

基于磁定位技术的冲击侵彻尺度的测量

刘东阳¹, 李然¹, 陈泉¹, 李一鸣², 孙其诚³, 杨晖^{1,2}

(1. 上海理工大学 光电信息与计算机工程学院, 上海 200093; 2. 上海健康医学院 医疗器械学院, 上海 201318; 3. 清华大学 水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084)

摘要: 在小天体的探测任务中, 探测器需要应对小行星表面特殊的风化层地貌环境。而人们目前对于风化层与探测器间的多尺度、强非线性的复杂动力学行为认知尚不充分, 且对于撞击侵彻参数的测量缺乏合适的方法。为了掌握着陆过程中探测器的侵彻尺度关系, 提出了一种实验室环境下基于磁偶极子模型的撞击动力学测量系统, 通过迭代标定和 GA-LM 最优化算法提高了定位精度。将其应用于斜坡的撞击实验中, 测量了撞击过程中撞击物 2 个方向的侵彻深度数据。结果表明: 通过迭代标定算法和 GA-LM 算法平均提高了三轴 31% 的定位精度, 使得最终的单轴定位误差小于 3 mm; 撞击斜坡过程中存在 Y 方向垂直穿透和 Z 方向横向滑动两种侵彻过程。Y 方向的垂直穿透与下落高度符合 1/3 的幂律关系, 而 Z 方向的滑动位移的标度规律并不稳定, 原因是存在颗粒层崩塌的影响, 并使得该位移与下落高度呈现非线性增加特征。

关键词: 风化层; 磁偶极子模型; 最优化算法; 撞击动力学; 侵彻深度

中图分类号: P 4 **文献标志码:** A

Measurement of the impact penetration scale using magnetic positioning technology

LIU Dongyang¹, LI Ran¹, CHEN Quan¹, LI Yiming², SUN Qicheng³, YANG Hui^{1,2}

(1. School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China; 2. School of Medical Instruments, Shanghai University of Medicine & Health Sciences, Shanghai 201318, China; 3. State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: In the exploration mission of the small celestial bodies, the detectors should contend with the unique landform environment of the weathered layer on the planet's surface. However, the multi scale and highly nonlinear complex dynamics between the weathering layer and detectors remained insufficient. Furthermore, the measurement of the impact parameters for detector penetration lacked an appropriate experimental method. To comprehend the penetration scale relationship of the detector during the landing process, a laboratory impact dynamics measurement system based on the magnetic dipole model was proposed. The system's location accuracy was improved through the iterative

收稿日期: 2023-04-03

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(12072200); 上海市自然科学基金资助项目(20ZR1438800)

第一作者: 刘东阳(1998-), 男, 硕士研究生, 研究方向: 颗粒流测量技术. E-mail: liudy354969@163.com

通信作者: 杨晖(1981-), 男, 教授, 研究方向: 颗粒流测试技术与仪器、生物医学检测技术.

E-mail: yangh_23@sumhs.edu.cn

calibration algorithms and GA-LM optimization algorithm. By applying to the impact experiment on a slope, the penetration depth data in two directions of the impact object was measured. The results show that the iterative calibration algorithm and GA-LM algorithm increased the positioning accuracy of the three axes by an average of 31%, resulting in a final single-axis positioning error of less than 3 mm. Two types of penetration processes under the impact on the slope was revealed, which were the vertical penetration in the Y -direction and the lateral sliding in the Z -direction. The Y -direction vertical penetration followed a power-law relationship with a falling height of $1/3$, while the scaling law of the Z -direction sliding displacement was unstable due to the influence of particle layer collapse, resulting in the nonlinear increase in the displacement and falling height.

Keywords: *weathering layer; magnetic dipole model; optimization algorithm; impact dynamics; penetration depth*

近年来, 对于小天体的探测引起广泛的关注, 大量天文观测与深空探测数据表明, 小天体表面覆盖着由细致、疏松颗粒构成的厚厚的风化层^[1-3]。在探测任务中, 着陆器在抵达接触、跳跃巡视及地质采样等过程中, 都需要与小天体表面活跃的颗粒风化层相互作用, 而对于撞击条件下颗粒体系间的接触特性迄今为止尚无完备的理论描述, 已经导致多次探测任务的失败^[4-5]。因此, 对于颗粒体系碰撞动力学机理的深入研究是小天体接触探测任务的前提和基础。

