

基于分形理论的雷电冲击土体等离子体通道发展研究

饶平平¹, 王齐苘¹, 吴健²

(1. 上海理工大学 环境与建筑学院, 上海 200093; 2. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092)

摘要: 等离子体通道对岩土体破坏过程具有内动力作用, 针对雷电冲击岩土体后的等离子体通道发展进行研究, 从电击穿的角度构建岩土体击穿通道的随机概率模型, 采用拉普拉斯方程计算电场, 引入分形理论计算发展概率, 得到等离子体通道路径模拟图。采用盒维数法计算分形维数来反映等离子体通道发展情况, 分析了土体电阻率、雷电流幅值及内部电压降对分形维数的影响规律。结果表明: 随着土体电阻率增大, 分形维数逐渐减小; 随着雷电流幅值增大, 分形维数逐渐增大; 随着土体内部电压降增大, 分形维数逐渐增大, 且在土体电阻率越小时, 分形维数变化越显著。研究证明, 运用二维图像方式直观表现出岩土体内等离子体通道发展, 并利用分形几何定量描述岩土体内等离子体通道的发展规律, 有助于预测岩土体破坏过程的发展, 便于进一步研究岩土体电击穿的物理本质。

关键词: 等离子体通道; 电击穿; 拉普拉斯方程; 分形理论; 盒维数法

中图分类号: TU 45 **文献标志码:** A

Development of the plasma channels in lightning-impacted soil based on the fractal theory

RAO Pingping¹, WANG Qiqing¹, WU Jian²

(1. School of Environment and Architecture, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;
2. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The plasma channel has an internal dynamic effect on the breaking process of the geotechnical body. For the development of plasma channel of the geotechnical body after the lightning strikes, the stochastic probability model of the geotechnical body breakdown channel was constructed from the viewpoint of the electric breakdown. The electric field was calculated by the Laplace equation, and the development probability was calculated by introducing the fractal theory. Then the simulation diagram of the plasma channel trajectory was obtained. The fractal dimension was calculated by the box dimension method to reflect the development process of the plasma channel. The influence of soil resistivity, lightning current amplitude and internal voltage drop on the fractal dimension was analyzed.

The results showed that the fractal dimension decreased as the soil resistivity increased. With the increase of lightning current amplitude, the fractal dimension gradually increased, and the change of fractal dimension was more significant when the resistivity of soil was smaller. As the voltage drop inside the soil increased, the fractal dimension gradually increased. In this paper, the development of plasma channels within the geotechnical body was visualized by means of the two-dimensional images, and the development of plasma channels within the geotechnical body was quantitatively described by using fractal geometric relations, which can help predict the development law of the damage process of the geotechnical body and facilitates the physical nature of the electric breakdown of the geotechnical body.

Keywords: *plasma channel; electric breakdown; Laplace equation; fractal theory; box dimension method*

雷电对人类的社会活动与经济活动造成的危害促使越来越多的研究人员开展对于雷电灾害的研究^[1-3]。据中国气象局数据统计, 2012—2017年, 我国共发生 13057 起雷电灾害事故, 雷电灾害造成的直接经济损失约为 5.8 亿元^[4]。2019 年 4 月, 山西运城夏县尉郭村, 雷击造成地面出现长约 50 m、宽约 1 m 的裂缝, 导致裂缝两旁树木倾倒和附近房屋开裂(如图 1(a))^[5]。1996 年, 国际闪电研究和测试中心(ICLRT)在位于佛罗里达州布兰丁营地发现并开掘出一条由雷击引起的将近 5 m 的闪电熔岩路径(如图 1(b))^[6]。可见, 雷电流造成岩土体的破坏是雷电灾害的重要组成部分。揭示雷电流冲击土体的作用机理, 分析土体的雷电冲击特性对于防雷减灾具有重要意义。



(a) 山西运城雷击造成地面开裂 (b) 雷击岩土闪电熔岩路径

图 1 雷电冲击土体实例

Fig.1 Examples of the lightning striking soil

Andres 等^[7]指出电脉冲在放电过程中击穿矿体形成的等离子体通道会发生爆炸, 产生上升的冲击波, 使得矿体内部产生“内伤”导致矿物破碎。Chen 等^[8]通过野外观测、实验和理论分析, 对花岗岩遭受雷击后形成的闪电熔岩及熔化区域进行研究。Song 等^[9]采用有限单元法模拟雷击对埋地管道的损害影响。Charalambous 等^[10]基于实

际案例进行试验, 模拟雷电冲击电流通过埋地管道涂层缺陷进入管道内壁时, 土体击穿电离对埋地管道的破坏影响。雷击后等离子体通道膨胀产生的电、热及冲击波效应对周围介质会产生破坏。对于击穿过程, 根据等离子体通道的形成特点, 固体击穿模型可以分为电击穿、热击穿、电-机械击穿和局部放电击穿^[11]。已有充分的证据表明, 电介质的击穿表现出分形特征^[12-14]。其中, Yan 等^[14]在高压电脉冲处理无烟煤后利用电子显微镜等仪器分析了煤中微观裂纹的分形特征及等离子体通道膨胀现象。分形是指在局部和整体上具有自相似性的物质结构和规律。

土体在冲击电流作用下的击穿路径也具有分形特征^[15]。对于土体等离子体通道发展机理的研究, 电气工程学科的学者大多考虑接地装置作为雷电流的中间传导介质。Gao 等^[16]根据试验模拟了接地装置在受到雷电冲击后的散流击穿路径, 分析了接地极长度等对等离子体通道发展过程的影响。Luo 等^[17]通过试验和模拟研究了接地装置在连续冲击电流作用下等离子体通道的容积变化, 讨论了时间间隔对容积的影响。袁涛等^[18]采用 X 射线透射成像技术对接地导体散流路径进行快速成像, 并开展了影像特征量的分析研究。Zhu 等^[19]基于分形理论模拟了破岩钻井技术中高压电脉冲破岩时等离子体通道的发展, 讨论了击穿通道长度与脉冲发射器间隔、电压幅值等的影响。

