j\frac{\nu\pi}{\tau} x_r\right) \right\} \quad (4)$$

为了简化计算, 将定子电流片激励写成相量的形式, 如

$$j(x) = J_{k\nu} e^{j\beta x_r} \quad (5)$$

式中, $\beta = \frac{\nu\pi}{\tau}$ 。

以下公式均为相量形式, 且横坐标均为转子旋转坐标。

1.3 各计算域中的控制方程及通解

a. 气隙域

气隙中的时变场分布以轴向磁位 A_g 的形式, 由拉普拉斯方程表示

$$\Delta A_g = 0 \quad (6)$$

式中, Δ 是拉普拉斯算子。在直角坐标系下展开式为

$$\Delta A_g = \frac{\partial^2 A_g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_g}{\partial y^2} \quad (7)$$

根据定子电流片激励, 式 (6) 的通解形式为

$$A_g = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} [A e^{\beta y} + B e^{-\beta y}] e^{j\beta x} \quad (8)$$

式中, A, B 是由边界条件确定的常数。

根据磁矢定义, 磁通密度的切向分量为

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} \quad (9)$$

气隙域 x 方向上的磁场强度为

$$H_{xg} = \frac{1}{\mu_0} B_{xg} = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \frac{\beta}{\mu_0} [A e^{\beta y} - B e^{-\beta y}] e^{j\beta x} \quad (10)$$

式中, μ_0 为真空磁导率。

b. 保护套域

在保护套中, 轴向磁位 A_s 由扩散方程表示

$$\Delta A_s = \mu_0 \mu_s \sigma_s \frac{\partial A_s}{\partial t} = j(kp + \nu) \omega_r \mu_0 \mu_s \sigma_s A_s \quad (11)$$

式中: μ_s 为保护套相对磁导率; σ_s 为保护套电导率。

根据定子电流片激励, 通解可以写成

$$A_s = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} [C e^{\lambda_s y} + D e^{-\lambda_s y}] e^{j\beta x} \quad (12)$$

式中: C, D 是由边界条件确定的常数; $\lambda_s = \sqrt{\beta^2 + j(kp + \nu) \omega_r \mu_0 \mu_s \sigma_s}$ 。

保护套域 x 方向上的磁场强度和轴向电密分别为

$$H_{xs} = \frac{1}{\mu_0 \mu_s} B_{xs} = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \frac{\lambda_s}{\mu_0 \mu_s} [C e^{\lambda_s y} - D e^{-\lambda_s y}] e^{j\beta x} \quad (13)$$

$$J_s = -\sigma_s \frac{\partial A_s}{\partial t} = -\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} j \sigma_s (kp + \nu) \omega_r [C e^{\lambda_s y} + D e^{-\lambda_s y}] e^{j\beta x} \quad (14)$$

c. 永磁体域

为考虑永磁体的周向分段, 假设每一块宽度为 b_m 的永磁体块被分为 s 段。永磁体块的编号为 $\rho (\rho=1, \dots, 2p)$, 分段编号为 $\lambda (\lambda=1, \dots, s)$, 则任一永磁体块的任一段记作 (λ, ρ) , 在永磁体分段内的 x 轴坐标为

$$x_{l\rho} = (\rho - 1) \tau_m - \frac{b_m}{2} + (\lambda - 1) \frac{b_m}{s} = x_{r\rho} - \frac{b_m}{s} \quad (15)$$

式中: τ_m 为永磁体高度中间点所对应半径上的极距, $\tau_m = \frac{\pi(R_m + R_r)}{2p}$, R_m 为永磁体外半径, R_r 为转子轭外半径; b_m 为永磁体高度中间点所对应半径上的宽度, $b_m = \alpha_p \tau_m$, α_p 为极弧系数。

在永磁体中, 需要同时考虑涡流反应和永磁体的有限宽度。因此, 轴向磁位 A_m 不仅满足如式(11)的扩散方程, 还需增加一个源项 $J_a(x)$, 使得每个永磁体块段内电密积分为零。即

$$\Delta A_m = \mu_0 \mu_m \sigma_m(x) \frac{\partial A_m}{\partial t} - \mu_0 \mu_m J_a(x) \quad (16)$$

