

室内热羽流特性小波分析及数值模拟方法比较

王海东¹, 周鹏志¹, 王慧², 黄晨¹

(1. 上海理工大学 环境与建筑学院, 上海 200093; 2. 中国海诚工程科技股份有限公司, 上海 200031)

摘要: 通过室内热羽流实验和计算流体力学数值模拟研究, 比较了不同热羽流强度下的轴心速度和不同湍流模型对计算结果的影响。实验中高频采样的热羽流速度数据采用小波变换进行处理, 处理后体现平均速度变化的低频信息和体现湍流脉动的高频信息直观反映了热羽流流动的特征。实验结果表明, 热羽流具有非稳态准周期的波动特性。物体表面温度越高, 产生的热羽流平均速度和湍流脉动幅度越大。数值模拟结果表明, 非定常雷诺时均法的模拟结果最终趋于稳定而无法反映热羽流的波动特性, 大涡模拟方法能够较好地反映热羽流流动的非稳态特征。此外, 隐式格式时间步长的选择可以借鉴 CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) 条件进行设置, 得到较为准确的模拟结果。

关键词: 热羽流; 小波分析; 大涡模拟; 非稳态数值模拟; CFL 条件

中图分类号: TU 834 **文献标志码:** A

Wavelet analysis of indoor thermal plume characteristics and comparison of numerical simulation

WANG Haidong¹, ZHOU Pengzhi¹, WANG Hui², HUANG Chen¹

(1. School of Environment and Architecture, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;
2. China Haisum Engineering Co., Ltd., Shanghai 200031, China)

Abstract: The indoor thermal plume experiments and computational fluid dynamics (CFD) numerical simulations were used to analyze the axial velocity at different thermal plume intensities and compare the effects of different turbulence models on the simulation results. High-frequency sampling velocities in experiments were processed by wavelet transform. The characteristics of thermal plume were reflected in the mean velocity variation on low frequency information and turbulent pulsation on high frequency information. The results demonstrated the unsteady quasi-periodic fluctuation characteristics of thermal plume. The higher the surface temperature of the object, the larger the axial average velocity and turbulent pulsation amplitude. The simulation results of the unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes equations method eventually tend to be stable and fail to reflect the fluctuation characteristics of the thermal plume, while the large eddy simulation method can reflect the unsteady characteristics of the thermal plume. In addition, the implicit format time step can be set by the CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) condition to obtain accurate simulation results.

Keywords: *thermal plume; wavelet analysis; large eddy simulation; unsteady numerical simulation; CFL condition*

热羽流是常见的流动现象,高温物体表面会对周围空气进行加热,从而物体表面的空气温度会比室内其他区域高,且空气密度下降。高温空气受到浮升力的作用上升,在上升运动过程中,羽流不断卷吸周围空气,并与周围空气进行对流热交换。热源羽流的发展可分为热羽流断面逐渐收缩、轴心速度增大的起始段和断面逐渐增大、轴心速度递减的主体段^[1]。

工程中存在着大量热羽流现象,例如大空间建筑室内热压通风^[2]、火灾中的烟羽流^[3]等。人体是最常见的热羽流发生器^[4]。通过对比加热的人体模型和不加热的人体模型在呼吸区域的颗粒物浓度发现,人体热羽流会改变室内气流组织。气流被热羽流吸引至人体模型附近,使得呼吸区的颗粒物浓度上升^[5]。人体产生的热羽流也会将地面上的污染物运输到人体的呼吸区,被人体吸入的微小颗粒物浓度最高可达到周围环境浓度的4倍^[6]。除了热羽流对人体呼吸区影响的实验研究,研究人员还采用粒子图像测速技术观测了飞机舱内人体模型产生热羽流的速度分布^[7],可以更好地分析机舱内人体产生的热羽流特征。

将人体热羽流或者发热物体表面热羽流的特性在实际应用中加以考虑,可以提高人体舒适度和保障人体健康。办公建筑中,通风形式与热羽流的耦合作用决定了室内温度分层的形成^[8]。辐射制冷空调系统中,冷辐射板安装在垂直墙壁上侧位置时,办公室室内温度梯度小,人体产生的热羽流稳定,辐射供冷效果好^[9]。中式厨房中,烹饪产生的热羽流对厨房内的颗粒物扩散起着重要的影响,合理地设计厨房内气流组织,可以保护厨师的身体健康^[10]。工业建筑中,运用热羽流可以加强室内通风,更快地排除室内余热^[11]。对建筑群的研究中,热羽流和建筑群形态分布之间的相互作用会形成不同的效果,热羽流对建筑间风速和立面附近温度都有着显著的影响,可为城市建筑群的优化设计提供依据^[12]。