上述击穿通道的各类分析中, 国内外学者大多关注于雷电冲击电介质形成等离子体通道后的损伤影响或接地装置的设置, 对于雷电直接冲击

土体造成的等离子体通道的发展研究较少。然而,有效描述等离子体通道的发展,有助于更准确地分析后续的电、热以及冲击效应对岩土体的破坏过程。本文基于分形理论,通过拉普拉斯方程计算空间电场,建立土体电击穿的随机概率模型。同时,利用盒维数法计算分形维数,在此基础上分析土体电性参数及雷电参数对等离子体通道发展的影响规律。

1 基本原理和计算模型

在等离子体通道发展过程中,电场分布是一个非常重要的影响因素。如果通道发展完全由电场分布来决定,则击穿将沿着直线方向向另一电极发展,而实际观察到的等离子体通道都具有分枝趋势的图形,这表明发展过程具有随机性。因此,本文采用了考虑由电场控制的确定性击穿影响与基于分形理论的随机性击穿影响相结合的方法进行预测模拟。

1.1 模拟雷击点的描述

假设土体为均匀性介质,图2描述了土体遭受雷击的内部变化情况。

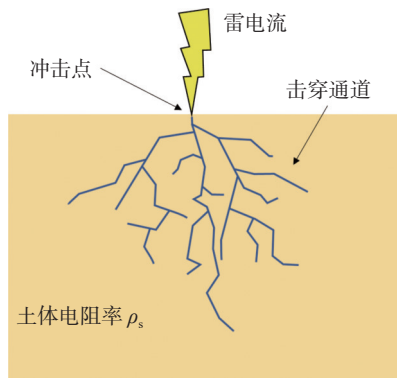


图2 等离子体通道示意图
Fig.2 Schematic diagram of plasma channels

建立一个由冲击点为源点的土体垂直平面的二维模型,如图3所示。假设等离子体通道在该平面内发展,根据实际案例^[20]以及关于定义域大小的多次模拟测试,将定义域的长宽设置为40 m×40 m。

1.2 电场模型的数学描述

计算土体内的电场分布是应用分形理论模拟土体在雷电流作用下放电过程的基础。雷击土体的过程中,当计算时间间隔非常短,雷电通道电

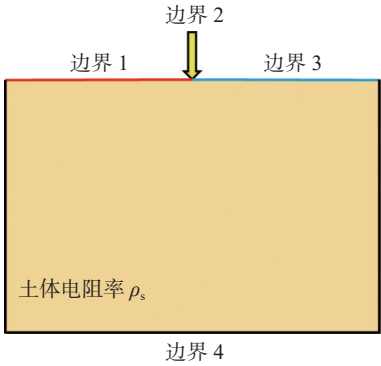


图3 电场计算的几何模型
Fig.3 Geometric models for the electric field calculation

荷在计算时间间隔内移动的距离对空间电场的影响可忽略时,雷电击穿通道中的电荷可视为静止不动,则可将雷击过程的空间动态电场简化为准静态场^[1]。电流在土体中的流散由电磁定律决定,冲击点引入土体中的电流密度以及电位梯度需要满足基本的电磁场方程以及相应的边界条件。

电流密度 J 的定义为

$$J = \sigma E \tag{1}$$

式中: σ 为电导率,是电阻率的倒数; E 为电场强度。

电场强度 E 定义为与电位梯度反向的矢量:

$$E = -\nabla\varphi \tag{2}$$

电介质中电场电势分布的控制方程为

$$\nabla \cdot J = \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho_s} \right) \nabla V = 0 \tag{3}$$

式中: J 为电流密度; V 为电势; ρ_s 为土体电阻率。

边界条件为

$$\begin{cases} -n \frac{1}{\rho_s} \nabla V = 0, & \text{边界1, 边界3} \\ V = V_g, & \text{边界2} \\ V = 0, & \text{边界4} \end{cases}$$

式中:边界1和边界3表示在整个冲击过程中没有电流从介质表面流出,土体表面的法向电流密度为0;边界2处冲击点电势为 V_g ;边界4表示由电场引起的电势为0。

1.3 基于分形理论的土体击穿通道的预测

土体区域由分布成方形的格点来表示,如图4所示。图中: P 为等离子通道的已击穿点; P' 为 P 相邻的待击穿点。将几何模型划分为40 m×40 m

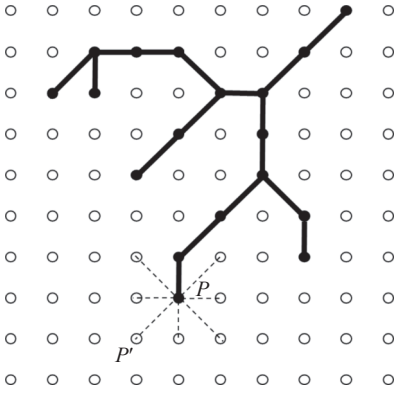


图4 等离子体通道发展的随机模型

Fig. 4 Stochastic model for the development of plasma channels

的方形网格后可看为一个矩阵, 解域内各个点都可以用矩阵中的点表示出来, 两点相距 1 m, 模型计算可以看成一整个矩阵的计算。

雷电冲击点周围土体击穿的必要条件是冲击点处的电场强度 E 高于土体击穿的起始击穿场强 E_0 , 一旦等离子体通道产生, 其发展的必要条件是待发展点的电场强度 E 高于临界击穿场强 E_c 。新的等离子体通道分支的选择由等离子体通道端部的局部场强分布和临界击穿场强按照一定的概率分布来确定。计算等离子体通道路径的基本过程如下, 图 5 为模拟流程图。