最近的一些实验指出, 低速撞击在许多动力学标度规律上与高速撞击具有相似的结论^[6-7], 因此, 实验室环境下的撞击结果具有重要的参考价值。近 20 年来, 人们针对颗粒体系撞击动力学研究取得了显著的进展, 得出了一些经验动力学模型。Katsuragi 等^[8]提出的冲击模型得到了广泛的认可和关注, 他们的实验表明, 在撞击过程中, 颗粒体系向撞击物施加的力主要包括一个与速度有关的惯性阻力和一个与穿透深度有关的库伦摩擦力, 而在穿透过程中, 这 2 种力的作用大小在时间上存在先后关系, 而撞击产生的穿透深度 d 与下落高度 H 、撞击物密度 ρ_b 、直径 D_b 呈现 $d \sim H^{1/3} \rho_b^{1/2} D_b^{2/3}$ 的关系。他们的模型验证了垂直撞击这种简单的撞击模式。然而在现实中, 撞击物可能以一定的角度进行撞击, 致使撞击物产生更为复杂的运动和动力学标度规律。Wang 等^[9]通过二维颗粒层的倾斜撞击仿真实验发现, 弹丸的最终穿透深度与撞击初速度之间的关系与垂直撞击情况非常相似, 但在不同的冲击角下, 撞击停止时间随撞击速度呈现不同的幂律关系, 并据此提出

了大冲击角时现象学动力模型。该模型准确地描述了斜向冲击过程中, 颗粒介质在不同冲击角度下对弹丸施加的阻力性质。Nishida 等^[10]研究了倾斜撞击下撞击物的运动模式, 发现在倾斜撞击过程中撞击物随着撞击角度的变化会产生穿透、反弹和水平滑动 3 种类型的运动, 并提出了一个与密度直径比有关的临界穿透角。上述模型很好地解释了垂直撞击和倾斜撞击方式下的弹丸动力学标度规律。但是, 实验结果仅仅适用于平坦的水平颗粒床, 对于复杂的地形, 如斜坡地貌, 对弹丸动力学的描述需要考虑如崩塌、地形重塑等因素额外附加的影响^[11], 需要进一步开展实验进行分析。

在低速撞击实验中, 为了实现对于撞击过程中弹丸的运动追踪, 应用了一些新的测量方法。基于图像的颗粒运动检测是最常用的方法之一^[12-14]。该方法具有灵敏度高、可靠性高和结果直观等优点, 但在撞击实验中对于撞击物侵彻在颗粒床内这种情况并不适用。在撞击物内安置加速度计可以实现单个示踪颗粒的速度、位移测量^[15-16], 该方法可以很好地应用于撞击实验中, 然而在时间上易引入大量误差。另一种无接触测量方法是 X 射线标记法^[17], 这种方法适用于三维颗粒流的轨迹测量, 但具有分辨率低、存在放射性和重建周期长的缺点。由此可见, 对于撞击颗粒床实验, 目前缺乏一种无接触、高精度、低成本的测量方法, 以实现弹丸位置的精确追踪。

本文提出了一种基于磁偶极子模型的定位方法, 用以测量撞击实验过程中撞击物的位移参数。并进行了硬件系统的搭建, 通过迭代标定方

法大大减少了实际安装过程中的误差，并最终通过 GA-LM 算法对含有位置信息的超参数方程进行求解。测试表明，该方法在撞击实验中具有良好的定位精度。在实际撞击实验中测量获得了 2 个方向的侵彻深度数据，分析得到了低速撞击斜坡过程中 2 个方向的侵彻尺度规律。

1 实验方法

1.1 实验装置

实验装置如图 1 所示，颗粒床介质为平均直径 1 mm 的黑色电镀玻璃微珠，密度为 2 500 kg/m³。以略低于该颗粒最大堆积角的角度将颗粒堆积为

倾斜坡体，坡体的长、宽、高分别为 270，200，400 mm。堆积密度约为 2.46 g/cm³，体积分数约为 0.6。承载坡体的容器的长度、宽度和高度分别为 400，400，300 mm。采用自由落体的方式对坡体进行撞击，通过改变释放高度调整撞击初速度。撞击点位于距斜坡顶点 1/3 处。撞击物为直径 44，30 mm 的聚乙烯空心小球，中心处放置了一个高度和直径均为 8 mm 的磁体，同时填充了一定数量的 304 钢片。形成 3 种不同密度或直径的撞击小球，3 枚撞击小球参数如表 1 所示。同时坡体旁安装了由 6 个磁传感器构成的磁传感阵列，撞击过程中的各个磁传感器测量的磁场变化数值通过 USB 线缆传输至计算机。