式中,

$$J_a(x) = \begin{cases} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \frac{\sigma_m s}{b_m m} \int_{x_{l\rho}}^{x_{r\rho}} \int_0^m \frac{\partial A_m}{\partial t} dy dx & x \in (x_{l\rho}, x_{r\rho}) \\ 0 & x \notin (x_{l\rho}, x_{r\rho}) \end{cases} \quad (17)$$

$$\sigma_m(x) = \begin{cases} \sigma_m & x \in (x_{l\rho}, x_{r\rho}) \\ 0 & x \notin (x_{l\rho}, x_{r\rho}) \end{cases} \quad (18)$$

由式(17)、式(18)可知, 对于每一个 $kp + \nu$ 次时间谐波, 空间谐波因为控制方程中 $J_a(x)$ 和

$\sigma_m(x)$ 在 x 轴上的傅里叶级数展开, 不仅只有 ν 次项, 而且每一次空间项之间, 如文献[12]所述, 存在耦合关系。

然而, 不同于空载涡流损耗计算, 本文计算的是由定子磁动势引发的涡流损耗。其中, 对于每一个 $kp + \nu$ 次时间谐波, ν 次空间谐波可以考虑为其余所有次空间谐波的源。所以对于每一个 $kp + \nu$ 次时间谐波, 本文只讨论 ν 次空间谐波, 且忽略其余次空间谐波的耦合作用。这个处理极大地简化了计算过程, 并且从后面的结果可以看到, 也保留了一定的精度。

根据以上分析, 将式(17)、式(18)简化为

$$J_a(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} J_a e^{j\beta x} \quad (19)$$

$$\sigma_m(x) = \alpha_p \sigma_m \quad (20)$$

式中, 源项系数 J_a 是 ν 次空间谐波的系数。

将式(19)、式(20)代入式(16), 可得通解

$$A_m = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \left[E e^{\lambda_m y} + F e^{-\lambda_m y} + \frac{\mu_0 \mu_m}{\lambda_m^2} J_a \right] e^{j\beta x} \quad (21)$$

式中: E, F 是由边界条件确定的常数; $\lambda_m = \sqrt{\beta^2 + j(kp + \nu) \omega_r \mu_0 \mu_m \alpha_p \sigma_m}$ 。

永磁体域 x 方向上的磁场强度为

$$H_{xm} = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \frac{\lambda_m}{\mu_0 \mu_m} [E e^{\lambda_m y} - F e^{-\lambda_m y}] e^{j\beta x} \quad (22)$$

由式(16), 在任一永磁体 (λ, ρ) 块段内, 轴向电密为

$$J_{m,\lambda\rho} = -\sigma_m \frac{\partial A_m}{\partial t} + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} J_{a,\lambda\rho}(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} -j \sigma_m (kp + \nu) \omega_r \left(E e^{\lambda_m y} + F e^{-\lambda_m y} + \frac{\mu_0 \mu_m J_a}{\lambda_m^2} \right) e^{j\beta x} + J_{a,\lambda\rho}(x) \quad (23)$$

1.4 各计算域间的边界条件

边界条件如下:

$$\text{当 } y = g + l + m \text{ 时, } H_{xg} = J \quad (24)$$

$$\text{当 } y = l + m \text{ 时, } A_g = A_s, \quad H_{xg} = H_{xs} \quad (25)$$

$$\text{当 } y = m \text{ 时, } A_s = A_m, \quad H_s = H_{xm} \quad (26)$$

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, } H_{xm} = 0 \quad (27)$$

将式(8)、式(10)、式(12)、式(14)、式(21)和式(22)代入, 即求得待定常数 A, B, C, D, E 和 F 。

1.5 源项系数求解

源项系数 J_a 可由轴向磁位 A_m 推导，推导过程如下。

由式 (17) 可知，对于 $(kp+v, v)$ 次时空谐波，在任一永磁体 (λ, ρ) 块段内，附加源项为

$$J_{a,\lambda\rho}(x) = \frac{\sigma_m s}{b_m m} \int_{x_{l\lambda\rho}}^{x_{r\lambda\rho}} \int_0^m \frac{\partial A_m}{\partial t} dy dx \quad (28)$$