a. 计算冲击点的电势 V_g 。

$$V_g = IR \quad (4)$$

$$R = \frac{\rho_s}{2\pi r} \quad (5)$$

$$r = \sqrt{\frac{I\rho_s}{2\pi E_c}} \quad (6)$$

式中: I 为电流幅值; R 为等效电阻; r 为等效击穿半径; E_c 为临界击穿场强。

b. 电场计算。

在模型中输入基本参数。具体参数为初始电势边界矩阵 $\mathbf{u}_0$ 、电场的迭代误差 $\varepsilon=1\times 10^{-6}$ 、生长概率指数 $\eta=1$ 、冲击电流幅值 I_m 、临界击穿场强 E_c 和等离子体通道内部电压降 E_i 。经过多次迭代计算电场矩阵 $\mathbf{u}$, 计算过程受拉普拉斯方程控制。再将场强计算简化为电位差计算, 通过有限差分法将拉普拉斯方程离散化, 计算网格节点电位。

有限差分法的基本思想是离散化, 具体思路为将计算区域用网格进行划分, 在计算区域内的每个网格点都有一个差分方程, 将各网格点和边

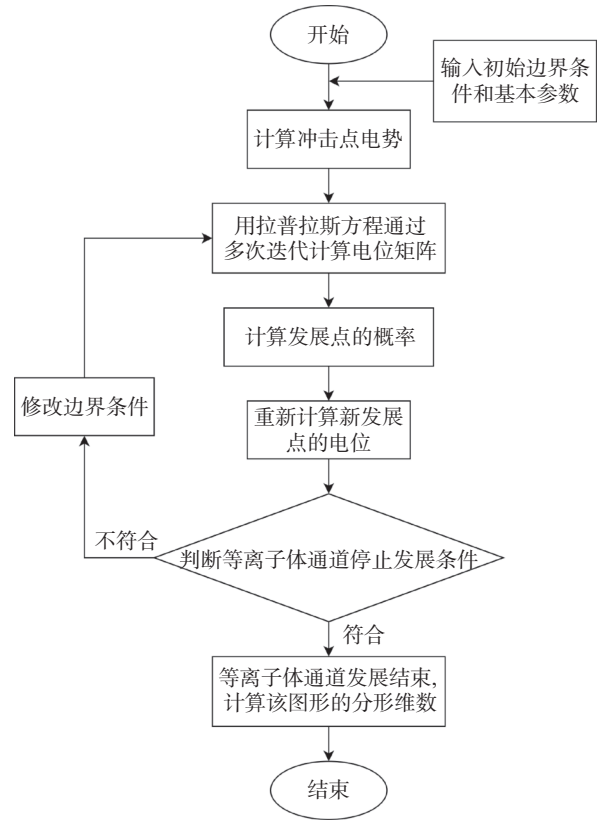


图5 模拟流程图

Fig. 5 Flow diagram of the simulation

界的差分方程联立求解即可得到各个网格点的电位值。

c. 选择新的击穿点。

选用更接近工程实际的 WZ 模型作为电介质击穿模型^[12]。在击穿模拟中, 击穿起始点 P 确定后, 新的可能击穿点 P' 的击穿概率 p 正比于其局部场强, 等离子体通道在各个方向的击穿概率可由式(7)计算。其中, 发展概率最大的 P' 点将成为新的发展点。

$$p(P, P') = \begin{cases} \frac{(|E(P, P')| - E_c)^\eta A_{\text{rand}}}{\sum_{P'} (|E(P, P')| - E_c)^\eta}, & E > E_c \\ 0, & E \leq E_c \end{cases} \quad (7)$$

式中: A_{rand} 为 rand 函数产生的随机数; η 为生长概率指数, 用于描述电场和随机击穿概率之间的相关系数。

若待发展点周围有两个或两个以上的已击穿点, 那么已击穿点与待发展点的连接存在一个概率分布的问题, 在此仍使用 rand 函数, 由其计算出待发展点与不同已击穿点的概率, 对已击穿点进行选择来作为新的击穿起始点 P 。

d. 修改边界条件。

土体等离子体通道中的电弧电阻不可忽略，且一直高于自由空气击穿时的电弧电阻。土体击穿时的电弧电阻与土体颗粒大小有关，通常颗粒越小电弧电阻越大^[21]。也即土体击穿的等离子体通道存在一内部场强 E_i ，它对等离子体通道的发展起到一定的抑制作用。 E_i 的取值范围通常在 80~400 kV/m。考虑到等离子体通道的内部场强，新发展点的电位 $U(l)$ 可以表示为

$$U(l) = U_0 - E_i l$$

(8)

式中： U_0 为击穿起始点电压； l 为等离子体通道长度。

等离子体通道每发展一步，都需要修改边界条件，将每一次循环计算得到的 $U(l)$ 加入边界条件，并对电位重新进行计算。判断等离子体通道发展停止的条件有两项：一是通道发展到边界；二是通道端部的电场强度小于通道发展的临界击穿场强 E_c 。

e. 计算等离子体通道的分形维数。

通过对等离子体通道的分析来研究介质中的击穿现象，其中对击穿规律的总结很大程度上是通过分析不同条件下等离子体通道分形维数的变化来完成的。等离子体通道的分形维数是表示通道的曲直和密集程度的一个参数，分形维数越大，说明通道越曲折复杂。对等离子体通道的分析最常用的方法是盒维数法，其基本思想为取边长为 a 的小盒子覆盖需要计算的图形，计其非空盒数，即放电通道总长度为 $N(a)$ 。当改变 a 的大小时，会得到一系列的 $N(a)$ ，通过对 $\ln N(a)$ 与 $\ln a$ 进行最小二乘的一次曲线拟合，其斜率即为所要求图形的分形维数。本文分形维数的取值取 3 次模拟的平均值。