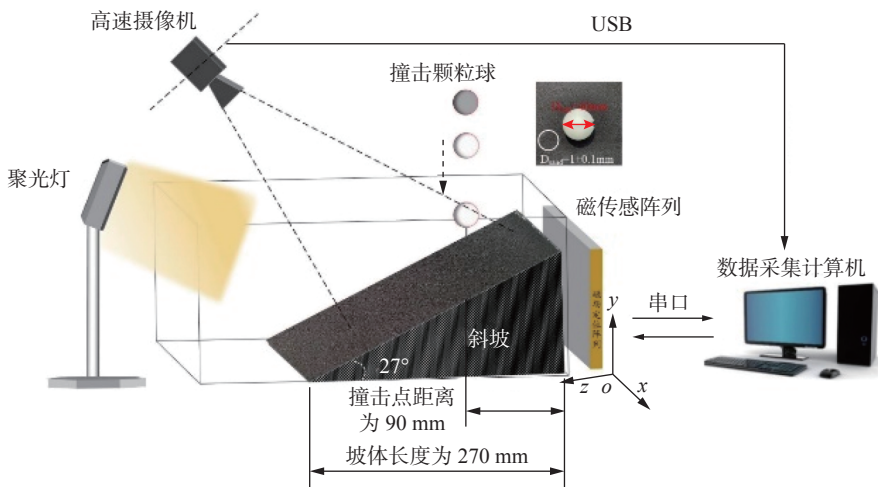


图 1 实验装置图
Fig.1 Schematic of the experimental setup

表 1 3 个撞击球参数
Tab.1 Parameters of three impact ball

编号	密度×10 ³ /(g·mm ⁻³)	直径/mm
1	0.360	30
2	0.360	44
3	0.299	44

1.2 磁定位技术原理

1.2.1 磁偶极子模型

如图 2 所示，长度为 L 、直径为 b 的径向磁化的圆柱形磁体，其上下表面被均匀磁化，且磁场强度 $M=M_0$ 。设 P 为坐标系内任意一点 $Q(x_l, y_l, z_l)(l=1, 2, \cdots, 6)$ 相对于磁体位置 $G(a, b, c)^T$ 的距离向量，则 P 点的磁通密度^[18-19]

$$B=B_T\left(\frac{3(H_0\cdot P)P}{R_l^5}-\frac{H_0}{R_l^3}\right)\tag{1}$$

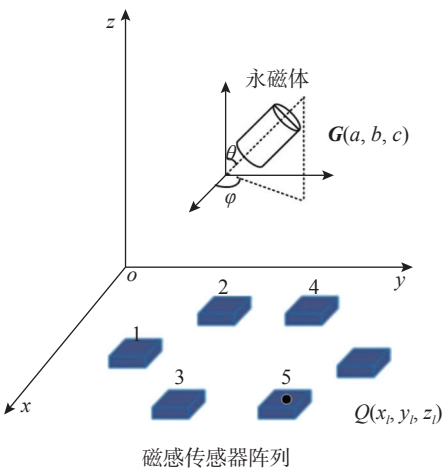


图 2 实验室参考坐标系下磁偶极子模型
Fig.2 Magnetic dipole model in laboratory reference coordinate system

式中： B_T 为无量纲参数； $B_T=\frac{\mu_r\mu_0\pi b^2LM_0}{4\pi}$ ； μ_r 为

介质的相对磁导率; μ_0 为真空磁导率; $\mathbf{H}_0 = (m, n, p)^T$ 为磁体磁化的归一化方向向量。

将 B_T 展开为 3 个方向的标量形式:

$$\begin{aligned} B_{lx} &= B_T \left\{ \frac{3[m(x_l - a) + n(y_l - b) + p(z_l - c)](x_l - a)}{R_l^5} - \frac{m}{R_l^3} \right\} \\ B_{ly} &= B_T \left\{ \frac{3[m(x_l - a) + n(y_l - b) + p(z_l - c)](y_l - b)}{R_l^5} - \frac{n}{R_l^3} \right\} \\ B_{lz} &= B_T \left\{ \frac{3[m(x_l - a) + n(y_l - b) + p(z_l - c)](z_l - c)}{R_l^5} - \frac{p}{R_l^3} \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

$$R_l = \sqrt{(x_l - a)^2 + (y_l - b)^2 + (z_l - c)^2}$$

在 6 个磁传感阵列中, 第 l 个磁传感器位置 $\mathbf{Q}(x_l, y_l, z_l)^T$ 的磁通密度为

$$\mathbf{B}_l = B_{lx}\mathbf{i} + B_{ly}\mathbf{j} + B_{lz}\mathbf{k}, \quad l = 1, 2, \dots, 6 \quad (3)$$

式 (3) 中存在 6 个需要求解的变量, 分别为磁体的位置 $\mathbf{G}(a, b, c)$ 及磁体的归一化方向向量 $\mathbf{H}_0(m, n, p)$ 。为了实现对磁体位置的定向和定位, 可采用线性算法^[18] 和非线性算法^[19] 两种求解方式。线性算法可以通过矩阵变换快速求解, 但其对噪声过于敏感, 通常采用非线性算法。

1.2.2 GA-LM 最优化算法

LM 算法 (Levenberg-Marquardt algorithm) 是一种非线性最小二乘法优化算法, 其特点是既具有梯度下降法的快速性质, 又具有牛顿法的收敛性能^[20]。在 LM 算法中, 首先需要定义一个目标函数, 即需要优化的函数; 然后通过不断迭代, 使得目标函数的值不断减小, 直到达到一个满意的结果为止。在第 $n+1$ 次迭代过程中, LM 算法的迭代公式为

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n - [\mathbf{J}_f^T \mathbf{J}_f + \mu \text{diag}[\mathbf{H}]]^{-1} \mathbf{J}_f^T f(\mathbf{x}_n) \quad (4)$$