式中， A_m 由式 (21) 得到。

由傅里叶系数计算公式，得到附加源项 $J_a(x)$ 的傅里叶系数如下：

$$F_{cr} = \frac{1}{\tau} \sum_{\rho=1}^{2p} \sum_{\lambda=1}^s \int_{x_{l\lambda\rho}}^{x_{r\lambda\rho}} \operatorname{Re}\{J_{a,\lambda\rho}(x)\} \cos(\beta x) dx \quad (29)$$

$$F_{sr} = \frac{1}{\tau} \sum_{\rho=1}^{2p} \sum_{\lambda=1}^s \int_{x_{l\lambda\rho}}^{x_{r\lambda\rho}} \operatorname{Re}\{J_{a,\lambda\rho}(x)\} \sin(\beta x) dx \quad (30)$$

$$F_{ci} = \frac{1}{\tau} \sum_{\rho=1}^{2p} \sum_{\lambda=1}^s \int_{x_{l\lambda\rho}}^{x_{r\lambda\rho}} \operatorname{Im}\{J_{a,\lambda\rho}(x)\} \cos(\beta x) dx \quad (31)$$

$$F_{si} = \frac{1}{\tau} \sum_{\rho=1}^{2p} \sum_{\lambda=1}^s \int_{x_{l\lambda\rho}}^{x_{r\lambda\rho}} \operatorname{Im}\{J_{a,\lambda\rho}(x)\} \sin(\beta x) dx \quad (32)$$

因此，源项系数 J_a 的实部和虚部为

$$\operatorname{Re}\{J_a\} = \frac{1}{2}(F_{cr} + F_{ci} + F_{sr} + F_{si}) \quad (33)$$

$$\operatorname{Im}\{J_a\} = \frac{1}{2}(F_{cr} + F_{ci} - F_{sr} - F_{si}) \quad (34)$$

最终得到

$$J_a = \operatorname{Re}\{J_a\} + \operatorname{Im}\{J_a\}j \quad (35)$$

由式 (21) 可知，轴向磁位 A_m 的表达式含有源项系数 J_a ，不妨记作

$$A_m = f(J_a) = f(\operatorname{Re}\{J_a\} + \operatorname{Im}\{J_a\}j) \quad (36)$$

又由式 (28)~式 (34) 可知，源项系数 J_a 的实部和虚部表达式含有轴向磁位 A_m ，不妨记作

$$\begin{cases} \operatorname{Re}\{J_a\} = g_1(A_m) = g_1(f(\operatorname{Re}\{J_a\} + \operatorname{Im}\{J_a\}j)) \\ \operatorname{Im}\{J_a\} = g_2(A_m) = g_2(f(\operatorname{Re}\{J_a\} + \operatorname{Im}\{J_a\}j)) \end{cases} \quad (37)$$

在计算式 (37) 含 $\operatorname{Re}\{J_a\}$ 和 $\operatorname{Im}\{J_a\}$ 两个未知数的非线性方程组时，选择合适的算法即可快速地求出足够精确的数值解。

1.6 涡流损耗求解

当计算得到各次谐波正确的源项系数 J_a 、以及任意常数 A, B, C, D, E 和 F 后，根据焦耳定律计算损耗功率。

由式 (23)，对于一个永磁体段 (λ, ρ) ，在一个

电周期 $T = 2\pi/(p\omega_r)$ 内的平均涡流损耗为

$$P_{m,\lambda\rho} = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \frac{L_a}{2\sigma_m} \int_0^m \int_{x_{l\lambda\rho}}^{x_{r\lambda\rho}} J_{m,\lambda\rho} J_{m,\lambda\rho}^* dx dy \quad (38)$$

式中， L_a 为永磁体轴向长度。

每一个永磁体段 (λ, ρ) 内的涡流损耗功率均相等，故永磁体的总涡流损耗 P_m 为

$$P_m = 2psP_{m,\lambda\rho} \quad (39)$$

在保护套中，由式 (14)，得到在一个电周期 $T = 2\pi/(p\omega_r)$ 内的平均涡流损耗 P_s 为

$$P_s = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \frac{L_a p \tau_s}{\sigma_s} \int_m^{m+l} J_s J_s^* dy \quad (40)$$