根据分形几何学，等离子体通道总长度与单位长度的关系满足：

$$N(a) \propto a^{-D}$$

(9)

式中： D 为分形维数； $N(a)$ 为等离子体通道总长度； a 为单位长度。

由式 (9) 可得等离子体通道的分形维数为

$$D = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\ln N(a)}{\ln(1/a)}$$

(10)

2 对比验证

为验证本文模型的正确性，将本文所得结果

与文献 [16] 结果进行对比。设置土体电阻率为 100 $\Omega \cdot \text{m}$ ，冲击电流幅值为 50 kA，通过对不同临界击穿场强下放电图形分形维数的计算，得到分形维数 D 与 E_c 的关系。从图 6 可以看出，本文对分形维数与临界击穿场强关系的模拟结果与文献 [16] 具有较好的一致性。在临界击穿场强较大时，相较于文献 [16]，本文分形维数变化不明显，这是由于本文计算几何区域比文献 [16] 更小，在 $E(P, P)$ 仍大于 E_c 时，放电通道就已到达计算区域边界使得通道发展结束。

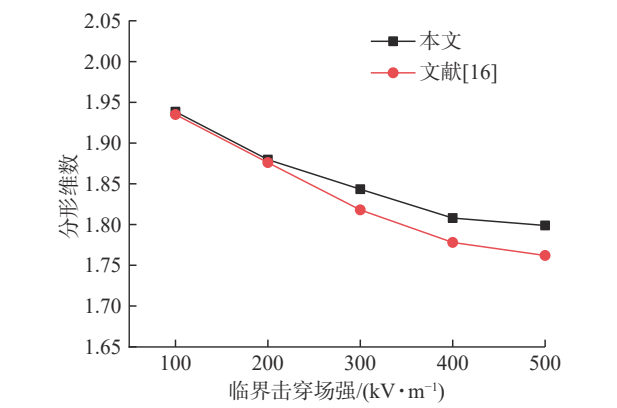


图 6 分形维数与临界击穿场强的关系曲线
Fig.6 Relationship between the fractal dimension and critical breakdown field strength

文献 [16] 研究土体电阻率为 200 $\Omega \cdot \text{m}$ 、冲击电流幅值为 20 kA 时，分形维数 D 与生长概率指数 η 的关系。将本文结果与文献 [16] 的结果进行对比，如表 1 所示。

从表 1 可知，本文的结果略低于文献 [16] 的结果，且两者最大偏差不超过 5%。偏差来源于散流途径差异，文献 [16] 是雷电经由接地装置再散流到土体中，本文是雷电直接冲击土体。相较于本文以土体冲击点作为散流源点，文献 [16] 将接地装置作为一个有一定长度的散流线性导体。对比结果说明，本模型在模拟等离子体通道发展方面有效，也充分证明了其适用性。

图 7 为本文模型在不同生长概率指数时的等

表 1 分形维数与生长概率指数的关系

Tab.1 Relationship between the fractal dimension and growth probability index

η	D		偏差/%
	文献[16]	本文	
0.5	1.93	1.8395	4.7
1.0	1.89	1.8012	4.7
2.0	1.84	1.7507	4.8

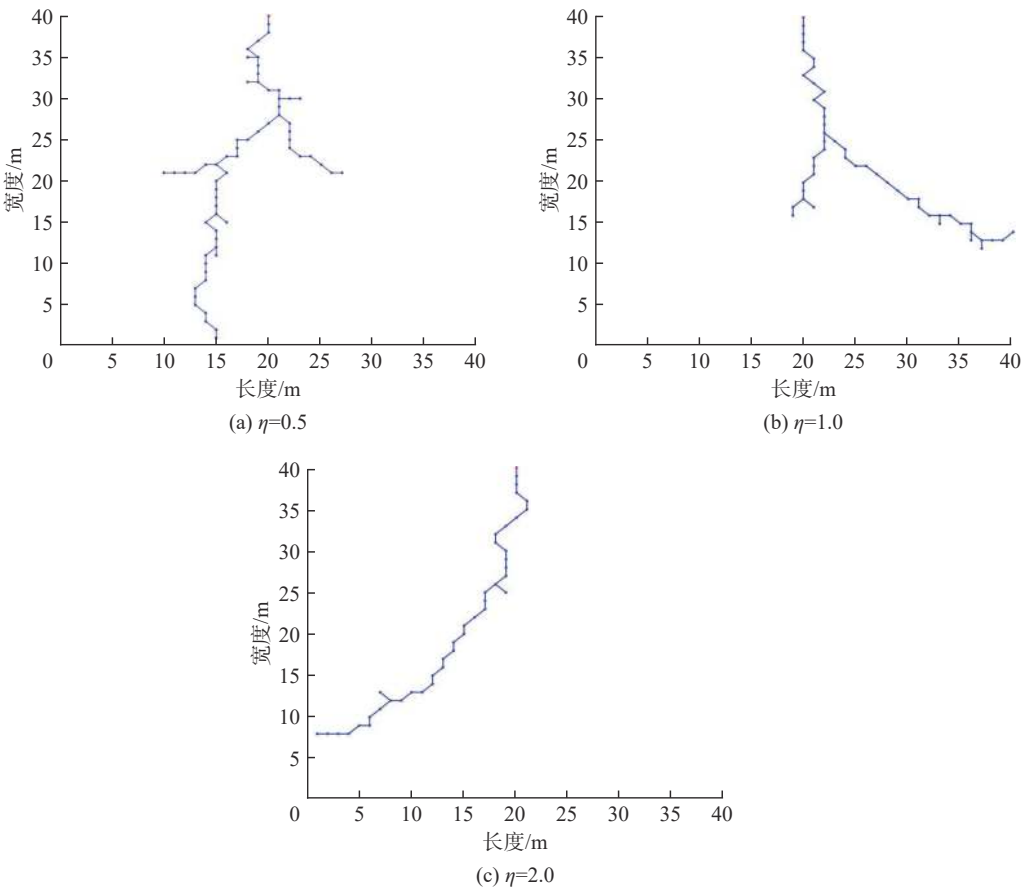


图 7 不同生长概率指数下等离子体通道模拟图

Fig.7 Simulation diagrams of plasma channels under different growth probability indexes