式中: $\mathbf{J}$ 为残差函数的雅可比矩阵; $\mathbf{H}$ 为残差函数的海森矩阵; $f(\mathbf{x}_n)$ 为残差函数; μ 为阻尼因子, 且 $\mu > 0$, 这样能保证系数矩阵正定, 从而确保迭代的下降方向。

当 μ 很大时, 退化为梯度下降法; 而当 μ 很小时, 退化为高斯牛顿法, 从而使得接近解时快速收敛^[21]。

LM 算法相对于其他非线性最小二乘法, 具有收敛速度快、收敛稳定性好等优点。但是, 对初值比较敏感, 由于该定位方法的测量范围较小,

因此, 当初值选择不合理时会导致定位误差较大^[22]。而遗传算法 (genetic algorithm, GA) 基于生物种群遗传交叉变异原理, 其求解不需要初值, 但是, 其迭代次数多、进化收敛时间慢^[23-24]。因此, 本文通过 GA 算法为 LM 算法提供计算初值, 使得 LM 算法快速收敛并提高求解精度。

采用 GA-LM 算法求解磁体位置的步骤如下:

a. 建立待求解的数学模型。对于一个确定的参考坐标系中的一个平面内布置若干个磁传感器, 第 l 个磁传感器位置处的理论磁通密度值 B_{lx} , B_{ly} , B_{lz} 可以通过式 (2) 计算得到, 同时该处的磁传感器实际测得的磁通密度值分别为 B'_{lx} , B'_{ly} , B'_{lz} 。

b. 定义目标误差函数

$$E_x = \min \sum_{i=1}^6 \left[(B'_{lx} - B_{lx})^2 + (B'_{ly} - B_{ly})^2 + (B'_{lz} - B_{lz})^2 \right] \quad (5)$$

c. 采用 GA 算法对误差函数进行一次迭代求解。

d. 利用 GA 算法求得的结果为 LM 算法提供初始位置数值, 对误差函数进行迭代求解。当 x_n 的变化小于设定的阈值或迭代达到最大次数时, 退出循环, 将此次迭代结果作为下个测量点的初始值, 并重复步骤 d。

2 测量系统及标定

2.1 硬件设计

图 3 为磁传感阵列的硬件组成, STM32F103 单片机作为主控, 系统共采用了 6 枚 RM3100 磁传感器, 该传感器具有精度高、温漂小等优点。为提高采样速率, 传感器通过双路 SPI 总线挂接,

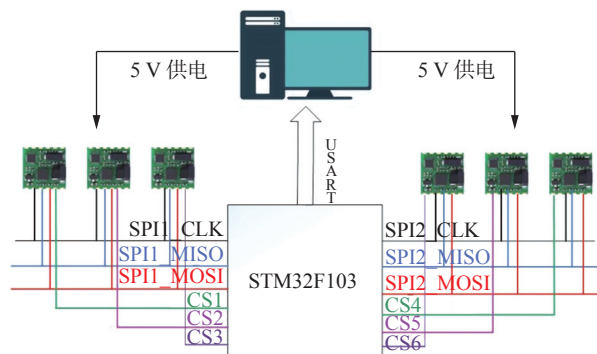


图 3 系统硬件设计图

Fig. 3 System hardware design

通过时分复用方式使得总体采样速率达到了 200 Hz。采集的磁场数据通过串口传输到计算机。

系统首先被搭建在标准定位板上进行测试，同时磁体被安装在空心小球内，并通过若干 304 钢片配重。测试实验显示 304 钢片几乎不会对定位结果产生影响。理论上，磁传感器的采集精度越高，求解的位置越准确，但实际安装中存在误差，因此，需要对存在的误差进行校正。

2.2 误差模型及标定

在理论模型中，所有磁传感器的三轴安装方向需要保持一致，且同一个磁传感器的安装也需要完全贴合水平面，否则会导致正交磁场方向与传感器的指示方向不一致，从而造成方向误差。此外，磁传感器的三轴霍尔元件对于磁场的灵敏度也不完全一致，存在灵敏度误差。该 2 种误差构成了系统的主要误差来源，因此，系统误差模型可表示为

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{M} \times \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{B}' \tag{6}$$

式中： $\boldsymbol{B}$ 、 $\boldsymbol{B}'$ 分别为理论和实际磁场密度数值矩阵； $\boldsymbol{M}$ 为方向误差矩阵； $\boldsymbol{k}$ 为灵敏度误差矩阵。

由于采用了三轴磁传感器，因此，式 (6) 可以展开为以下形式：

$$\begin{bmatrix} B_{lx} \\ B_{ly} \\ B_{lz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & \beta_x & \gamma_x \\ \alpha_y & \beta_y & \gamma_y \\ \alpha_z & \beta_z & \gamma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} B'_{lx} \\ B'_{ly} \\ B'_{lz} \end{bmatrix} \tag{7}$$