式中， τ_s 为保护套高度中间点所对应半径上的极距。

2 计算结果及分析

2.1 电机参数

电机的输入结构数据和参数如表 1 所示。其中定子绕组 6 相的输入电流均为理想的交流电，磁钢保护套材料为 Inconel718，永磁体材料为钕铁硼，牌号为 NdFe35。

由于过高的转速会引起不可忽视的空载涡流损耗，而本文模型未考虑由定子槽引起的空载涡流损耗，所以设定转子转速 ω_r 为 1 000 rpm。永磁体的周向分段可有效降低涡流损耗，故将永磁体分段数 s 设定为 2。

表 1 电机结构数据和参数

Tab.1 Data and parameters of machine

参数	数值	参数	数值
额定功率 P_N /kW	52	转子轴向长度 L_a /mm	50
额定电压 U_N /V	52	定子外半径 R_o /mm	250
相电流幅值 I /A	500	定子内半径 R_i /mm	170
转子转速 ω_r /rpm	1 000	保护套外半径 R_s /mm	169
相数 m_p	6	永磁体外半径 R_m /mm	168
极对数 p	7	转子轭外半径 R_r /mm	157
槽数 Q_s	24	定子槽口宽 b_o /mm	5
线圈匝数 N	10	保护套相对磁导率 μ_s	1.001 1
每相线圈数 n_c	2	保护套电导率 σ_s /(S·m ⁻¹)	800 000
绕组节距 α_y /rad	$\pi/9$	永磁体相对磁导率 μ_m	1.099 778
极弧系数 α_p	0.9	永磁体电导率 σ_m /(S·m ⁻¹)	625 000
永磁体分段数 s	2		

2.2 收敛性分析

由第一节公式可知,定子绕组磁动势引起的涡流损耗由无穷个谐波损耗构成,该无穷级数是收敛的。转子涡流损耗收敛过程如图3所示。

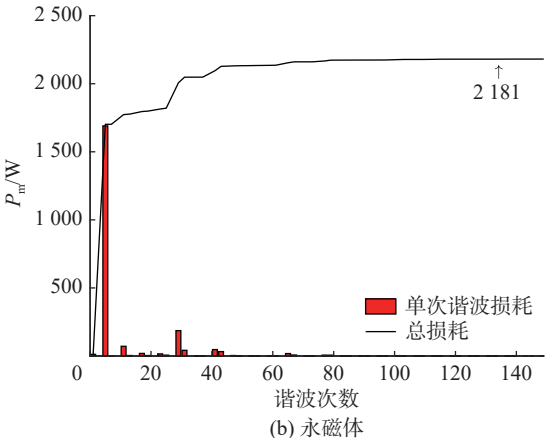
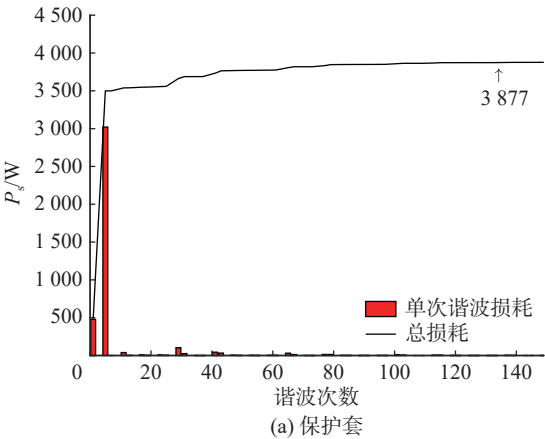


图3 转子涡流损耗收敛曲线

表2 保护套中各次谐波平均涡流损耗

Tab.2 Average eddy current loss of each harmonic in retaining sleeve

谐波次数	P_s/W	谐波次数	P_s/W	谐波次数	P_s/W
-1	478.7	29	103.7	-55	0.9
5	3 020.6	-31	25.3	59	1.8
-7	0.0	35	0.2	-61	1.6
11	39.1	-37	0.1	65	30.8
-13	1.7	41	43.9	-67	12.7
17	7.8	-43	32.0	71	0.1
-19	1.4	47	3.9	-73	0.0
23	6.8	-49	1.4	...	...
-25	2.9	53	1.5	149	0.8