离子体通道模拟图, 用图像的方式直观描述了生长概率指数对等离子体通道发展的影响。当生长概率指数增大时, 放电图形的分形维数减小, 也即放电通道的分支减少。从式(7)可以看出, 生长概率指数取不同值时, 通道分支的密集程度是不同的。当 $\eta=1.0$ 时, 表示通道上各点向周围发展的概率与电位梯度成正比; 当 $\eta=0$ 时, 表示通道的发展和电场的分布无关。

3 结果与分析

3.1 分形维数与土体电阻率的关系

图 8 所示为冲击电流幅值为 30 kA、临界击穿场强为 300 kV/m、等离子体通道内部电压降为 200 kV/m 时, 土体电阻率对等离子体通道发展的影响。司马文霞等^[22]通过与实际雷电先导路径的分形维数相比较, 确定了当 $\eta=1$ 时雷电发展分形维数与实际放电路径的分形维数最接近, 因此本模型将 η 值取为 1。

从图 8 和图 9 可看出, 土体电阻率对雷电冲击

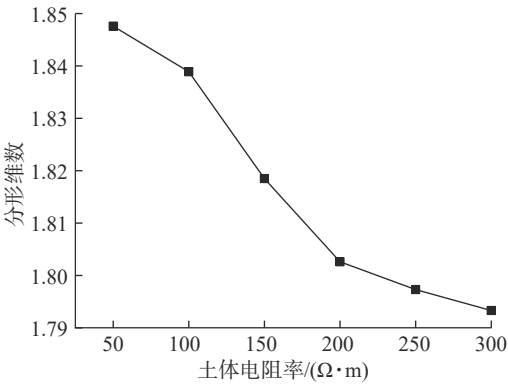


图 8 分形维数与土体电阻率的关系

Fig. 8 Relationship between the fractal dimension and soil resistivity

作用下介质内等离子体通道发展的影响较大, 随着土体电阻率的增大, 等离子体通道路径越单一, 分形维数越小。因为土体电阻率越小, 土体的导电性能越好, 越容易将电流流散到土体中去。等离子体通道在前期分支发展较为活跃, 可能分为几条较长的分支。因此, 击穿区域或击穿范围越大, 击穿路径越复杂, 分形维数也就越大。反之, 土体电阻率较大时, 根据 $E=\rho J$, 在相

