

颗粒分选斑图的阶梯式转变研究

梁嘉霖, 李然, 徐悦, 华云松

(上海理工大学 光电信息与计算机工程学院, 上海 200093)

摘要: 为完善颗粒流态-分选斑图模型, 提出了形变指数 Φ 量化分选斑图的转变过程。结果表明, Φ 可量化不同的连续变化分选斑图, 且 Φ 随转速呈现阶梯式变化。 Φ 的阶梯式变化特点说明核状斑图、花瓣斑图、条纹斑图相互转变过程中均出现过渡斑图, 从而表征出了分选斑图转变过程中存在过渡区及滞后现象。最终推测出分选斑图阶梯式转变的过渡与颗粒堆积结构的弛豫特性有关, 而过渡区的滞后现象则与颗粒堆积结构的记忆效应有关。

关键词: 颗粒分选; 尺寸分选; 滞后效应; 形变指数

中图分类号: TN 29 文献标志码: A

Stepwise transformation of granular segregation pattern

LIANG Jialin, LI Ran, XU Yue, HUA Yunsong

(School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: In order to complete the granular flowing regime-pattern segregation pattern model, the shape change index Φ was proposed to quantify the transformation process of segregation patterns. The results indicate that Φ can quantify different continuous changes in segregation patterns, and Φ exhibits a stepwise variation with the rotating speed. The stepwise variation feature of Φ indicates that transition patterns occur during the mutual transformation process between core patterns, petal patterns and streak patterns, thereby characterizing the existence of the transition region and its hysteresis phenomena during the segregation pattern transformation process. Finally, it is speculated that the stepwise transition of pattern transformation is related to the relaxation characteristic of the particle stacking structure, while the hysteresis phenomena within the transition region is affected by the memory effect of the particle stacking structure.

收稿日期: 2023-07-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(12072200, 12002213)

第一作者: 梁嘉霖(1998-), 女, 硕士研究生. 研究方向: 智能检测技术与仪器. E-mail: 774638587@qq.com

通信作者: 华云松(1971-), 男, 副教授. 研究方向: 自动测量与检测技术. E-mail: hyuns_yz@163.com

引文格式: 梁嘉霖, 李然, 徐悦, 等. 颗粒分选斑图的阶梯式转变研究[J]. 上海理工大学学报, 2024, 46(6): 659-666.

Citation: LIANG Jialin, LI Ran, XU Yue, et al. Stepwise transformation of granular segregation pattern[J]. Journal of University of Shanghai for Science and Technology, 2024, 46(6): 659-666.

Keywords: granular segregation pattern; size segregation; hysteresis phenomenon; the shape change index

分选斑图的转变往往与颗粒流动状态的转变密切相关^[1-3],且不同斑图代表了不同的颗粒混合程度^[4-5]。目前对滚筒内斑图转变的研究更关注改变控制参数后所对应的斑图类型^[6-17],而缺少不同斑图间相互转变过程的讨论,这将阻碍对斑图转变机制的探索。因此,连续斑图演化过程的研究对理解斑图转变机制具有重要意义。探究斑图转变机制不仅可深化对颗粒运动行为的理解,还可完善工业过程中涉及颗粒流动的系统。例如在食品加工或药物制备过程中,由于颗粒的分选和混合过程直接影响产品的质量,需要深入了解斑图的转变过程,而斑图转变机制可为生产过程提供设计和优化工艺指导,以实现更好的质量控制^[18-20]。因此,理解斑图转变机制具有实际工程应用价值。

导致斑图转变的控制参数主要有滚筒转速、颗粒填充度、颗粒密度比等^[8-16]。Zuriguél等^[10]在研究斑图转变时发现,降低滚筒转速核状斑图会向花瓣斑图转变,且随着转速的进一步降低,花瓣斑图的花瓣形状与数量均会发生变化。Hill等^[11]则是通过增大滚筒转速发现花瓣斑图会向核状斑图转变。这些结果说明核状斑图与花瓣斑图可以相互转变,但缺少了对这两种斑图转变过程的描述,即核状斑图与花瓣斑图间应存在一个连续斑图演化过程而非直接转变。Liao等^[13]在研究斑图转变时发现,逐渐增大颗粒填充度至51%时核状斑图会转变为花瓣斑图,继续增大颗粒填充度后花瓣斑图又会转变为核状斑图。他们还通过改变颗粒密度比来研究斑图转变^[14],并指出斑图转变与颗粒崩塌角之差这一几何参数有关。然而,实验过程中,因改变条件而重新装填颗粒材料的情况导致实验无法连续进行,因此,改变滚筒转速是研究斑图转变连续过程的最佳实验方法。由以上文献可知,对分选斑图转变及其条件已有了较多的研究,但对分选斑图转变机制的研究还存在不足之处。

目前,已有研究认为影响斑图转变的核心机制是颗粒流态的转变,学者们曾讨论了崩塌流(DA)与连续流(CF)这两种流态的转变及其与斑图的联系。研究结果^[21-23]显示,转速先降低至 ω_1 时

颗粒流态由连续流转变为崩塌流,接着增大至 ω_2 时则由崩塌流转变为连续流,且有 $\omega_1 < \omega_2$ 。而当转速介于 ω_1 与 ω_2 间时则间歇出现崩塌流与连续流。欧阳鸿武等^[1-2]对应颗粒流态研究进一步指出,斑图转变与颗粒流态转变密切相关,崩塌流转变为连续流时斑图也由不规则的条纹斑图转变为规则的花瓣斑图,但他们并未进一步明确流态与其余斑图的对应关系。以上研究说明,流态影响斑图的机制确实存在,但目前未有更详细的阐述。同时也表明斑图转变过程中存在过渡,且该过渡将呈现滞后现象。另外,能量耗散、颗粒堆积结构的弛豫特性与记忆效应均是颗粒流态转变滞后现象的原因,但这些原因是否同样作用于斑图转变的过程仍有待讨论。