热羽流流动特性的研究可以有效地利用热羽流带来的积极效果并尽量避免其带来的危害,这使得预测热羽流的运动显得尤为重要。热羽流的几何形状相对比较简单,但是热浮升力和湍流的

相互耦合作用使得预测热羽流的运动存在较大困难,因此采用合适的湍流模型至关重要^[13]。合适的湍流模型对模拟结果的精度有着积极的作用^[14],例如稳态雷诺应力模型(Reynold stress model, RSM)可以很好地预测散流器对室内气流的影响,散流器附近的气流采用非稳态雷诺应力模型(URSM)可以得到更为真实的模拟结果^[15]。街道峡谷水槽模型试验的模拟对比研究中,RNG(re-normalisation group) $k-\epsilon$ 的模拟结果比其他湍流模型表现得更好^[16]。建筑物周围绕流的数值模拟中,采用非稳态的RAS(Reynold averaged Navier-Stokes)模型模拟明显地优于稳态的RAS模型,可以很好地再现实际建筑物绕流运动^[17]。城市街道上气流与污染物扩散的数值模拟比较中发现,大涡模拟(large eddy simulation, LES)模型可以得出较其他非稳态模型更可靠的结果,因为LES模型可以捕捉街道流场的非定常特性与间歇波动^[18-19]。

本研究通过实验与数值模拟相结合的方法对热羽流进行研究,采用小波分析对高频速度数据进行分解,探究热羽流的实际流动特性。热羽流数值模拟中,将实验测量数据与数值模拟数据进行对比,分析湍流模型和时间步长对模拟结果准确性的影响。本文研究结果可对今后热羽流的研究分析和模拟设置起到指导作用。

1 热羽流核心流速特征实验研究

实验舱尺寸为3500 mm×4900 mm×2200 mm,舱顶为斜坡。为研究室内空间中热羽流的流动特征,根据文献[20]的研究结果,热源尺寸不影响热羽流的发展,且热源散热强度比热源半径对轴心速度的影响大,本研究设计了小型面源热羽流实验。热源为一块边长为100 mm,厚度为20 mm的方形加热板,水平放置在实验舱地面中央,具体如图1(a)所示。室内空气平均温度为31℃,围护结构经过保温处理。加热板中布满电加热丝,可通过调节加热板的温度从而控制产生热羽流的强弱。实验舱内测点的布置如图1(b)所示,测点的位置高度分别为300,600,900,1200,1500,1800 mm。

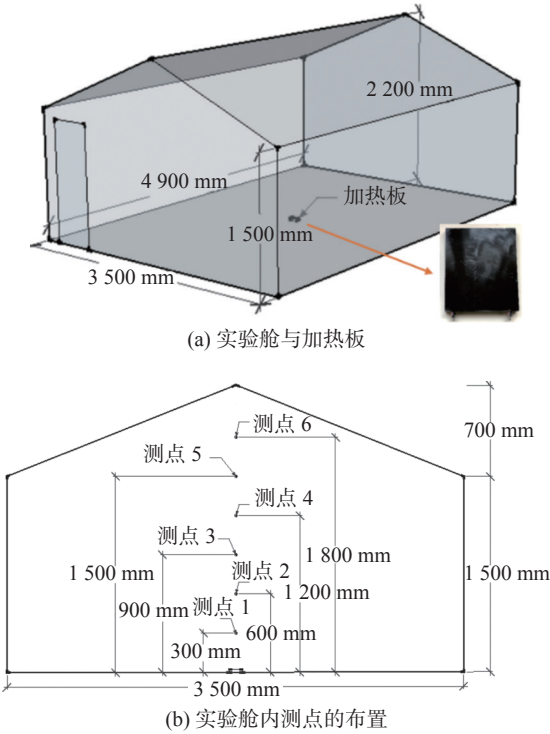


图1 实验舱与测点布置

Fig. 1 Layout of the test chamber and measurement points

本实验中设置了3种工况用以研究不同热源强度下热羽流的特性，分别是加热板的表面温度为50、80和100℃。实验仪器在实验测量前已经过校正，三维超声风速仪对不同测点进行高频速度采样，采样频率为20 Hz；Optris红外测温仪测量表面温度与实验舱内壁面温度，作为数值模拟的边界条件。为保证舱内热羽流已经充分发展，选取加热板通电工作30 min后采集的数据进行分析。实验舱内测量仪器的参数如表1所示。