式中： α, β, γ 分别为传感器三轴的方向误差； k_x, k_y, k_z 为传感器的三轴灵敏度。

对于式 (7) 需要计算出方向误差矩阵 $\boldsymbol{M}$ 和灵敏度误差矩阵 $\boldsymbol{k}$ ，为此通过一个标准定位平台对系统进行标定。通过平台上的刻度可以精确地测得永磁体的位置及磁传感器的位置，如图 4 所示。通过式 (2) 计算出各个传感器的理论数值， N 次改变磁体的位置，代入测量结果，式 (5) 变为

$$\min \sum_{i=1}^N (\boldsymbol{B}_i - \boldsymbol{M} \times \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{B}'_i) \tag{8}$$

式 (8) 依然是最小二乘最优化问题，可以通过上述的最优化算法标定出 $\boldsymbol{M}$ 、 $\boldsymbol{k}$ 这 2 个误差矩阵^[25]。

共选取 120 组不同磁体的位置，对 6 个传感器的三轴进行标定，通过 10 次最优化迭代标定计算，传感器的各个参数趋向稳定，以 1 号传感器为例，其灵敏度矩阵 $\boldsymbol{k}_1$ 收敛于 [2.930 2 2.859 0

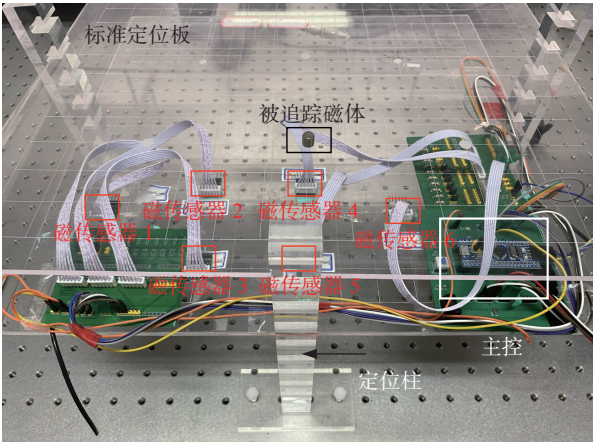


图 4 标准定位平台
Fig. 4 Standard positioning platform

3.064 6]，方向矩阵 $\boldsymbol{M}_1$ 收敛于：

$$\begin{bmatrix} 1.034\ 1 & -0.136\ 7 & 0.062\ 1 \\ 0.022\ 9 & 0.989\ 4 & 0.052\ 1 \\ -0.088\ 7 & -0.078\ 7 & 0.940\ 6 \end{bmatrix}$$

同时通过将标定后的参数代入式 (2)，并与理论值进行比较，如图 5 所示。实验结果显示，曲线拟合程度较好，2 条曲线误差小于 10%。

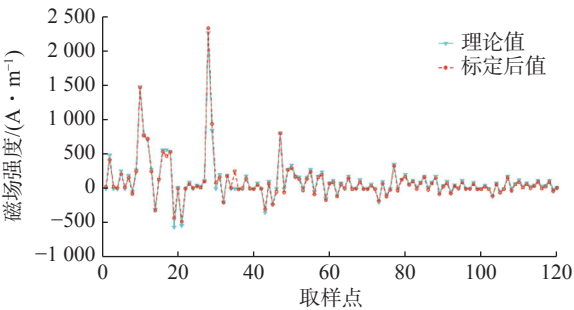


图 5 x 轴拟合后磁场值与实际值对比曲线
Fig.5 Comparison between magnetic field value and actual value after x-axis fitting

同理，得到 6 个传感器的误差参数后，在标准定位平台随机选取了 20 个点对比了标定前后的定位误差，误差对比曲线如图 6 所示。

经过 20 组随机测试，计算出标定前 x, y, z 方向的平均定位误差分别为 3.8, 3.6, 3.5 mm。

标定后三轴的定位误差分别为 3.0, 2.2, 2.3 mm。经过误差标定， x, y, z 这三轴的定位精度分别提高了 21%, 39%, 34%。经过测试可得该测量系统的主要参数如表 2 所示。