斑图转变与流态转变还未建立确切的对应关系,不仅因为关于斑图转变过程的研究不足,而且描述不同斑图的量化指标仍有缺陷。此前学者们曾提出多种基于颗粒浓度与颗粒数目的参数^[24-25],如莱西混合指数、分选程度等。这些参数虽然能够精确地量化颗粒混合程度,但是需要计算大量的颗粒数目,并且由于仅描述了斑图部分区域的细节,无法表现斑图的整体特征。Hill等^[26]与Jain等^[27]分别提出了形状指数与分选指数来量化不同斑图,这些基于斑图几何参数的方法不仅能够表现斑图的特征,且能区分具有较大差异的斑图。然而,当使用形状指数时,由于斑图边界的确定较为困难而导致计算周长有较大的误差,从而无法区分较小差异的斑图,这与分形几何学中的海洋边界(海洋与大陆的交界线)长度问题类似。当使用分选指数时,若斑图形状发生了形变但面积未发生变化,也无法区分差异较小的斑图。因此,目前仍需要一个基于斑图几何特征且能够区分连续变化斑图的参数。

本文通过改变滚筒转速对核状斑图、花瓣斑图、条纹斑图的相互转变过程进行详细研究,提出一个既能量化不同斑图又能表征斑图转变模式的参数,进一步完善斑图转变与流态转变的对应关系,最后以颗粒堆积结构的弛豫特性与记忆效应为核心尝试分析实验现象背后的物理机制。

1 实验系统与测量方法

1.1 装置系统

实验装置由内径 $D=290$ mm、厚度 $W=9$ mm 的准二维旋转滚筒、步进电机 (Time Brilliant 86EBP111ALC-TKO)、CCD 相机 (Revealer 3F04M) 和 LED (SL-200 W) 照明组成。使用密度相同 ($\rho=2400$ kg/m³)、粒径不同的两种颗粒进行实验。其中: 绿色大颗粒直径 $d_1=(3\pm 0.1)$ mm; 红色小颗粒直径 $d_2=(1\pm 0.1)$ mm。大颗粒和小颗粒以各占颗粒总体积 50% 的配比进行左右装填, 且颗粒填充水平为 50%。相机曝光时间为 300 ms, 图像分辨率为 1024×1024 。实验系统如图 1 所示。

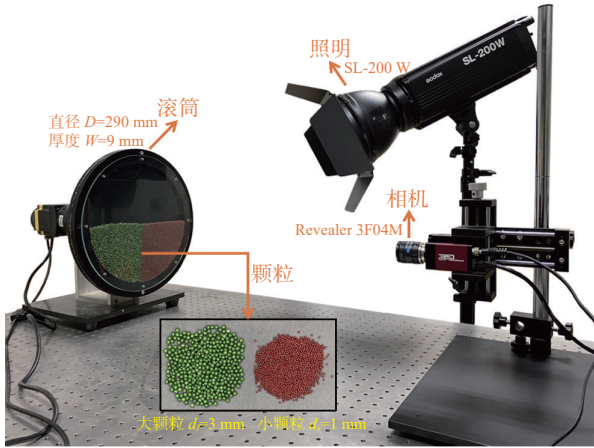


图 1 实验系统图

Fig.1 Schematic diagram of experimental system

通过将步进电机调至设定的频率来改变滚筒的旋转速度 ω , 转速范围是 $0.19\sim 39.2$ ($^\circ$)/s, 并使用弗劳德 (Froude) 数对转速进行无量纲化^[22-23]:

$$Fr^* = Fr \cdot \frac{D}{d}, Fr = \omega \sqrt{\frac{D}{g}} \quad (1)$$

式中: D 为滚筒直径; d 为颗粒平均直径; ω 为转速; g 为重力加速度。

实验先从 39.20 ($^\circ$)/s 逐渐调至 0.19 ($^\circ$)/s, 再从 0.19 ($^\circ$)/s 逐渐调至 39.20 ($^\circ$)/s, 两个转速变化方向上的转速调至间隔相同。滚筒在每个转速下均旋转 30 min 后间隔 0.5 s 采集一张图像, 持续采集 2 min。实验详细参数如表 1 所示。

1.2 图像处理与量化指标

使用数字图像处理方法对所采集的实验图像进行处理。图像灰度化后再设置阈值进行二值化, 即识别红色小颗粒以实现斑图的分割, 再通过去除远离斑图的白点或直径小于小颗粒尺寸的

白点以减少误差。图 2 为原实验图像以及对应的分选斑图分割结果。

表 1 实验详细参数

Tab.1 Detailed parameters of experiment

参数	数值
滚筒直径 D /mm	290
滚筒厚度 W /mm	9
绿色大颗粒直径 d_1 /mm	3 ± 0.1
红色小颗粒直径 d_2 /mm	1 ± 0.1
颗粒密度 ρ /(kg·m ⁻³)	2400
颗粒填充度	50%
颗粒体积分数 ($v_1:v_2$)	1:1
电机转速 ω /($^\circ$ ·s ⁻¹)	0.19~39.20
弗劳德常数 Fr^*	0.16~16.98
相机曝光时间/ms	300
相机采集间隔/ms	500
相机采集周期/s	120
相机采集窗口/px	1024×1024
照明功率/W	200
照明度/lx	12000
光通量/lm	20000