表1 测量仪器参数

Tab.1 Parameters of measuring instruments

测试指标	三维超声 风速仪	Optris 红外测温仪
测试参数	风速、温度	温度
测量范围	0~45 m/s	-32~520 ℃
分辨率	0.01 m/s	0.1 ℃
精度	<±1.5%	±1.0%

表2是加热板表面温度为50℃时，各测点在时间上的瞬时速度平均值。根据热羽流原理可知，羽流中心断面越小，速度越大。高度为1500 mm时，热羽流速度取得最大值，可见在高度1500 mm时，羽流断面收缩到最小断面，随后热羽流进入

表2 表面温度为50℃时各测点的瞬时速度平均值

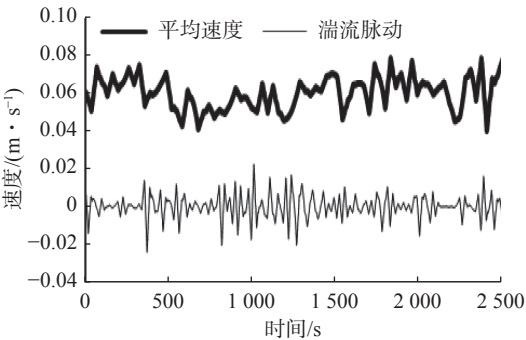
Tab.2 Average velocity of each measurement point when the surface temperature was 50 ℃

测点位置/mm	300	600	900	1200	1500	1800
平均速度/(m·s ⁻¹)	0.0296	0.0248	0.0227	0.0190	0.0597	0.0300

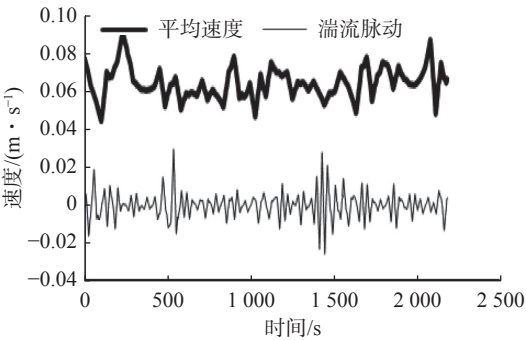
断面逐渐增大、轴心速度递减的主体段。

为了更好地分析热羽流流动特征，原始速度数据均采用小波变换进行处理。图2为3种热羽流工况在1500 mm处经小波变换处理过的速度数据，分为平均速度(低频信息)与湍流脉动(高频信息)。

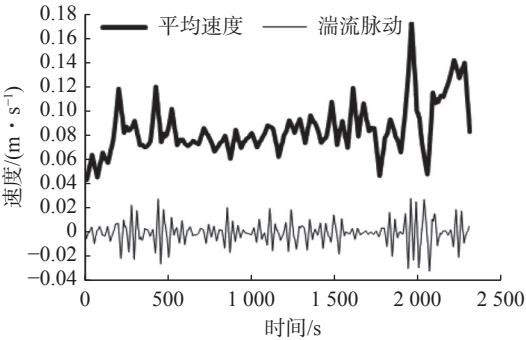
这是由于实验中三维超声风速仪每秒记录



(a) 加热板表面温度为50℃



(b) 加热板表面温度为80℃



(c) 加热板表面温度为100℃

图2 3种工况下1500 mm处实验数据的小波分解

Fig. 2 Wavelet decomposition of measurement data at 1500 mm for three operating conditions

20 个测点的速度值波动, 速度值高频震荡且数据量极大, 单从原始数据分析, 难以获得其波动周期。小波分解的意义在于能根据不同的目标对不同尺度的信号进行分解。小波分解将数据信号分解成低频信息和高频信息, 低频成分常常蕴含着信号的平均值特征, 高频成分包含着信号的震荡能量等信息。本研究采用 db4 小波对原始数据进行 5 层分解^[21]。