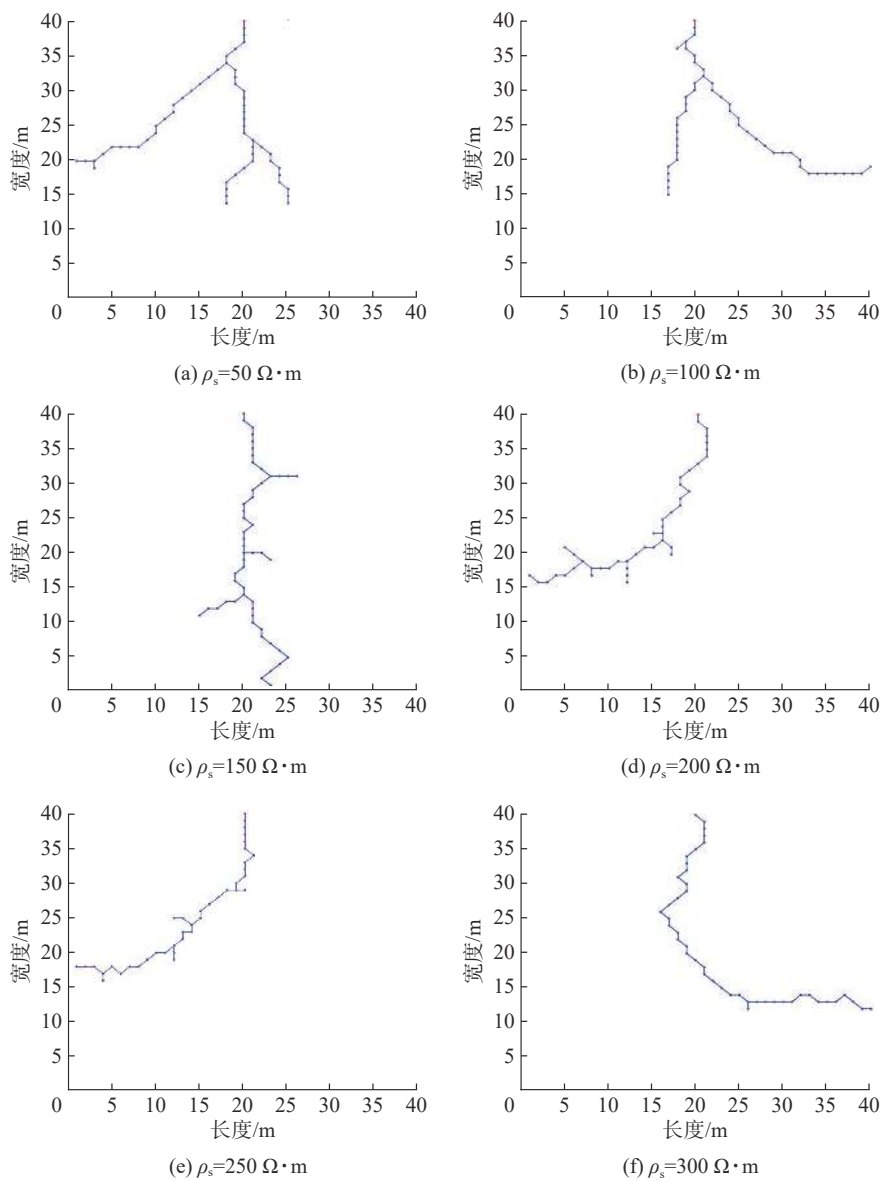


图9 不同土体电阻率下的等离子体通道模拟图

Fig.9 Simulation diagram of plasma channels under different soil resistivities

同的电流密度 J 下，击穿点周围的场强 E 随电阻率 ρ 的增加而增加，土体的击穿深度也相应增加，使得土体击穿引起的火花效应明显增强。因此，等离子体通道主要为一条贯穿通道，后期发展出分支，分支多且短。

3.2 分形维数与电流幅值的关系

在临界击穿场强为 300 kV/m、等离子体通道内部电压降为 200 kV/m、生长概率指数为 1、土体电阻率一定时，改变冲击电流幅值得到分形维数随冲击电流幅值变化的曲线，如图 10 所示。

从图 10 中各线段可以看出，当土体电阻率一定时，分形维数随冲击电流幅值的增加而增加。相对来说，土体电阻率越小，其分形维数受冲击

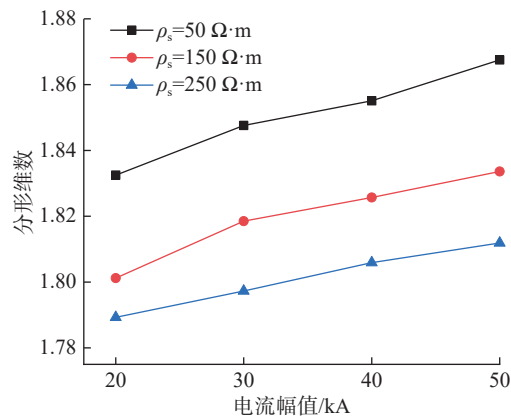


图10 分形维数与电流幅值的关系

Fig.10 Relationship between the fractal dimension and current amplitude

电流幅值变化的影响越大。因为土体电阻率越小, 其导电性能就越好, 越容易将电流流散到土体中去, 而冲击电流幅值越大, 在冲击点周围土体中产生的电场强度及电势就越大, 随着注入能

量的增加, 冲击点周围空间内场强和电荷急剧增大。两相结合, 可选择击穿点就越多, 这导致等离子体通道枝状越发曲折繁杂, 细小分支也越来越多, 如图 11 所示。

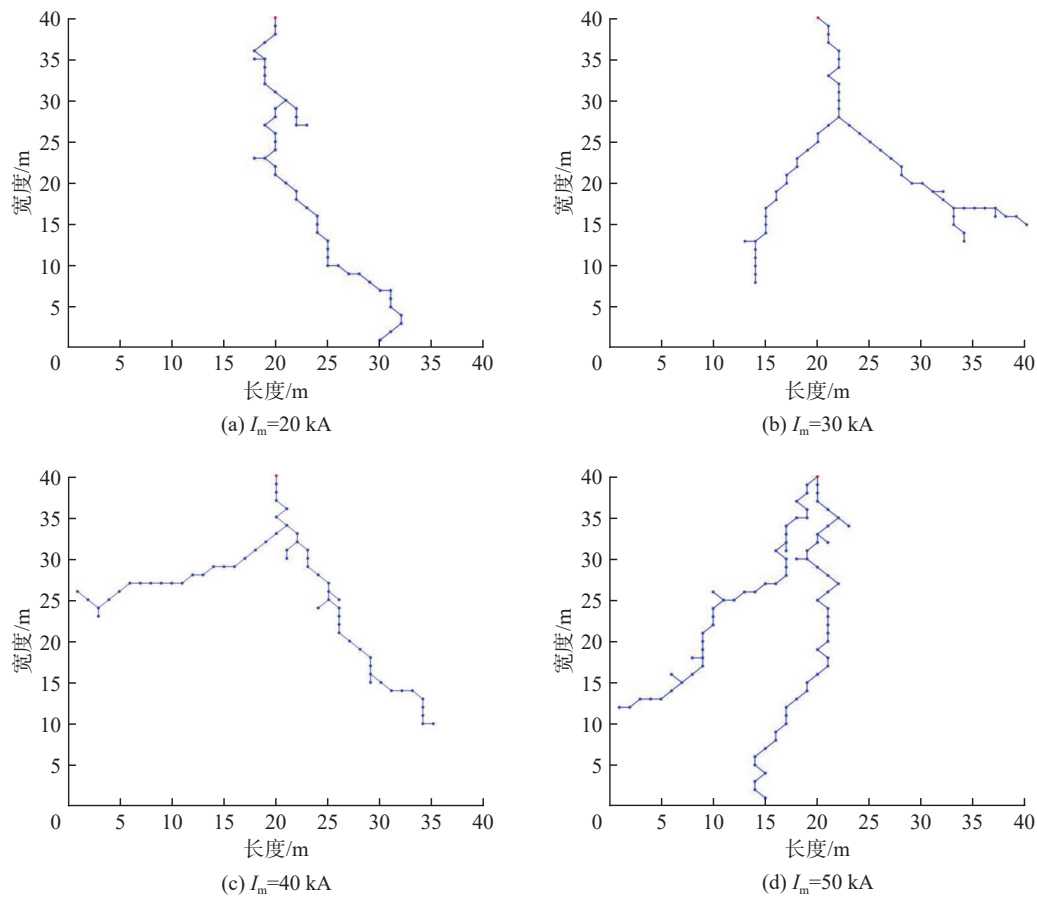


图 11 不同电流幅值下的等离子体通道模拟图($\rho_s=50\text{ }\Omega\cdot\text{m}$)