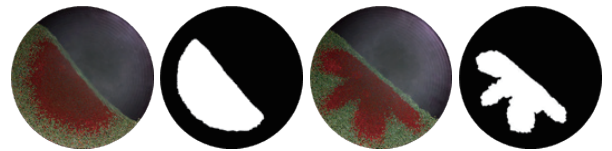


图 2 分选斑图的图像处理

Fig.2 Image processing of segregation patterns

在一定转速范围内, 颗粒流态中主要出现流动层表面弧形的连续流 (CF2)、流动层表面平坦的连续流 (CF1) 以及崩塌流 (DA), 本文将通过测量得到流动层表面的拟合曲线以及流动层表面的水平夹角 θ 来区分这 3 种不同的颗粒流态。首先将所采集的实验图像进行二值化处理, 接着通过识别流动层表面上的像素点得到拟合曲线, 若最佳拟合曲线的表达式为一次函数时, 则可测得流动层表面的水平夹角 θ 。图 3(a) 为 CF2 时流动层表面的拟合曲线, 图 3(b) 为 CF1 时流动层表面的拟合曲线及其 θ 的测量。

由于分选斑图在转变过程中有明显的几何形变, 且对比核状斑图与条纹斑图发现前者更圆这一特征, 本文将基于分选斑图的面积, 但为减少

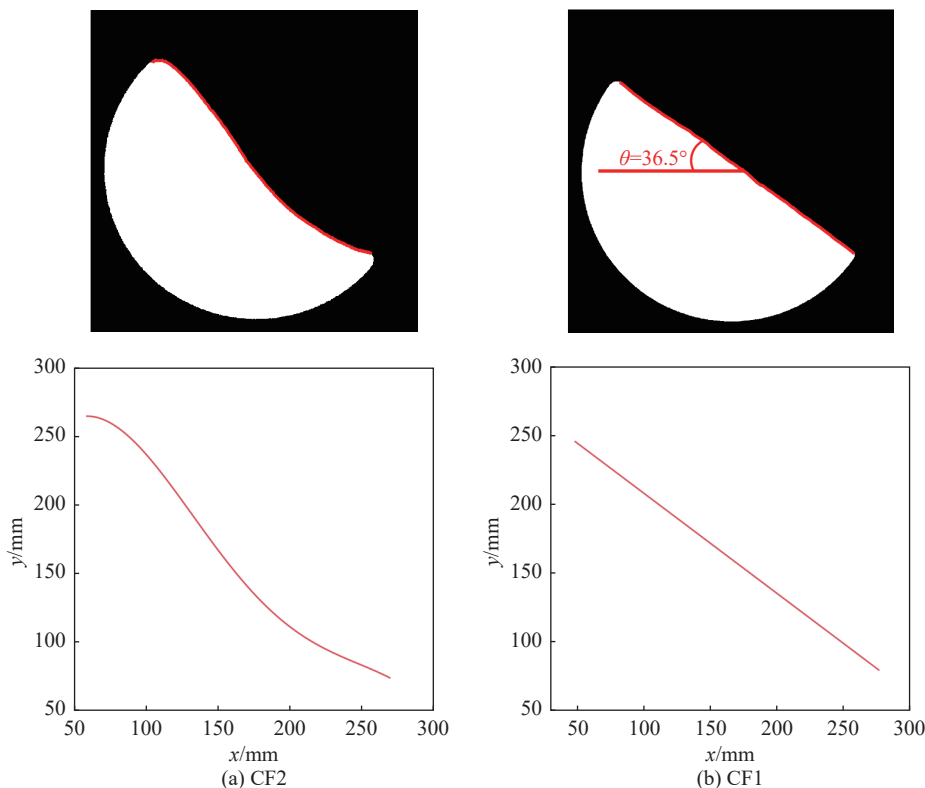


图3 流动层表面识别与角度测量

Fig.3 Flow layer surface recognition and angle measurement

误差, 不考虑斑图周长, 提出形变指数 Φ 来量化与区分斑图。首先, 将一个与分选斑图 S 相同面积的圆 C 置于斑图的形心, 并在形心处建立坐标。然后, 使用 $\Delta = |l^2 - r^2|$ 给不重叠的面积增加权重, 其中 l 是 S 内的点到形心的距离。将 S 与 C 中的点分别视为两个集合, S 与 C 的差集的 Δ 积分为 $\int_{S-C} (x^2 + y^2 - r^2) dx dy$, C 与 S 的差集的 Δ 积分为 $\int_{C-S} (r^2 - x^2 - y^2) dx dy$, 则 S 不接近圆的程度为这两个 Δ 积分之和, 即

$$\int_{S-C} (x^2 + y^2 - r^2) dx dy + \int_{C-S} (r^2 - x^2 - y^2) dx dy \geq 0 \quad (2)$$

利用集合论与积分计算, 对式(2)进行简化, 得到

$$\begin{aligned} & \int_{S-C} (x^2 + y^2 - r^2) dx dy + \int_{C-S} (r^2 - x^2 - y^2) dx dy = \\ & \int_{S-C} (x^2 + y^2 - r^2) dx dy + \int_{C-S} (r^2 - x^2 - y^2) dx dy + \\ & \int_{S \cap C} (x^2 + y^2 - r^2) dx dy + \int_{S \cap C} (r^2 - x^2 - y^2) dx dy = \\ & \int_S (x^2 + y^2 - r^2) dx dy - \int_C (x^2 + y^2 - r^2) dx dy = \\ & \int_S (x^2 + y^2) dx dy - \int_C (x^2 + y^2) dx dy \geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