由图 2 可见, 经过小波分解, 3 种工况下热羽流的特征相似, 呈现准周期性变化, 具有非稳态特征。在测点速度测量时间内, 3 种工况的低频信号平均速度的波动周期基本相等, 近似为 125 s。加热板表面温度升高, 产生热羽流平均速度越大, 且观察不同工况下的湍流脉动可知, 热羽流的湍流脉动幅度随着热源温度升高而增强。

2 热羽流的数值模拟

本研究中数值模拟的几何模型采用 ICEM 软件按实验舱实际尺寸建立, 数值模拟采用 FLUENT 软件。模型内表面温度依据实验测量数据, 墙面与屋面的温度为 30.3 ℃, 地面温度为 30 ℃, 加热板表面温度为 100 ℃。为更加详细呈现热羽流研究主要结果, 本文对 CFD 模拟的基本理论以及湍流模拟常用的雷诺时均法(RANS)、非定常雷诺时均法(URANS)、大涡模拟法(LES), 以及速度-压力耦合算法(SIMPLE)^[22]等, 均不作详细介绍, 理论依据可参照相关文献。

2.1 热羽流模拟网格敏感性分析和模拟设置

本实验舱几何形状规则、网格划分采用结构化网格。在划分网格时对加热板处进行了加密, 并选取 10 万、20 万、50 万、75 万、100 万网格作网格敏感性分析。模拟设置时, 开启重力项和能量方程, 选择不可压缩理想气体模型。图 3 为不同网格数下加热板上方的速度分布。图中可以看出, 不同网格数下加热板上方的速度变化趋势相同, 随着网格数的增加, 20 万网格数的预测结果与 50 万、75 万、100 万网格数的模拟结果比较接近, 且 10 万网格时, 与其他网格数时偏差较大。本研究选择 20 万网格数作为后续研究的网格。

2.2 热羽流模拟方法和湍流模型选择

对于工程中常见的建筑室内流动, 大多数研究通常采用稳态雷诺时均法(SRANS)进行模拟。由于实验表明了热羽流流动具有非稳态的准周期

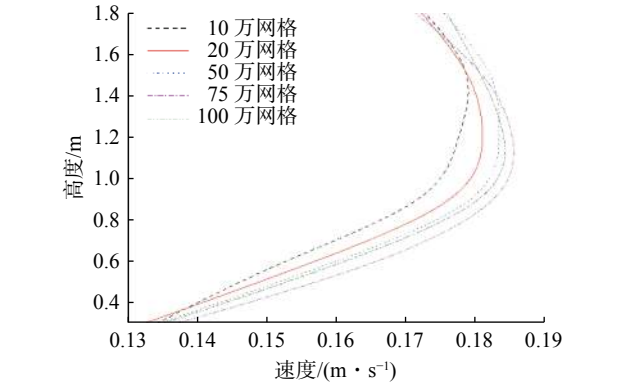


图 3 网格敏感性分析
Fig. 3 Grid sensitivity analysis

性流动特征, 因此, 模拟方法采用非稳态的 RANS 方法(URANS)和大涡模拟(LES)方法。表 3 列出了常见的模拟室内非稳态气流的湍流模型。非稳态模拟中时间步长设置为 0.5 s, 热羽流流动时间为 2500 s。

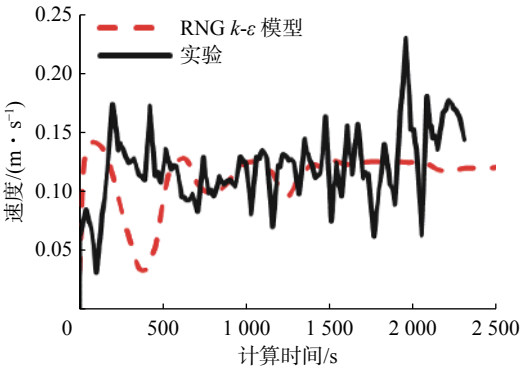
表 3 室内热羽流模拟采用的湍流模型
Tab.3 Turbulence model used for indoor thermal plume simulation