表3 永磁体中各次谐波平均涡流损耗

Tab.3 Average eddy current loss of each harmonic in permanent magnet

谐波次数	P_m/W	谐波次数	P_m/W	谐波次数	P_m/W
-1	11.9	29	186.2	-55	0.6
5	1 690.2	-31	41.5	59	1.2
-7	0.0	35	0.3	-61	1.0
11	71.1	-37	0.1	65	17.8
-13	3.5	41	47.0	-67	7.0
17	18.8	-43	32.1	71	0.0
-19	3.4	47	3.4	-73	0.0
23	15.2	-49	1.1	...	...
-25	6.1	53	1.2	149	0.1

保护套和永磁体中,各次谐波损耗的详细数据见表2和表3。

由表2和表3可以看出,对于表1中的电机,前149次谐波转子涡流损耗已基本完成收敛,故设定计算谐波次数为前149次。

2.3 精度分析

使用时步有限元计算表1中的电机,作为对比,计算文献[13]中的虚拟电流片模型。3种模型的转子涡流损耗对比见图4。

如图4所示,两种解析模型的永磁体和保护套的平均涡流损耗结果与有限元结果基本吻合。

为验证不同永磁体分段数s下的涡流损耗结果精度,忽略表1电机模型中的保护套,其余参数同上,此时与有限元结果的对比见图5。

由图5可以看出,不同永磁体分段数s下的永

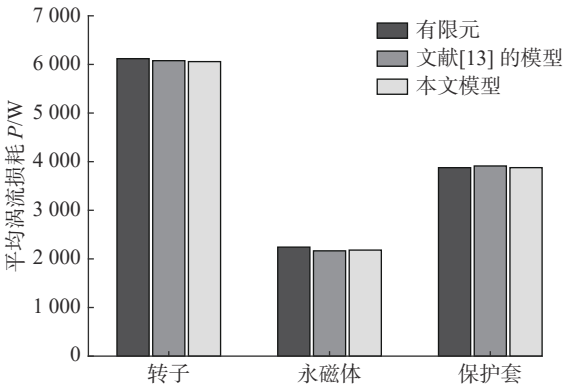


图4 转子涡流损耗对比

Fig.4 Comparison of rotor eddy current loss

磁体平均涡流损耗结果与有限元结果基本吻合。

需要说明的是,文献[13]在计算永磁体层磁场时,为了避免考虑周向材料的不连续性,将永

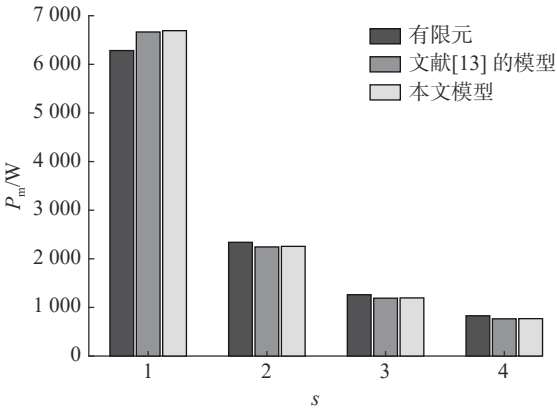


图5 不同分段数下的永磁体涡流损耗

Fig. 5 Eddy current loss of permanent magnet under different segment numbers

磁体层统一简化成单一的气隙层。而后为了考虑涡流反应，文献 [13] 又将永磁体电密在厚度上积分成永磁体层顶部的电流片。而本文模型则用傅里叶分解考虑了电导率的阶跃函数，并将电密积分为零的条件统一放到一个场控制方程里。相比文献 [13]，本文模型不仅更易理解，计算过程也简化了很多。

使用本文解析模型计算结果，绘制表 1 电机永磁体层中的感应涡流电密图，见图 6。可以看出，每个磁钢块段中的涡流电密的积分为零。

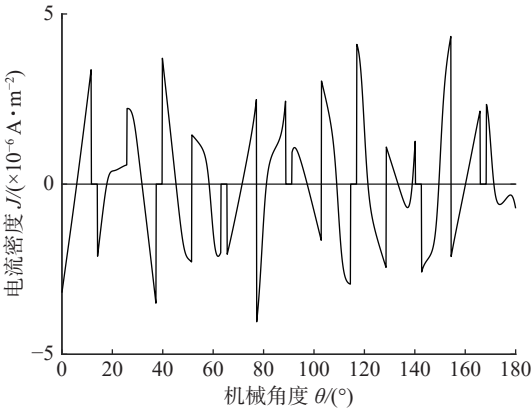


图6 永磁体层中的涡流电密

Fig.6 Eddy current density in permanent magnet layer

2.4 影响因素分析

使用本文模型忽略保护套，研究定子绕组节距 α_y 和永磁体极弧系数 α_p 对永磁体涡流损耗的影响。 α_y 的取值范围为 $[8^\circ, 22^\circ]$ ， α_p 的取值范围为 $[0.5, 0.9]$ 。