简化后注意到式(3)在 S 和 C 上分别计算相

同的积分。若在平面图形上计算积分 $\int (x^2 + y^2) dx dy$, 则称其为该平面图形关于其形心的面积二次矩即力学中的惯性矩。令 $I_S = \int_S (x^2 + y^2) dx dy$, $I_C = \int_C (x^2 + y^2) dx dy$, 圆关于形心的惯性矩计算公式为 $I_C = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{A^2}{2\pi}$ (圆面积即为斑图面积 A), 代入不等式(3)中进行移项后并作比, 则用于量化分选斑图的形变指数 Φ 为

$$\Phi = \frac{I_C}{I_S} = \frac{\frac{\pi r^4}{2}}{I_S} = \frac{A^2}{2\pi I_S} \quad (4)$$

取值范围是 $(0, 1]$ 。由该指数推导过程可知, 当图形的形状越接近圆则 Φ 越接近 1, 反之 Φ 越接近 0。因此, 当核状斑图逐渐转变为条纹斑图时, Φ 将逐渐减小, 反之 Φ 则逐渐增大。

在形状指数中, 该指数的计算原理是分选斑图的周长平方与面积之比。但由于斑图边界处颗粒间的渗透现象而导致周长计算容易有较大误差, 且周长的平方项更是放大了该误差, 使得形状指数无法区分差别较小的分选斑图。但在形变指数 Φ 的计算中则无需考虑周长, 因此可以区分差别较小的斑图。在分选指数中, 该指数的计算

原理是两种颗粒各自所占面积之积与之和分别作比, 使得斑图发生形变但面积未发生变化或微小变化时无法对比出差异。但在形变指数 Φ 的计算中, 虽然也基于面积, 但在计算中考虑到了斑图内点的分布位置, 因此, 可以区分形状发生变化但面积未发生变化的斑图。由以上对比可知, 本文所提出的形变指数 Φ 能较好地地区分连续变化的分选斑图。

2 结果与讨论

2.1 流态-斑图转变过程

图 4 为流态与斑图对应关系图, 其中黑色坐标为流态转变, 红色坐标为降低转速方向上的斑图转变, 蓝色坐标为增大转速方向上的斑图转变。观察可知流态转变比斑图转变先一步发生, 说明流态转变是引起斑图转变的重要核心机制。降低转速时, 在流态从 CF2 转变为 CF1 的过程中, 斑图也从核状转变为规则的花瓣状, 且均分别经历了过渡状态 T_{p2} , T_{p2} ; 在流态从 CF1 转变为 DA 的过程中, 斑图也从花瓣状转变为不规则的条纹状, 且均分别经历过渡状态 T_{p1} , T_{p1} 。增大转速时, 在流态从 DA 转变为 CF1 的过程中, 斑图也从条纹状转变为花瓣状, 且均分别经历过渡状态 T_{p1} , T_{p1} ; 在流态从 CF1 转变为 CF2 的过程中, 斑图也从花瓣状转变为核状, 且均分别经历了过渡状态 T_{p2} , T_{p2} 。

图 4(a)~(f) 为降低转速方向的分选斑图, 当核状斑图(图 4(a), $\omega \geq 25.38$ ($^\circ$ /s))逐渐变为花瓣斑

图(图 4(c)~(d), 5.84 ($^\circ$ /s) $\leq \omega \leq 19.54$ ($^\circ$ /s))时, 随着转速的降低出现了过渡斑图 T_{p2} (图 4(b), 19.54 ($^\circ$ /s) $< \omega < 25.38$ ($^\circ$ /s))。观察此转速变化方向上的过渡斑图发现内核边缘出现了凸起波浪状, 这可用“wave breaking”模型^[11]进行解释, 流动层中的大小颗粒由于运动速度的差异而先后到达流动层底部, 最终使内核边缘出现了不均匀的凹凸相间波浪。该实验现象与文献 [26] 相似, 在花瓣斑图完全形成前会先出现边缘带有凸起波浪状的核状斑图。以上实验结果的分析说明了核状斑图转变为花瓣斑图的过程中必有过渡斑图出现。

图 4(g)~(n) 为增大转速方向的分选斑图, 当花瓣斑图(图 4(i)~(k), 7.85 ($^\circ$ /s) $\leq \omega \leq 25.38$ ($^\circ$ /s))逐渐变为核状斑图(图 4(n), $\omega \geq 35.01$ ($^\circ$ /s))时, 随着转速的增大也出现了过渡斑图 T_{p2} (图 4(l)~(m), 25.38 ($^\circ$ /s) $< \omega < 35.01$ ($^\circ$ /s))。该实验现象与文献 [27] 相似, 花瓣斑图中的花瓣逐渐形变、粗化与合并。以上实验结果的分析说明了花瓣斑图转变为核状斑图的过程中也必有过渡斑图出现。将过渡斑图所对应的转速范围称为过渡区, 对比红色坐标和蓝色坐标中的 T_{p2} 区域可知, 过渡区在两个转速变化方向上不重合, 这说明分选斑图转变过程中存在滞后现象。

图 5 所示为转速 $\omega = 3.9$ ($^\circ$ /s) 时流动层表面的水平夹角 θ 及其导数 $d\theta/dt$ 随时间 t 的变化, 该转速下的颗粒流态是从 CF1 转变为 DA 过程中的过渡流态 T_{p1} , 将间歇出现 CF1 与 DA。当为 CF1 时, θ 随时间增大的过程中其导数 $d\theta/dt$ 小于转速; 当为 DA 时, θ 随时间增大的过程中其导数 $d\theta/dt$ 等