模拟方法	湍流模型
URANS	Standard $k-\epsilon$
URANS	RNG $k-\epsilon$
LES	Smagorinsky-Lilly

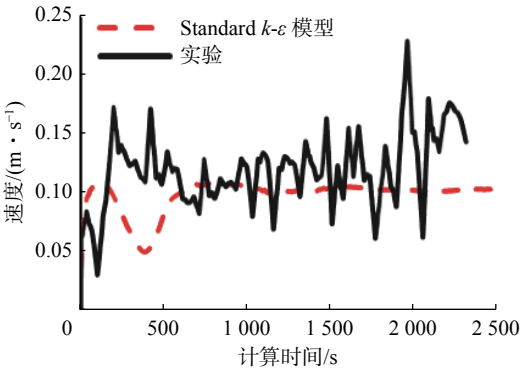
图 4 是加热板上方 1200 mm 处 3 种非稳态湍流模型模拟得到的结果与实验结果(实验数据和 LES 方法模拟结果均经过了小波变换处理, 取其低频信息)。采用 URANS 方法时, 两种不同的非稳态湍流模型模拟出的速度变化趋势基本相同, 随着时间的推进, 约 800 s 后速度波动逐渐平缓。这是由于 URANS 方法以平均流作为解析对象, 无法捕捉到热羽流的瞬态波动特征。LES 方法模拟获得的速度场在所有时间均呈现了准周期性的波动状态, 其结果与实验结果最为接近, 且平均速度的波动范围基本一致。由此可以看出, LES 方法在模拟热羽流时较 URANS 方法更贴近实际热羽流的发展, 可以捕捉到热羽流的非稳态特征。

2.3 非稳态模拟时间步长的选择

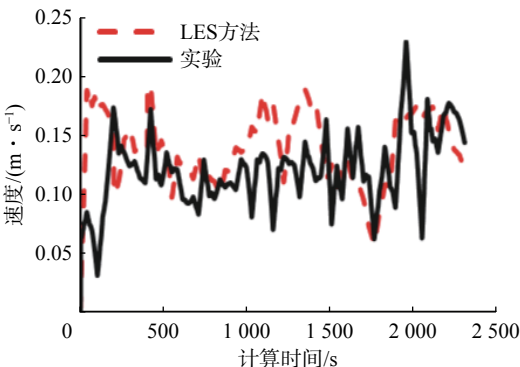
非稳态模拟中, 增大时间步长可以减少模拟时间, 节省计算资源, 但会降低模拟结果的精度。本研究中时间差分格式设置为隐式格式, 该格式具有无条件稳定性。为研究模拟时间步长对热羽流速度计算结果精度的影响, 本文选择的时间步长分别为 0.2, 0.5, 1, 5, 10 s, 用以评价不



(a) URANS RNG $k-\varepsilon$ 模型



(b) URANS Standard $k-\varepsilon$ 模型



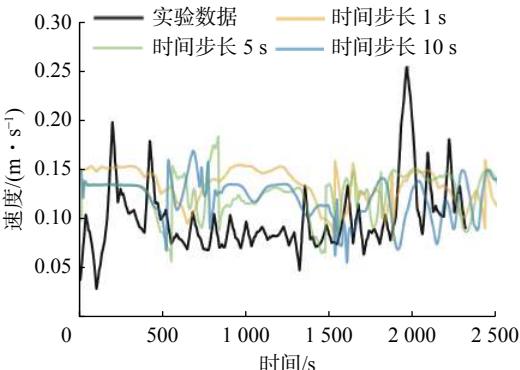
(c) LES 方法

图4 1200 mm处3种非稳态方法模拟结果与实验结果比较
Fig.4 Comparison between measurement data and simulation results of three unsteady methods at 1200 mm

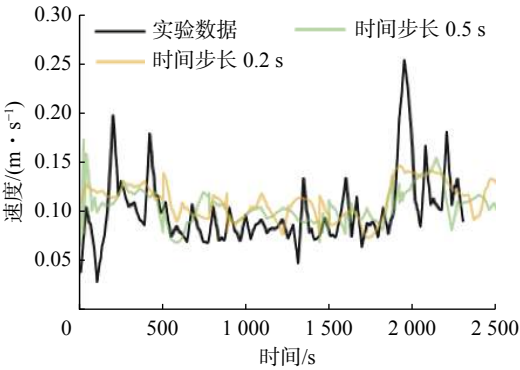
同时时间步长下模拟结果与实验数据的吻合程度。非稳态数值模拟均采用 LES 方法。对于随机的湍流流动，获得完全吻合的速度变化过程极其困难，也没有意义。模拟结果和实验数据的平均速度和波动周期相吻合，即可说明模拟结果是可靠的。