定子绕组节距和永磁体极弧系数示意图见图 7。永磁体周向分段示意图见图 8。

对于上述范围的绕组节距 α_y 和极弧系数 α_p ，

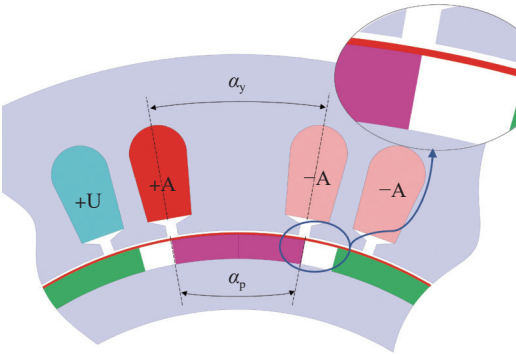


图7 绕组节距和极弧系数示意图

Fig. 7 Schematic diagram of winding pitch and pole arc coefficient

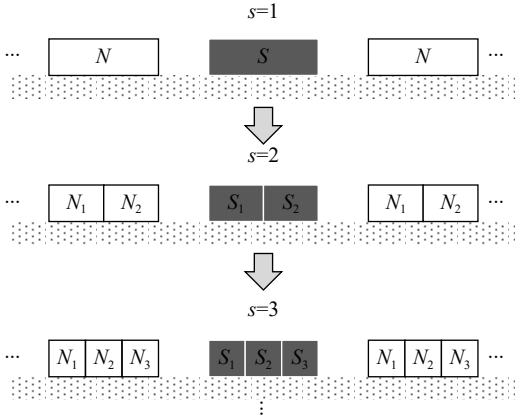


图8 永磁体周向分段示意图

Fig. 8 Circumferential segmentation diagram of permanent magnet

作永磁体平均涡流损耗的响应面。其中为了显示每极永磁体分段数 s 的影响，共作 4 个响应面，如图 9 所示。可以看出，提高永磁体分段数不仅减小响应面的大小，还会影响响应面分布，例如绕组节距对永磁体平均涡流损耗的影响减弱。

3 结 论

本文首先推导一种计算表贴式永磁同步电机涡流损耗的解析模型，包括气隙、保护套和永磁体的 3 层计算域，考虑了涡流反应、6 相绕组激励的各次时空谐波。优点在于将永磁体分段纳入模型进行计算，并通过忽略次要的空间谐波而将计算模型大幅简化，计算效率大幅提升。

对于得到的涡流损耗无穷级数，首先进行收敛性分析，减小截断误差的同时提高了计算效率。为了验证本文解析模型的精度，将时步有限元结果、其他同类型解析法结果和本文模型结果，分别进行对比。可知本文模型满足一定的