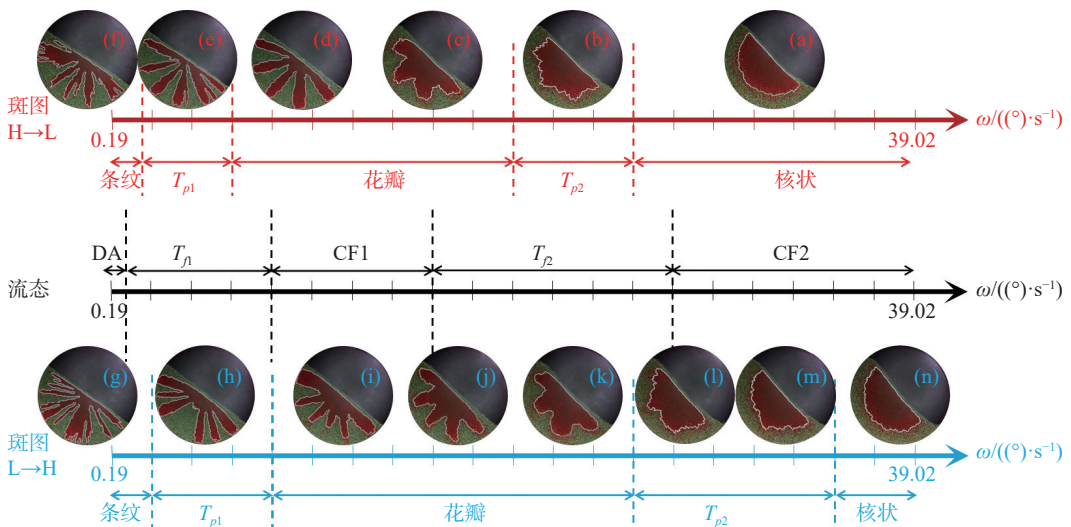


图 4 流态与斑图对应关系图

Fig.4 Flow regime and pattern correspondence diagram

于转速。其中,当出现崩塌时流动层中主要为大颗粒,崩塌角的大小有波动是因为即将进入流动层的大小颗粒比例不同,当大颗粒进入流动层前的堆积量较大时崩塌角也大,当堆积量较小时崩塌角也小。这与文献[21]中的实验结果不同,是因为其实验系统为单分散颗粒体系,而本实验系统为双分散颗粒体系。另外,夹杂在花瓣(主要由小颗粒组成)中的大颗粒崩塌引起了花瓣分裂,并最终形成不规则的条纹斑图,如图4(e)为花瓣斑图转变为条纹斑图过程中的过渡斑图 T_{p1} 。

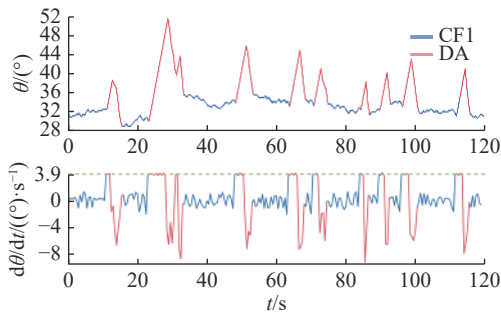


图5 当转速为 $3.9\text{ (}^\circ\text{/s)}$ 时流动层表面的水平夹角及其导数随时间的变化

Fig.5 Horizontal inclination angle of the flow layer surface and its derivative variation with time when the rotating speed is $3.9\text{ (}^\circ\text{/s)}$

2.2 斑图转变的过渡状态

使用形变指数 Φ 对斑图进行量化描述,且每个转速下所对应斑图的 Φ 均由其均值表示。图6为两个转速变化方向上 Φ 随 Fr^* 的变化。观察可知,整体上 Φ 呈现阶梯式变化。在降低转速过程中,当分选斑图从核状斑图演变为过渡斑图 T_{p2} 时, Φ 平缓下降,再由过渡斑图 T_{p2} 演变为花瓣斑图时 Φ 急剧下降。同样地,在增大转速过程中,当花瓣斑图转变为核状斑图时, Φ 也经历了急剧上升以及平缓上升两个过程。当花瓣出现分裂或者合并时, Φ 分别明显下降或明显上升。该阶梯式变化说明不同花瓣斑图间的转变过程中也应存在过渡斑图。虽然在本实验中由于转速调制间隔不够小而未得到相应的实验图像,但 Φ 的变化说明了该现象的存在。当花瓣斑图与条纹斑图相互转变时, Φ 也表现出平缓与急剧两个过程的阶梯式变化。图7(a)、(b)分别为图6中两个转速变化方向上 Φ 的导数 $d\Phi/dFr^*$ 随 Fr^* 的变化,进一步表明了 Φ 的阶梯式变化,且划分出了核状斑图、花瓣斑图、条纹斑图以及相应两种过渡斑图的转速范围。将降低转速方向上的过渡区 (T_{p1} ,

T_{p2})与增大转速方向上的过渡区分别对比,可知过渡区不重合,即分选斑图转变存在滞后现象,且增大转速方向上的过渡区范围明显更大。由以上分析可知, Φ 的阶梯式变化可表征出核状斑图与花瓣斑图间、不同花瓣斑图间、花瓣斑图与条纹斑图间的转变过程中均存在过渡区,且两个转速变化方向上的过渡区呈现滞后现象。