Fig.11 Simulation diagrams of plasma channels under different current amplitudes($\rho_s=50\text{ }\Omega\cdot\text{m}$)

3.3 分形维数与内部电压降的关系

土体击穿的等离子体通道存在一内部场强 E_i , 不同的岩土体会不同数值的 E_i 。图 12 所示为临界击穿场强为 300 kV/m、冲击电流幅值为 30 kA、土体电阻率为 100 $\Omega\cdot\text{m}$ 、生长概率指数为 1 时, 内部电压降对放电通道发展的影响。

从图 12 可看出, 等离子体通道分形维数随内部电压降的增加而增大, 呈非线性上升关系。图 13 描述了不同内部电压降时的等离子体通道发展过程。随着 E_i 的增大, 等离子体通道的分支明显增多, 击穿路径越来越复杂。根据式(8)分析, 在 U_0 远大于 $U(I)$ 时, 内部场强越大, 新发展点与起始点的电位差就越大。再根据电场分布计算, 这

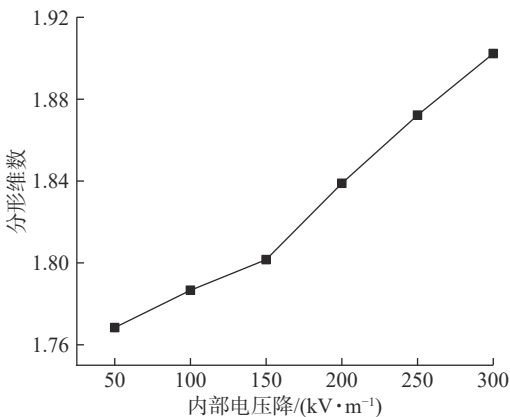


图 12 分形维数与内部电压降的关系

Fig. 12 Relationship between the fractal dimension and internal voltage drop

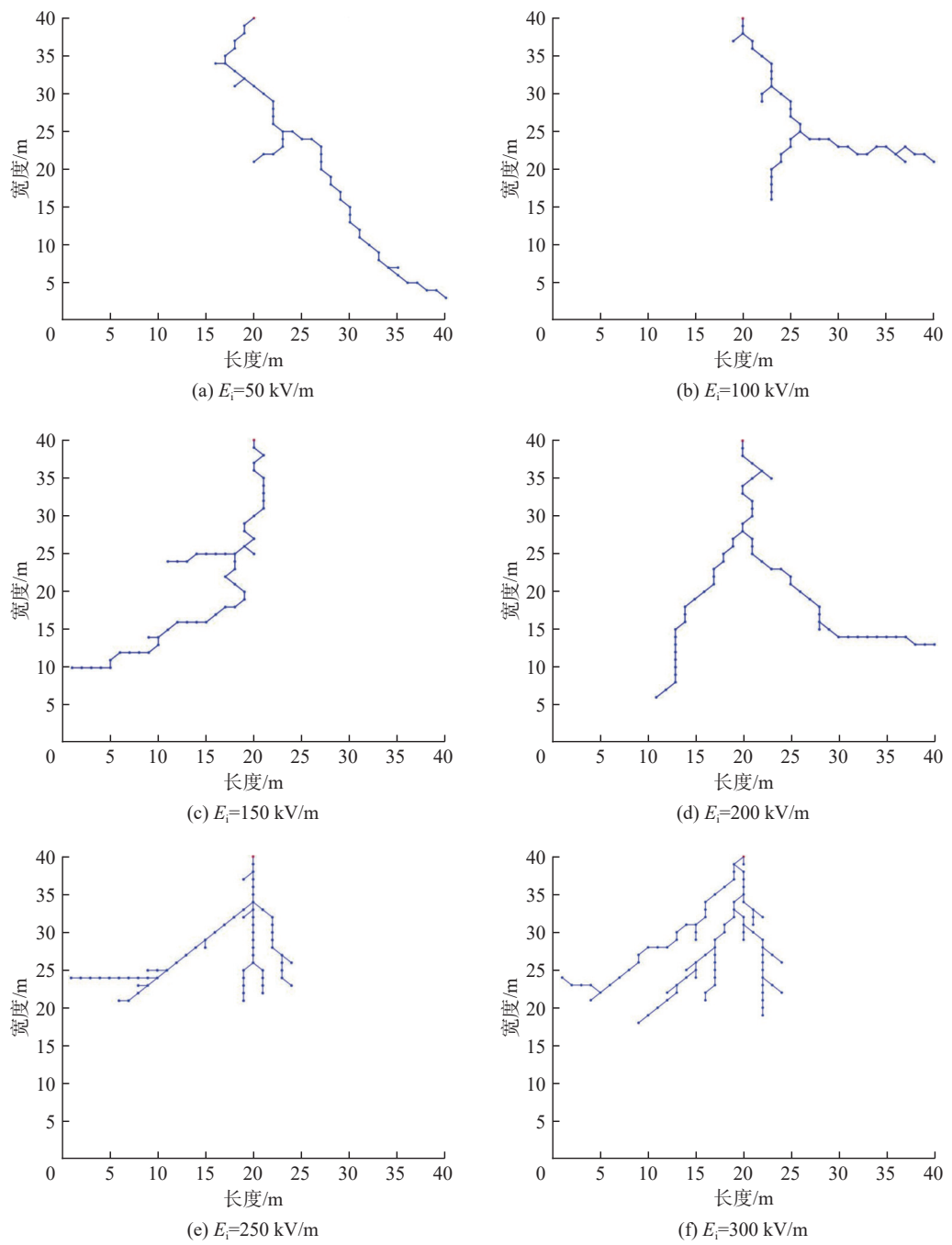


图 13 等离子体通道模拟图

Fig.13 Simulation diagram of plasma channels

两点周围的待发展点与这两点的电位差也越大，则满足击穿要求的待发展点就越多，等离子体通道可击穿的方向就越多。

4 结 论

基于分形理论建立了雷电冲击土体等离子体通道发展模型，通过盒维数法计算出分形维数，并分析了分形维数与土体电性参数及雷电参数的

关系，所得主要结论如下：

- a. 本文建立的随机概率模型能够有效模拟雷击土体内等离子体通道的发展过程，得到了直观的等离子通道图像，通过理论分析与数值模拟可分析土体及雷电各项参数对击穿通道的影响。
- b. 在冲击电流幅值一定时，分形维数随着土体电阻率的增加而减少。而在土体电阻率一定时，分形维数随着冲击电流幅值增大而缓慢增大。等离子体通道曲折变化并伴有分支呈树枝状

的情况, 电阻率对击穿路径分支主干长度及分支发展情况的影响, 与冲击电流幅值对其的影响相比较弱。

c. 在高电压作用下, 分形维数随着内部电压降的增大而增大。在内部电压降增大过程中, 等离子体通道分支发展情况越来越丰富, 分形维数显著增大。

参考文献:

- [1] 陈渭民. 雷电学原理 [M]. 2 版. 北京: 气象出版社, 2006: 419.
- [2] QUICKEL G T, BEAVERS J A. Pipeline failure results from lightning strike: act of mother nature?[J]. *Journal of Failure Analysis and Prevention*, 2011, 11(3): 227–232.
- [3] VENTURINO P, BOOMAN J N, GONZALEZ M O, et al. Pipeline failures due to lightning[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2016, 64: 1–12.
- [4] 田德宝, 冯瑜骅, 张雪慧, 等. 2012—2017 年全国雷电灾害事故统计分析 [J]. *科技通报*, 2020, 36(5): 42–47.
- [5] 搜狐网. 运城大雨, 3 处房屋遭雷击引发火灾! 地面惊现 50 米长的裂缝 [EB/OL]. [2019-04-13]. http://m.sohu.com/a/307762361_120053250.
- [6] RAKOV V A, MATA C T, UMAN M A, et al. Review of triggered-lightning experiments at the ICLRT at Camp Blanding, Florida[C]// IEEE Bologna PowerTech Conference. Bologna, 2003.
- [7] ANDRES U, TIMOSHKIN I, SOLOVIEV M. Energy consumption and liberation of minerals in explosive electrical breakdown of ores[J]. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy*, 2001, 110(3): 149–157.
- [8] CHEN J Z, ELM C, GOLDSBY D, et al. Generation of shock lamellae and melting in rocks by lightning - induced shock waves and electrical heating[J]. *Geophysical Research Letters*, 2017, 44(17): 8757–8768.