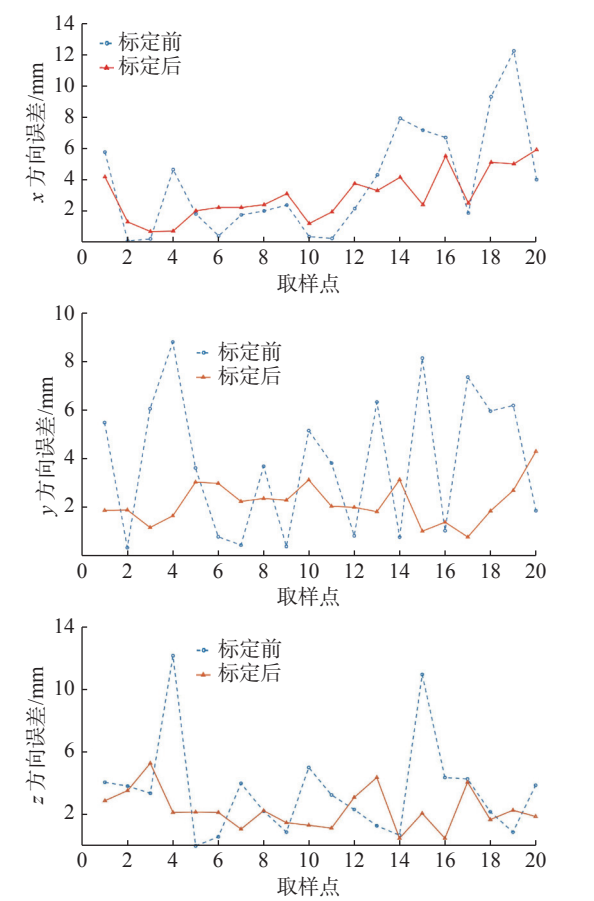


图 6 三轴标定前后定位误差对比

Fig. 6 Comparison of positioning errors before and after 3 axis calibration

表 2 磁定位测量系统主要参数

Tab.2 Parameters of magnetic positioning measurement system

参数	数值
三轴均方根误差/mm	2.5
三轴累计误差/mm	7.5
采样频率/Hz	200
有效测量范围/mm	300

3 撞击实验结果及分析

在撞击斜坡实验过程中,发现小球在从接触颗粒介质时刻 T_0 至完全停止 T_{end} 的过程中,存在 2 种形式的位移。如图 7 所示,一方面,由于垂直向下的重力,导致了 y 方向的垂直穿透深度;另一方面,由于颗粒介质施加的切向力的影响,产生了 z 方向的滑动距离。采用 3 种撞击小球,同时均匀选取了 300~1000 mm 间 8 个不同下落高度,每个高度进行 7 组重复性实验,对这 2 种位移大

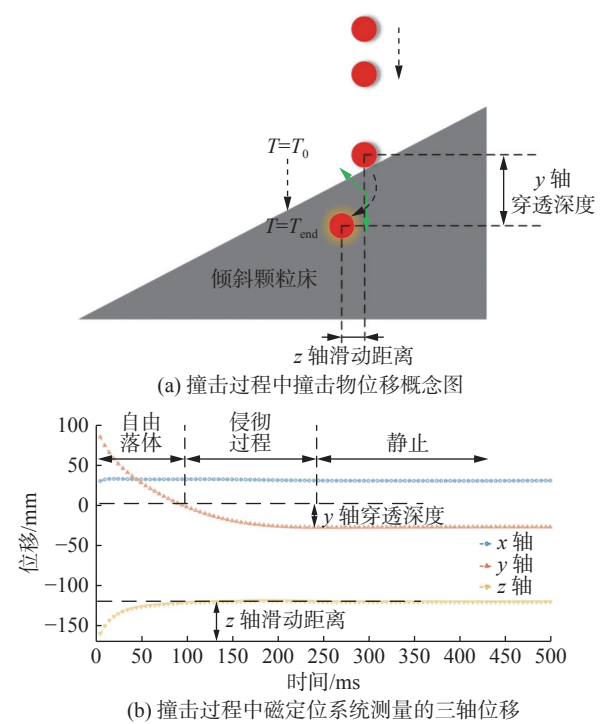


图 7 撞击斜坡过程中产生的两种位移

Fig. 7 Two types of displacement generated during impact on a slope

小进行了统计。

y 方向穿透深度距离与下落高度的关系如图 8 所示。通过曲线拟合,发现 3 条曲线在误差范围内 (± 0.04) 均符合 1/3 幂律关系,即 $d = kH^{1/3}$ 。 d 为穿透深度, H 为下落高度, $k = (d_0)^{2/3}$; d_0 为下落高度为 0 时的最小穿透深度。这与 Katsuragi 等^[8] 提出的冲击模型的结论是一致的,说明在垂直撞击斜坡颗粒床时的穿透幂律关系仍然符合经典的垂直冲击模型。同时发现,3 条曲线的 k 值不相同,分别为 7.0, 4.7 和 4.5。对于同一密度,最小穿透深度与直径具有明显的正相关性;且对于同一直径,最小穿透深度与密度也具有明显的正相关性。这说明对于特定的斜坡颗粒床,最小穿透深度 d 具有与撞击物密度和直径有关的特征值。从竖向来看,对于同一个下落高度,在相同的直径下,密度 ρ 越大,产生的穿透深度越大;而在相同密度下,直径 D 越大,产生的穿透深度越大。这从定性分析上符合垂直撞击模型^[8]: $d \propto \rho^{1/2} \propto D^{2/3}$ 。

z 轴方向的滑动距离随下落高度的关系曲线如图 9 所示,经过拟合,发现 3 条曲线随下落高度的幂律关系并不稳定,在 $d = kH^\alpha$ 拟合条件下, α 分别为 1.962, 1.3, 1.1416, 这说明 z 轴滑动距离的产生更加复杂。从总体上来说,横向滑动距离与