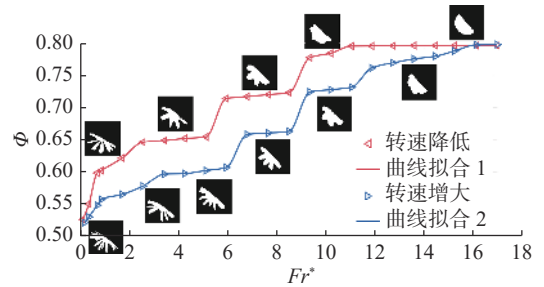
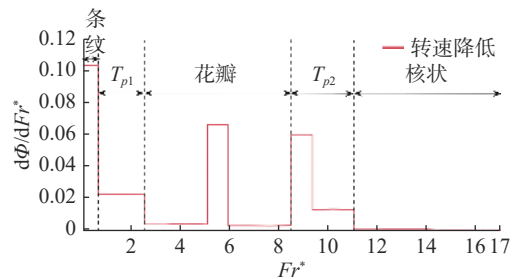
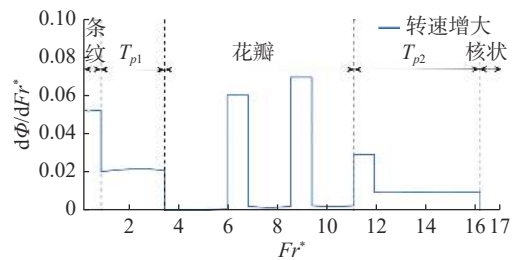


图6 形变指数及随弗劳德常数的变化

Fig.6 Variation of shape change index with Froude number



(a) 降低转速方向



(b) 增大转速方向

图7 形变指数的导数随弗劳德常数的变化

Fig.7 Derivative of shape change index variation with Froude number

颗粒系统是一个非平衡态的耗散体系,由于其表面的摩擦和非弹性接触等因素,使颗粒体系能够快速耗散掉外部因素所产生的能量^[28-29],从而能够停留在某一个亚稳态^[30],例如过渡斑图所对应的颗粒堆积结构。颗粒堆积结构由于能量耗散呈现出弛豫特性^[31-33],导致虽有外界能量的输入但颗粒堆积结构变化小,猜测这是使斑图出现不规则形变即存在过渡斑图的原因之一。在颗粒堆积过程中由于弛豫特性,颗粒系统逐渐调整自身的颗粒排列以达到相对平衡的状态,且该调整过程

涉及颗粒间的相互作用与能量分布。颗粒系统在受到外部扰动而使颗粒排列不稳定时, 通过颗粒间的相互碰撞、移动和重新排列等运动方式来调整颗粒堆积结构, 使颗粒系统逐渐趋向平衡状态^[34-35]。另外, 颗粒堆积结构中的弛豫过程通常伴随着能量的耗散, 因为颗粒间的相互作用导致了能量的转移和损失, 最终使颗粒系统达到更低的能量状态且减少能量的不稳定性, 形成相对稳定的颗粒堆积结构^[36]。过渡斑图的出现就是颗粒系统在达到下一个稳定状态时, 由于颗粒堆积结构中的弛豫特性, 逐渐调整颗粒排列而出现的斑图不规则现象。当调整过程中的较小变化逐渐积累至一定程度时, 颗粒堆积结构产生较大变化, 从而令分选斑图转变为下一个状态。另外, 图6中在较低转速时 Φ 呈现阶梯式变化, 或许也是因为颗粒堆积结构中的弛豫特性, 当结构变化累计到一定程度后花瓣才能出现分裂或者合并现象。此外, 流态与斑图的对应关系以及流态转变比斑图转变先发生的现象说明, 流态转变是引起斑图转变的重要核心机制。流态转变过程中也出现了过渡流态, 这表明过渡流态也是导致过渡斑图出现的原因之一。而两个转速变化方向上的过渡区不重合, 即分选斑图转变过程中的滞后现象则可能是缘于颗粒堆积结构中的记忆效应。

2.3 斑图转变的记忆效应

图8为形变指数 Φ 的尺度化标准差 σ/σ_x 随 Fr^* 的变化(σ_x 为核状斑图即将转变为花瓣斑图时的标准差极限值, 降低转速与增大转速分别为 σ_1 、 σ_2)。观察图中绿色虚线可知, 分选斑图进入过渡区时的 Fr^* 临界值约为11.05。降低转速时过渡区内的 Fr^* 均小于该临界值, 而增大转速时过渡区内的 Fr^* 均大于该临界值, 表现出了斑图转变的滞后现象。这说明斑图开始转变的临界值与转速改变方向无关, 然而斑图转变过程中的过渡区长短与转速改变方向有关。降低转速时分选斑图转变的滞后现象较弱, 经历较少的转速变化范围后核状斑图就演变为花瓣斑图; 而增大转速时分选斑图转变的滞后现象较强, 经历较多的转速变化范围后花瓣斑图才演变为核状斑图。

斑图转变的滞后现象也许与颗粒堆积结构的记忆效应有关。文献[37]发现颗粒堆的形成历史对颗粒排列以及颗粒间的力有显著影响。文献[2]指出颗粒堆积结构在运动状态中的记忆效应对颗

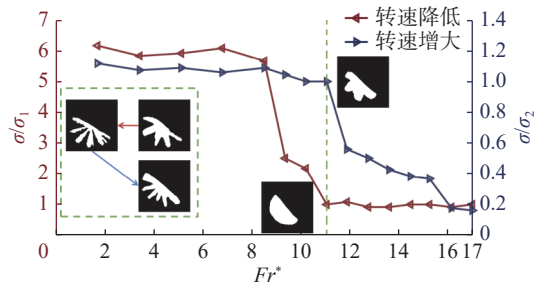


图8 形变指数的尺度化标准差随弗劳德常数变化

Fig.8 Scaled standard deviation of shape change index variation with Froude number