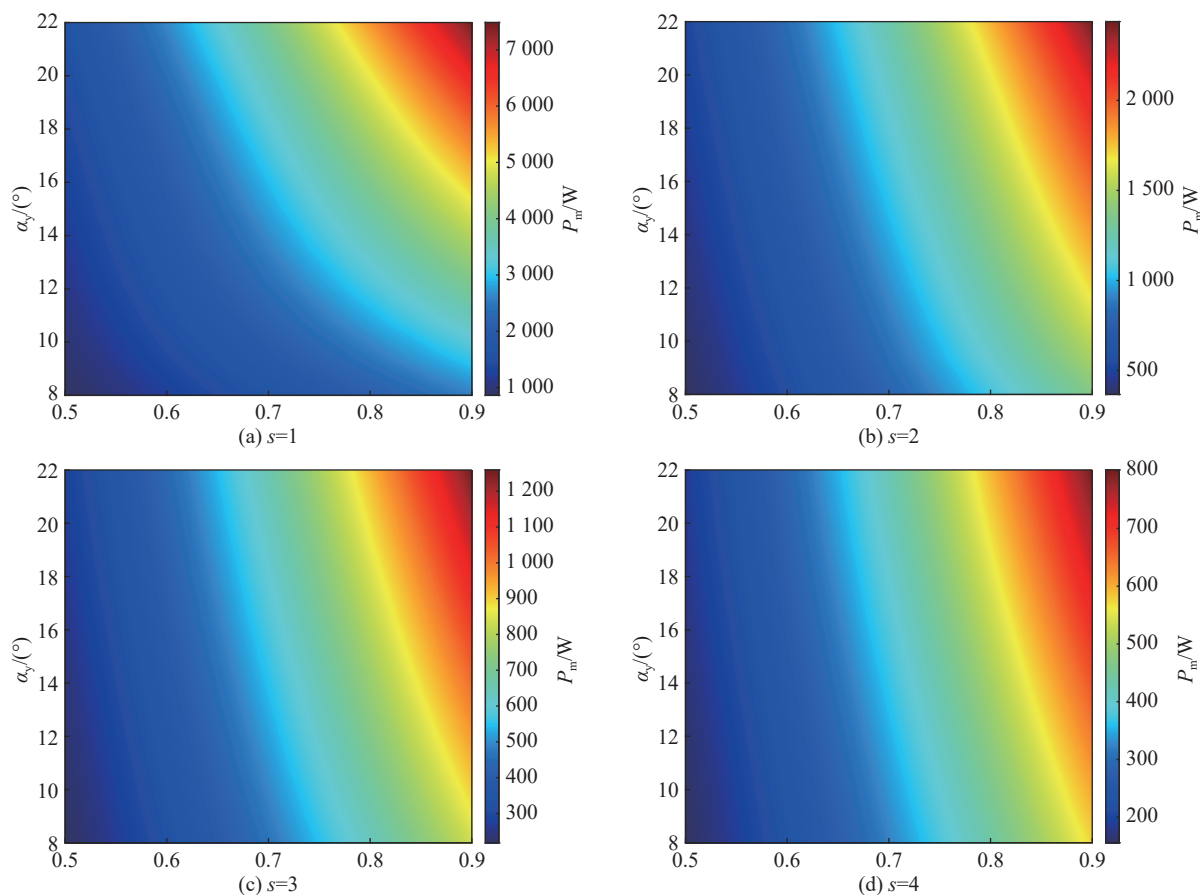


图 9 不同永磁体分段数下涡流损耗响应面

Fig.9 Response surface of eddy current loss under different segments of permanent magnet

精度。

最后利用本文解析模型,得到了不同永磁体分段数下,涡流损耗关于永磁体极弧系数和定子绕组节距这两个结构尺寸参数的响应面。相比有限元法,本文解析模型可以快速地得到涡流损耗关于输入电参数或结构尺寸设计参数的响应面,可作为电机设计和优化方案的理论依据和数学模型,具有很强的工程实用价值。

当然,本文模型有一定的简化处理,比如忽略了曲率、定子开槽等。后续研究可以考虑通过对场量进行修正或采用精确子域法来充分考虑。

参考文献:

- [1] ZHANG Z M, DENG Z Q, GU C, et al. Reduction of rotor harmonic eddy-current loss of high-speed PM BLDC motors by using a split-phase winding method[J]. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2019, 34(3): 1593–1602.
- [2] HUANG X Y, ZHU M C, CHEN W, et al. Dynamic reluctance mesh modeling and losses evaluation of

permanent magnet traction motor[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2017, 53(6): 8102804.