- [9] SONG Z, RAGHUVEER M R, HE J. Model for prediction of characteristics of lightning breakdown channels in soil in the presence of a buried cable[J]. *IEEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, 2003, 150(5): 623–628.
- [10] CHARALAMBOUS C A, DIMITRIOU A, KIOUPIS N, et al. Wall fusion of buried pipelines due to direct lightning strikes: field, laboratory, and simulation investigation of the damaging mechanism[J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2020, 35(2): 763–773.
- [11] DISSADO L A, FOTHERGILL J C. Electrical degradation and breakdown in polymers[M]. London: P. Peregrinus, 1992.
- [12] WIESMANN H J, ZELLER H R. A fractal model of dielectric breakdown and prebreakdown in solid dielectrics[J]. *Journal of Applied Physics*, 1986, 60(5): 1770–1773.
- [13] PIETRONERO L, WIESMANN H J. From physical dielectric breakdown to the stochastic fractal model[J]. *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter*, 1988, 70(1): 87–93.
- [14] YAN F Z, XU J, PENG S J, et al. Breakdown process and fragmentation characteristics of anthracite subjected to high-voltage electrical pulses treatment[J]. *Fuel*, 2020, 275: 117926.
- [15] 罗东辉, 袁涛, 司马文霞, 等. 连续冲击电流作用下土壤放电通道体积特征参数提取方法及机理分析 [J]. *高电压技术*, 2020, 46(5): 1791–1799.
- [16] GAO Y Q, HE J L, ZOU J, et al. Fractal simulation of soil breakdown under lightning current[J]. *Journal of Electrostatics*, 2004, 61(3/4): 197–207.
- [17] LUO D H, CAO Y X, ZHANG Y, et al. Study on structural parameters and analysis method of soil successive impulse discharge channel[J]. *Energies*, 2021, 14(4): 877.
- [18] 袁涛, 李彤鑫, 司马文霞, 等. 冲击电流作用下土壤放电影像特征的分析 [J]. *中国电机工程学报*, 2018, 38(17): 5266–5274.
- [19] ZHU X H, LUO Y X, LIU W J. On the rock-breaking mechanism of plasma channel drilling technology[J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2020, 194: 107356.
- [20] 何金良, 曾嵘. 配电线路雷电防护 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2013: 456.
- [21] VÍCTOR M, CABRERA M, LUNDQUIST S, et al. On the physical properties of discharges in sand under lightning impulses[J]. *Journal of Electrostatics*, 1993, 30: 17–27.
- [22] 司马文霞, 李建标, 杨庆, 等. 雷电先导分形特性及其在特高压线路耐雷性能分析中的应用 [J]. *高电压技术*, 2010, 36(1): 86–91.

(编辑: 丁红艺)