测点 1200 mm 处，各个时间步长的模拟结果与实验数据如图 5 所示。时间步长为 1, 5 和 10 s 时，模拟结果在前 500 s 内与实验数据吻合程度较差，且 500 s 后的周期性波动明显脱离于实验值。时间步长为 0.5, 0.2 s 时，模拟结果与实验数据在

准周期性变化波动上相似度较高，数值模拟与实验数据的平均值差异均在 9% 以内。可以看出，选用的时间步长小于 0.5 s 时可以很好地反映热羽流的非稳态特征与速度值波动。



(a) 实验数据与时间步长为 1, 5, 10 s 时模拟结果的对比



(b) 实验数据与时间步长为 0.2, 0.5 s 时模拟结果的对比

图5 1200 mm 处测点不同时间步长的模拟结果与实验值比较
Fig.5 Comparison of measurement data with simulation results for different time steps at 1200 mm

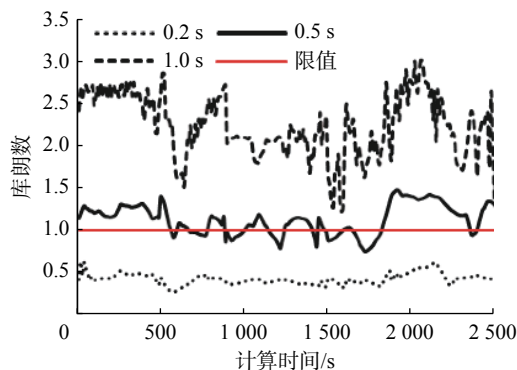
现有的 CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) 条件是作为有限体积法在显式格式下稳定性和收敛性的必要判据^[23]，CFL 条件的公式和限值如以下所示：

$$C = u\Delta t / \Delta x \tag{1}$$

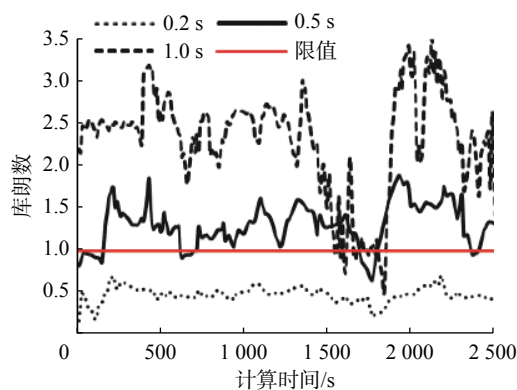
$$C \leq 1 \tag{2}$$

式中： C 为库朗数； u 为流体速度； Δt 为时间步长； Δx 为最小网格尺寸。

20 万网格数下热源上方的竖向网格尺寸为 50 mm。图 6 为 600 mm 与 1200 mm 测点在时间步长为 0.2, 0.5, 1 s 时的库朗数随时间变化的曲线。当时间步长为 0.5 s 时，库朗数在限值 1 附近波动，时间步长为 0.2 s 与 1 s 时，库朗数都偏离了限值。由此可以看出，时间差分格式为隐式格式时，热羽流数值模拟可以借鉴 CFL 条件选择合



(a) 600 mm 处测点



(b) 1 200 mm 处测点

图6 两测点在不同时间步长下的库朗数

Fig. 6 Courant number at two probes for different time steps

适的数值模拟时间步长。

3 结 论

本研究通过室内小型面源热羽流实验与 CFD 数值模拟对比的方法对热羽流进行了特性分析。小型面源热羽流实验过程中采用三维超声风速仪记录加热板上方的速度波动。侵入式的风速测试可能会导致局部气流扰动,干扰热羽流的发展,而采用粒子图像测速这种非侵入式的测量方法可以提供更准确的热羽流发展过程。实验数据和 LES 方法的模拟结果均经过小波变换处理。另外,除了采用小波分析进行高频速度的有效分解,功率谱分析也是研究热羽流特性的一种方法,可以有效发现热羽流轴心速度变化的波动周期,从而对热羽流的特性进行进一步研究。本研究对实验数据和模拟结果的对比分析得出以下结论:

a. 室内环境中热羽流气流随时间作准周期性波动,具有非稳态特征。

b. 加热板表面温度越高,产生热羽流平均速度越大,且热羽流的湍流脉动幅度也随之增大。

c. 在对热羽流的数值模拟上,非稳态模拟方法中采用 LES 方法可以有效地捕捉到热羽流的非稳态特征。

d. 隐式时间差分格式下,时间步长的选择可以借鉴 CFL 条件。

参考文献:

- [1] 谢比列夫 И А. 室内气流空气动力学 [M]. 周谟仁, 邢增辉, 曾树坤, 译. 北京: 建筑出版社, 1978.
- [2] 王磊, 高军, 赵加宁. 热压自然通风房间围护结构对热分层影响的试验研究 [J]. 流体机械, 2009, 37(7): 56–60.
- [3] 张和平, 张人杰, 麻柏坤, 等. 建筑物内火灾烟羽流和顶蓬射流诱发的空气运动盐水模拟实验研究 [J]. 实验力学, 1997, 12(1): 74–83.
- [4] GENA A W, VOELKER C, SETTLES G S. Qualitative and quantitative schlieren optical measurement of the human thermal plume[J]. Indoor Air, 2020, 30(4): 757–766.
- [5] SALMANZADEH M, ZAHEDI G, AHMADI G, et al. Computational modeling of effects of thermal plume adjacent to the body on the indoor airflow and particle transport[J]. Journal of Aerosol Science, 2012, 53: 29–39.
- [6] RIM D, NOVOSELAC A. Transport of particulate and gaseous pollutants in the vicinity of a human body[J]. Building and Environment, 2009, 44(9): 1840–1849.
- [7] LI J Y, LIU J J, WANG C C, et al. PIV methods for quantifying human thermal plumes in a cabin environment without ventilation[J]. Journal of Visualization, 2017, 20(3): 535–548.
- [8] 王智伟, 郭聪. 新型置换通风系统耦合作用机理分析研究 [J]. 流体机械, 2010, 38(6): 1–5, 10.
- [9] 杨雨佳, 刘金祥, 牛晓峰, 等. 冷辐射板布置方式对办公室热环境影响的模拟研究 [J]. 流体机械, 2017, 45(1): 77–81.
- [10] 蒋达华. 烹饪热羽流扩散特性 [D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2018.
- [11] YANG C Q, LI A G, GAO X P, et al. Interaction of the thermal plumes generated from two heat sources of equal strength in a naturally ventilated space[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2020, 198: 104085.
- [12] 韩东亮. 热羽流作用下建筑群形态布局对室外风热环境的影响 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2020.
- [13] NIELSEN P V. Selection of turbulence models for prediction of room airflow[J]. ASHRAE Transactions, 1998, 104: 1119–1127.
- [14] 李琼, 持田灯, 孟庆林, 等. 建筑室外风环境数值模拟的湍流模型比较 [J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2011, 39(4): 121–127.

行了转向系统的原理分析及数学建模。在分析了永磁直流同步电机的工作过程后，推导出电枢电压平衡方程和转矩平衡方程，得到了传递函数，并通过实验方法识别了传递函数参数。针对这一被控对象，设计了滑模控制器，并对其稳定性进行了验证。通过 Matlab/Simulink 仿真结果验证了滑模控制算法的有效性。结合理论结果和实验验证，相较于 PID 控制，滑模控制具有较好的跟踪精度及响应速度，能够克服系统的不确定性，特别是对于非线性系统具有良好的控制效果。该机器视觉感知与滑模控制方法在智能车辆的决策控制领域具有重要的理论意义和实际应用价值。

参考文献：

[1] 董峰. 工业机器视觉产业发展白皮书在世界计算大会发布 [J]. 机器人产业, 2021(5): 32–37.

[2] DEWANGAN D K, SAHU S P. Towards the design of vision-based intelligent vehicle system: methodologies and challenges[J]. *Evolutionary Intelligence*, 2023, 16(3): 759–800.