粒流态转变有至关重要的作用, 并且在验证实验中发现, 对颗粒系统施加扰动后示踪粒子所形成的分选斑图由原来的核状变为条纹状, 并且经过较长时间后该扰动结构才消失, 从而证明了颗粒堆积结构与流动过程的历史相关性。文献[3]的研究结果表明, 由于颗粒流态决定了流动层的位置、尺寸和密度, 所以也决定了出现的分选斑图及其形成速率。文献[1]也发现颗粒流态转变与斑图转变密切相关, 即崩塌流转变为连续流时斑图也由不规则的条纹斑图转变为规则的花瓣斑图。

由以上颗粒流态与分选斑图的关系可知, 不同转速下颗粒堆积结构的记忆效应是分选斑图转变过程中过渡区滞后的原因。观察图8绿色虚线框中的分选斑图, 当 $Fr^*=3.42$ 减小至 $Fr^*=1.69$ 后, 5花瓣斑图的其中一个花瓣出现了分裂。但是由于记忆效应, 使得当 Fr^* 再一次增加到3.42时该分裂并未消失, 反而演化成了6花瓣斑图。随着记忆效应的叠加, 最终当 Fr^* 增加至11.05时仍然为花瓣斑图。该现象也说明经历过低转速的颗粒堆积结构其记忆效应更强, 使花瓣斑图经历了更长的过渡区才变为核状斑图。

3 结论

本文提出的形变指数 Φ 实现了在连续斑图演化中对核状斑图、花瓣斑图、条纹斑图、过渡斑图的区分, 进一步确定了斑图转变与流态转变的对应关系。在量化斑图方面, 不同斑图所对应的 Φ 均不同, 这表明 Φ 可较好地量化连续变化斑图。 Φ 随转速变化时具有阶梯式变化的特点说明核状斑图与花瓣斑图间、不同花瓣斑图间、花瓣斑图与条纹斑图间的转变过程中均存在过渡斑图。将过渡斑图所对应的转速范围称为过渡区,

Φ 的变化还表征出了两个转速变化方向上的过渡区存在滞后现象, 且增大转速方向上的过渡区范围明显大于降低转速方向上的过渡区范围。在过渡与滞后现象方面, 从能量耗散角度分析斑图转变中过渡斑图的出现也许与颗粒堆积结构的弛豫特性有关。同时, 根据斑图转变与流态转变的关系, 通过实验现象推测斑图转变中的滞后现象与颗粒堆积结构的记忆效应有关。

参考文献:

- [1] 欧阳鸿武, 黄立华, 王琼, 等. 转鼓中双组元颗粒混合物形成斑图的模式和机制[J]. *粉末冶金材料科学与工程*, 2014, 19(1): 15–23.
- [2] 欧阳鸿武, 黄立华, 程亮, 等. 低速转鼓中颗粒流态的滞后转变行为[J]. *粉末冶金材料科学与工程*, 2013, 18(2): 155–162.
- [3] ARNTZ M M H D, DEN OTTER W K, BRIELS W J, et al. Granular mixing and segregation in a horizontal rotating drum: a simulation study on the impact of rotational speed and fill level[J]. *Aiche Journal*, 2008, 54(12): 3133–3146.
- [4] FAN Y, SCHLICK C P, UMBANHOWAR P B, et al. Modelling size segregation of granular materials: the roles of segregation, advection and diffusion[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2014, 741: 252–279.
- [5] SCHLICK C P, FAN Y, UMBANHOWAR P B, et al. Granular segregation in circular tumblers: theoretical model and scaling laws[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, 765: 632–652.
- [6] PEREIRA G G, TRAN N, CLEARY P W. Segregation of combined size and density varying binary granular mixtures in a slowly rotating tumbler[J]. *Granular Matter*, 2014, 16(5): 711–732.
- [7] ZHANG Z W, GUI N, GE L, et al. Numerical study of mixing of binary-sized particles in rotating tumblers on the effects of end-walls and size ratios[J]. *Powder Technology*, 2017, 314: 164–174.
- [8] KHAKHAR D V, MCCARTHY J J, OTTINO J M. Radial segregation of granular mixtures in rotating cylinders[J]. *Physics of Fluids*, 1997, 9(12): 3600–3614.
- [9] KHAKHAR D V, ORPE A V, OTTINO J M. Continuum model of mixing and size segregation in a rotating cylinder: concentration-flow coupling and streak formation[J]. *Powder Technology*, 2001, 116(2/3): 232–245.
- [10] ZURIGUEL I, GRAY J M N T, PEIXINHO J, et al. Pattern selection by a granular wave in a rotating drum[J]. *Physical Review E*, 2006, 73(6): 061302.
- [11] HILL K M, GIOIA G, AMARAVADI D, et al. Moon patterns, sun patterns, and wave breaking in rotating granular mixtures[J]. *Complexity*, 2005, 10(4): 79–86.
- [12] PEREIRA G G, PUCIŁOWSKI S, LIFFMAN K, et al. Streak patterns in binary granular media in a rotating drum[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2011, 35(4): 1638–1646.
- [13] LIAO C C, HSIAU S S, NIEN H C. Effects of density ratio, rotation speed, and fill level on density-induced granular streak segregation in a rotating drum[J]. *Powder Technology*, 2015, 284: 514–520.
- [14] LIAO C C, HSIAU S S, NIEN H C. Density-driven spontaneous streak segregation patterns in a thin rotating drum[J]. *Physical Review E*, 2014, 89(6): 062204.
- [15] ZURIGUEL I, PEIXINHO J, MULLIN T. Segregation pattern competition in a thin rotating drum[J]. *Physical Review E*, 2009, 79(5): 051303.
- [16] XIU W Z, LI R, CHEN Q, et al. Binary-size granules segregation from core pattern to streak pattern in a rotating drum[J]. *Powder Technology*, 2021, 380: 518–525.
- [17] UMBANHOWAR P B, LUEPTOW R M, OTTINO J M. Modeling segregation in granular flows[J]. *Annual Reviews*, 2019, 10: 129–153.
- [18] WU X, ZUO Z J, GONG S G, et al. Numerical study of size-driven segregation of binary particles in a rotary drum with lower filling level[J]. *Advanced Powder Technology*, 2021, 32(12): 4765–4778.
- [19] DUAN Y F, UMBANHOWAR P B, OTTINO J M, et al. Modelling segregation of bidisperse granular mixtures varying simultaneously in size and density for free surface flows[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2021, 918: A20.
- [20] XIU W Z, LI R, CHEN Q, et al. Prediction of segregation characterization based on granular velocity and concentration in rotating drum[J]. *Particuology*, 2023, 73: 17–25.
- [21] FISCHER R, GONDRET P, RABAUD M. Transition by intermittency in granular matter: from discontinuous avalanches to continuous flow[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103(12): 128002.
- [22] BALMFORTH N J, MCELWAIN J N. From episodic avalanching to continuous flow in a granular drum[J]. *Granular Matter*, 2018, 20(3): 52.
- [23] PENG A R, YUAN Y, WANG Y J. Granular avalanche statistics in rotating drum with varied particle roughness[J]. *National Science Open*, 2023, 2(3): 20220069.
- [24] HOU Z C, ZHAO Y Z. Numerical and experimental study of radial segregation of bi-disperse particles in a quasi-two-dimensional horizontal rotating drum[J]. *Particuology*, 2020, 51: 109–119.