- [3] JANG G H, KOO M M, KIM J M, et al. Analysis of eddy current loss in permanent magnet linear synchronous generator considering tapped holes in movers using semi-3-D analytical method[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2017, 53(11): 8210205.
- [4] 孙权贵. 高速永磁电机转子涡流损耗分析计算 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2018.
- [5] 唐任远, 陈萍, 佟文明, 等. 考虑涡流反作用的永磁体涡流损耗解析计算 [J]. *电工技术学报*, 2015, 30(24): 1–10.
- [6] 沈建新, 韩婷, 尧磊, 等. 提高永磁体电阻率对降低高速永磁交流电机转子涡流损耗的有效性分析 (英文)[J]. *电工技术学报*, 2020, 35(9): 2074–2078.
- [7] 张忠明, 邓智泉, 孙权贵, 等. 铜屏蔽层对高速永磁无刷直流电机转子涡流损耗和应力的影响分析 [J]. *中国电机工程学报*, 2018, 38(8): 2476–2486.
- [8] CASTAGNARO E, BERARDI G, BIANCHI N. A rapid estimation of the rotor losses in high speed synchronous PM machines[C]//2018 IEEE 18th International Power Electronics and Motion Control Conference (PEMC). Budapest: IEEE, 2018: 477–482.

- [9] DESVAUX M, SIRE S, HLIOUI S, et al. Development of a hybrid analytical model for a fast computation of magnetic losses and optimization of coaxial magnetic gears[J]. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2019, 34(1): 25–35.
- [10] CHEN L, WANG J B, NAIR S S. An analytical method for predicting 3-D eddy current loss in permanent magnet machines based on generalized image theory[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2016, 52(6): 8103311.
- [11] NAIR S S, WANG J B, CHEN L, et al. Prediction of 3-D high-frequency eddy current loss in rotor magnets of SPM machines[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2016, 52(9): 8107910.
- [12] DE LA BARRIERE O, HLIOUI S, BEN AHMED H, et al. An analytical model for the computation of no-load eddy-current losses in the rotor of a permanent magnet synchronous machine[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2016, 52(6): 8103813.
- [13] NUSCHELER R. Two-dimensional analytical model for eddy-current loss calculation in the magnets and solid rotor yokes of permanent magnet synchronous machines[C]//18th International Conference on Electrical Machines. Vilamoura: IEEE, 2008: 1–6.
- [14] NUSCHELER R. Two-dimensional analytical model for eddy-current rotor loss calculation of PMS machines with concentrated stator windings and a conductive shield for the magnets[C]//The XIX International Conference on Electrical Machines. Rome: IEEE, 2010: 1–6.
- [15] CHIODETTO N, BIANCHI N, ALBERTI L. Improved analytical estimation of rotor losses in high-speed surface-mounted pm synchronous machines[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2017, 53(4): 3548–3556.
- [16] 郑萍, 雷雨, 吴帆, 等. 电动汽车用六相永磁容错电机的分析和设计[J]. *电机与控制学报*, 2013, 17(6): 29–36.

(编辑: 董 伟)

[上接第 439 页]

- [46] ŞENSOY A T, KAYMAZ I, ERTAŞ Ü. Development of particle swarm and topology optimization-based modeling for mandibular distractor plates[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2020, 53: 100645.
- [47] LI C H, WU C H, LIN C L. Design of a patient-specific mandible reconstruction implant with dental prosthesis for metal 3D printing using integrated weighted topology optimization and finite element analysis[J]. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 2020, 105: 103700.
- [48] ZHANG H, TAKEZAWA A, DING X H, et al. Robust topology optimization of biodegradable composite structures under uncertain degradation rates[J]. *Composite Structures*, 2022, 291: 115593.
- [49] SAWATARI Y, MARWAN H, ALOTAIBI F, et al. The use of three-dimensional strut plates for the management of mandibular angle fractures: a retrospective analysis of 222 patients[J]. *International Journal of Oral and Maxillofacial Surgery*, 2016, 45(11): 1410–1417.
- [50] LOU W G, XU D, LI M, et al. The treatment of distal clavicle fracture with the hook plate of multiple hook angles —a prospective study[J]. *Asian Journal of Surgery*, 2022, 45(2): 812–813.
- [51] MADEY S M, TSAI S, FITZPATRICK D C, et al. Dynamic fixation of humeral shaft fractures using active locking plates: a prospective observational study[J]. *The Iowa Orthopaedic Journal*, 2017, 37: 1–10.
- [52] BONI G, PIRES R E, SANCHEZ G T, et al. Use of a stainless steel locking calcaneal plate for quadrilateral plate buttress in the treatment of acetabular fractures[J]. *European Journal of Orthopaedic Surgery & Traumatology*, 2019, 29(5): 1141–1145.

(编辑: 丁红艺)