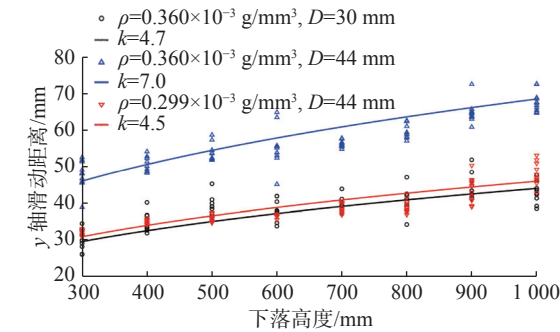


图 8 测量得到的 y 轴穿透深度与下落高度关系曲线

Fig. 8 Measurement of the penetration depth of the y -axis vs. falling height

垂直穿透深度距离相比小得多，特别是在较小的下落高度条件下。同时在 300~1000 mm 下落高度范围内，发现滑动距离随下落高度的增大而增大。注意到在同一下落高度下，密度较大的小球滑动的距离更远，与 y 方向的穿透深度情况完全不同。进一步分析发现， z 轴方向颗粒床产生了崩塌行为，这说明 z 轴方向的滑动距离受到了上坡崩塌颗粒床的推动，致使其幂律关系更加复杂。为了探究这种差异，计算了每个下落高度下 y, z 这 2 个方向产生的位移数值之比，结果如图 10 所示。

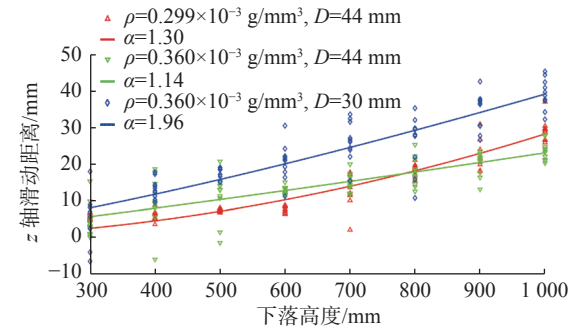


图 9 测量得到的 z 轴滑动距离与下落高度关系曲线

Fig.9 Measurement of z -axis sliding distance vs. falling height

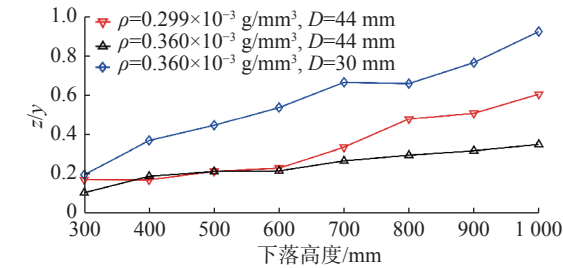


图 10 测量得到的 z/y 比值与下落高度 关系曲线

Fig.10 Measurement of z/y vs. falling height

从图 10 中可以发现，不同的下落高度， z/y 的比值并不是一个定值，而是随着下落高度的增加而增大。因此，若不考虑崩塌对 z 方向的影响，将

斜坡颗粒床视为刚体， y 方向与 z 方向的受力比值在任意初速度下应该为定值： $z/y = \tan \theta$ ，其中， θ 为斜坡堆积角度。2 个方向产生的位移也应是一个定值。事实上，从实验中观察到，随着下落高度的增加，崩塌的剧烈程度增大，应该建立合适的颗粒弹性、塑性流变模型，或者流变模型，来进一步对 z/y 随下落高度增大的现象进行论证。

4 结 论

采用磁场定位技术进行了了固体弹丸撞击斜坡实验，了解撞击过程中的垂直穿透及水平滑动与下落高度的幂律关系。搭建了磁场定位系统，通过迭代标定算法对误差模型进行修正，并基于 GA-LM 算法实现了单轴小于 3 mm 的定位误差。将系统应用于斜坡撞击实验，用以分析 y, z 这 2 个方向撞击过程中的侵彻幂律关系。

实验结果表明，迭代标定算法分别使得 x, y, z 三轴定位精度提高了 21%，39%，34%，通过 20 组随机实验显示，最终的三轴定位精度分别为 3.0，2.2，2.3 mm。采用的磁场定位系统在撞击中颗粒侵彻深度场景的测量精度较高，表明 y 方向产生的侵彻深度与下落高度仍然符合 1/3 的幂律关系，但在 z 方向的滑动距离与下落高度的幂律关系并不稳定，原因不仅与撞击物和颗粒床的性质有关，还与撞击后颗粒介质的崩塌驱动有关，导致 z 方向的滑动距离随着下落高度增加而非线性增大。本文的实验结果表明，需要建立合理的颗粒床力学变形模型来解释弹丸侵彻过程。

参考文献:

[1] WALSH K J, JAWIN E R, BALLOUZ R L, et al. Craters, boulders and regolith of (101955) Bennu indicative of an old and dynamic surface[J]. *Nature Geoscience*, 2019, 12(4): 242–246.