operational matrices method for solving fractional neutral pantograph differential equations[J]. *Advances in Difference Equations*, 2018, 2018(1): 94.

- [5] WANG L P, CHEN Y M, LIU D Y, et al. Numerical algorithm to solve generalized fractional pantograph equations with variable coefficients based on shifted Chebyshev polynomials[J]. *International Journal of Computer Mathematics*, 2019, 96(12): 2487–2510.
- [6] GUO Y L, WANG Z Q. A multi-domain Chebyshev collocation method for nonlinear fractional delay differential equations[J]. *Discrete and Continuous Dynamical Systems-B*, 2022, 27(12): 7521–7545.
- [7] LIN Y M, XU C J. Finite difference/spectral approximations for the time-fractional diffusion equation[J]. *Journal of Computational Physics*, 2007, 225(2): 1533–1552.
- [8] LV C W, AZAIEZ M, XU C. Spectral deferred correction methods for fractional differential equations[J]. *Numerical*

Mathematics: Theory, Methods and Applications, 2018, 11(4): 729–751.

- [9] WANG Z Q, GUO Y L, YI L J. An hp -version Legendre-Jacobi spectral collocation method for Volterra integro-differential equations with smooth and weakly singular kernels[J]. *Mathematics of Computation*, 2017, 86(307): 2285–2324.
- [10] WANG C L, WANG Z Q, JIA H L. An hp -version spectral collocation method for nonlinear Volterra integro-differential equation with weakly singular kernels[J]. *Journal of Scientific Computing*, 2017, 72(2): 647–678.
- [11] YI L J, GUO B Q. An h - p version of the continuous Petrov-Galerkin finite element method for Volterra integro-differential equations with smooth and nonsmooth kernels[J]. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 2015, 53(6): 2677–2704.

(编辑: 丁红艺)

(上接第 666 页)

- [25] FIGUEROA I, VARGAS W L, MCCARTHY J J. Mixing and heat conduction in rotating tumblers[J]. *Chemical Engineering Science*, 2010, 65(2): 1045–1054.
- [26] HILL K M, GIOIA G, AMARAVADI D. Radial segregation patterns in rotating granular mixtures: waviness selection[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(22): 224301.
- [27] JAIN N, OTTINO J M, LUEPTOW R M. Regimes of segregation and mixing in combined size and density granular systems: an experimental study[J]. *Granular Matter*, 2005, 7(2/3): 69–81.
- [28] SUN X L, KOB W, BLUMENFELD R, et al. Friction-controlled entropy-stability competition in granular systems[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(26): 268005.
- [29] KOU B Q, CAO Y X, LI J D, et al. Granular materials flow like complex fluids[J]. *Nature*, 2017, 551(7680): 360–363.
- [30] 杨晖, 张国华, 王宇杰, 等. 密集颗粒体系的颗粒运动及结构测量技术 [J]. *力学进展*, 2018, 48(1): 541–590.

- [31] 孙其诚. 颗粒介质的结构及热力学 [J]. *物理学报*, 2015, 64(7): 076101.
- [32] 孙其诚, 刘传奇, 周公旦. 颗粒介质弹性的弛豫 [J]. *物理学报*, 2015, 64(23): 236101.
- [33] RICHARD P, NICODEMI M, DELANNAY R, et al. Slow relaxation and compaction of granular systems[J]. *Nature Materials*, 2005, 4(2): 121–128.
- [34] MEI J Z, MA G, TANG L W, et al. Spatial clustering of microscopic dynamics governs the slip avalanche of sheared granular materials[J]. *International Journal of Plasticity*, 2023, 163: 103570.
- [35] ZHANG G, RIDOUT S A, LIU A J. Interplay of rearrangements, strain, and local structure during avalanche propagation[J]. *Physical Review X*, 2021, 11(4): 041019.
- [36] 徐珍. 颗粒平面及棱角影响堆积结构及弛豫过程的实验研究 [D]. 上海: 华东师范大学, 2022.
- [37] GENG J F, LONGHI E, BEHRINGER R P, et al. Memory in two-dimensional heap experiments[J]. *Physical Review E*, 2001, 64(6): 060301.

(编辑: 丁红艺)