[3] 薛俊韬, 徐少朋, 王烨. 基于计算机视觉的智能小车路径规划 [J]. 计算机工程与应用, 2016, 52(7): 236–241,247.

[4] 戴家兴, 谈杰, 褚清清, 等. 基于机器视觉的智能小车自动辅助驾驶系统 [J]. 工业控制计算机, 2021, 34(10): 122–123.

[5] 曾志恒, 刘怡沛, 江龙韬, 等. 一种基于机器视觉的自主循迹智能车 [P]. 中国, 113885529A. 2022-01-04.

[6] 高庆华, 王洁, 崔承毅, 等. 适于单片机实验教学的智能

小车模块化系统设计 [J]. 实验室科学, 2018, 21(1): 10–12,17.

[7] 施芸, 杨晓艳, 雷刚, 等. 基于 STC15 单片机的模块化智能小车实训平台开发 [J]. 电子技术与软件工程, 2021(4): 85–86.

[8] 于波, 张强, 李建成, 等. 基于单片机的智能小车系统 [J]. 化工自动化及仪表, 2022, 49(3): 345–350,361.

[9] WANG Q M, XU J M, SUN T, et al. Research on road adhesion condition identification based on an improved ALEXNet model[J]. *Journal of Advanced Transportation*, 2021, (2021): 1-4.

[10] 吕彦卿. 室内智能小车的轨迹跟踪控制研究 [D]. 大连: 大连理工大学, 2020.

[11] 王丽梅, 郑浩, 贾启. 永磁同步平面电动机的滑模控制器设计 [J]. 电机与控制学报, 2014, 18(7): 101–106.

[12] 郭小定, 柏达, 周少武, 等. 一种新型趋近律的永磁同步电机滑模控制 [J]. 控制工程, 2018, 25(10): 1865–1870.

[13] 李永刚, 李星野, 史先鹏. 基于扩张状态观测器的一类未知非线性不确定系统滑模控制 [J]. 上海理工大学学报, 2010, 32(2): 110–114.

[14] 沈伟, 刘帅, 武毅. 基于网络的液压马达伺服位置系统自适应鲁棒积分控制 [J]. 上海理工大学学报, 2021, 43(4): 325–331.

[15] 王启明, 毛作龙, 张栋林, 等. 基于轨迹预测与模型预测换道路径跟踪控制 [J]. *控制工程*, 2022: 1–9.

[16] XU B, ZHANG L, JI W. Improved non-singular fast terminal sliding mode control with disturbance observer for PMSM drives[J]. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 2021, 7(4): 2753–2762.

(编辑：董伟)

[上接第 625 页]

[15] CEHLIN M, MOSHFEGH B. Numerical modeling of a complex diffuser in a room with displacement ventilation[J]. *Building and Environment*, 2010, 45(10): 2240–2252.

[16] 谢海英, 王晓晓, 杨怡, 等. 紊流模型预测街道峡谷流场能力的定量指标评价 [J]. *能源研究与信息*, 2021, 37(2): 71–77.

[17] TOMINAGA Y. Flow around a high-rise building using steady and unsteady RANS CFD: effect of large-scale fluctuations on the velocity statistics[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2015, 142: 93–103.

[18] 姜国义, 冉无忌, 胡婷荏. 考虑浮升力影响的建筑群内线源污染扩散的大涡模拟 [J]. *环境工程*, 2018, 36(6): 122–127.

[19] SALIM S M, BUCCOLIERI R, CHAN A, et al. Numerical

simulation of atmospheric pollutant dispersion in an urban street canyon: comparison between RANS and LES[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2011, 99(2/3): 103–113.

[20] 王昕, 宋冰岩, 张玉洁, 等. 轴对称面源羽流运动特性的 PIV 实验研究 [J]. *制冷学报*, 2021, 42(2): 145–150.

[21] 曾水平, 郭宇奇. 小波分析层数对信号特征提取的影响 [J]. *仪器仪表学报*, 2012, 33(S8): 9–12.

[22] 陶文铨. 数值传热学 [M]. 2 版. 西安: 西安交通大学出版社, 2001: 195–251.

[23] COURANT R, FRIEDRICHS K, LEWY H. On the partial difference equations of mathematical physics[J]. *IBM Journal of Research and Development*, 1967, 11(2): 215–234.

(编辑：丁红艺)