[2] VEVERKA J, THOMAS P C, ROBINSON M, et al. Imaging of small-scale features on 433 Eros from NEAR: evidence for a complex regolith[J]. *Science*, 2001, 292(5516): 484–488.

[3] SUGITA S, HONDA R, MOROTA T, et al. The geomorphology, color, and thermal properties of Ryugu: Implications for parent-body processes[J]. *Science*, 2019, 364(6437): eaaw0422.

[4] YANO H, KUBOTA T, MIYAMOTO H, et al. Touchdown of the Hayabusa spacecraft at the Muses Sea on Itokawa[J].

- [Science](#), 2006, 312(5778): 1350–1353.
- [5] BIELE J, ULAMEC S, MAIBAUM M, et al. The landing(s) of Philae and inferences about comet surface mechanical properties[J]. [Science](#), 2015, 349(6247): aaa9816.
- [6] UEHARA J S, AMBROSO M A, OJHA R P, et al. Low-speed impact craters in loose granular media[J]. [Physical Review Letters](#), 2003, 90(19): 194301.
- [7] WALSH A M, HOLLOWAY K E, HABDAS P, et al. Morphology and scaling of impact craters in granular media[J]. [Physical Review Letters](#), 2003, 91(10): 104301.
- [8] KATSURAGI H, DURIAN D J. Unified force law for granular impact cratering[J]. [Nature Physics](#), 2007, 3(6): 420–423.
- [9] WANG D M, YE X Y, ZHENG X J. The scaling and dynamics of a projectile obliquely impacting a granular medium[J]. [The European Physical Journal E](#), 2012, 35(1): 7–12.
- [10] NISHIDA M, OKUMURA M, TANAKA K. Effects of density ratio and diameter ratio on critical incident angles of projectiles impacting granular media[J]. [Granular Matter](#), 2010, 12(4): 337–344.
- [11] TAKIZAWA S, NIIYA H, TANABE T, et al. Impact-induced collapse of an inclined wet granular layer[J]. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 2019, 386–387: 8–13.
- [12] ADRIAN R J. Twenty years of particle image velocimetry[J]. [Experiments in Fluids](#), 2005, 39(2): 159–169.
- [13] AIZU Y, ASAKURA T. Principles and development of spatial filtering velocimetry[J]. [Applied Physics B](#), 1987, 43(4): 209–224.
- [14] 吕玮阁,冯珂,郑晓东.数码单反相机焦平面光电转换函数的测量及分析[J].*光学仪器*,2023,45(2):1-7.
- [15] JOUBAUD S, HOMAN T, GASTEUIL Y, et al. Forces encountered by a sphere during impact into sand[J]. [Physical Review E](#), 2014, 90(6): 060201.
- [16] ZHU Y H, YANG H, LI R, et al. Wireless detector for translational and rotational motion of spherical-particle flow[J]. [Powder Technology](#), 2020, 360: 882–889.
- [17] WANG Y J, LIU X, IM K S, et al. Ultrafast X-ray study of dense-liquid-jet flow dynamics using structure-tracking velocimetry[J]. [Nature Physics](#), 2008, 4(4): 305–309.
- [18] HU C, MENG M Q, MANDAL M. Efficient magnetic localization and orientation technique for capsule endoscopy[C]//*Proceedings of 2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Edmonton, AB, Canada: IEEE, 2005: 628–633.
- [19] HU C, MENG M Q H, MANDAL M. Efficient linear algorithm for magnetic localization and orientation in capsule endoscopy[C]//*Proceedings of 2005 IEEE Engineering in Medicine and Biology 27th Annual Conference*. Shanghai, China: IEEE, 2005: 7143–7146.
- [20] RANGANATHAN A. The levenberg-marquardt algorithm [J]. *Tutorial on LM Algorithm*, 2004, 11(1): 101–110.
- [21] SHAWASH J, SELVIAH D R. Real-time nonlinear parameter estimation using the Levenberg –Marquardt algorithm on field programmable gate arrays[J]. [IEEE Transactions on Industrial Electronics](#), 2013, 60(1): 170–176.
- [22] FAN J, ZENG J. A Levenberg–Marquardt algorithm with correction for singular system of nonlinear equations[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2019, 17: 9438–9446.
- [23] KATOCH S, CHAUHAN S S, KUMAR V. A review on genetic algorithm: past, present, and future[J]. [Multimedia Tools and Applications](#), 2021, 80(5): 8091–8126.
- [24] MIRJALILI S. Genetic algorithm[M]//MIRJALILI S. *Evolutionary Algorithms and Neural Networks: Theory and Applications*. Cham: Springer, 2019: 43–55.
- [25] 胡超,任宇鹏,王文虎,等.一种磁性目标定位跟踪系统的标定方法[J].*集成技术*,2014,3(5):85–96.

(编辑:石 瑛)