

雷诺数对竖直壁面降膜厚度影响研究

钱晨¹, 杨建文², 杨杨¹, 杨斌¹

(1. 上海理工大学 能源与动力工程学院, 上海 200093; 2. 西安航天动力研究所, 西安 710100)

摘要: 针对竖直壁面上的流动降膜特性问题, 研究了基于平面激光诱导荧光法的液膜厚度测量方法, 通过液膜厚度标定装置获得了图像灰度与厚度的对应关系, 搭建了溢流式降膜流动循环实验系统, 开展了不同体积流量下竖直壁面降膜厚度测量, 同时开展了对应实验工况不同雷诺数竖直壁面降膜流动数值模拟研究。液膜厚度实验测量结果与数值模拟结果相对偏差最小为 5.5%, 最大为 11.4%。在此基础上, 重点研究了雷诺数对竖直壁面降膜厚度的影响, 结果显示: 壁面切应力和气液界面剪切力是导致液膜波动的主要因素; 随着雷诺数的增加, 因液体流动速度增加引起壁面切应力与气液界面剪切力差值加剧, 液膜波动的振幅增加。

关键词: 竖直壁面降膜流动; 液膜厚度; 雷诺数; 平面激光诱导荧光法; 液膜波动
中图分类号: TK 31 **文献标志码:** A

Effect of Reynolds number on the falling film thickness of vertical walls

QIAN Chen¹, YANG Jianwen², YANG Yang¹, YANG Bin¹

(1. School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;
2. Xi'an Aerospace Propulsion Institute, Xi'an 710100, China)

Abstract: In order to study the problem of falling film flow characteristics on the vertical wall, the liquid film thickness measurement method based on planar laser-induced fluorescence method was studied. The corresponding relationship between image grayscale and thickness was obtained through a liquid film thickness calibration device. An overflow type falling film flow cycle experimental system was constructed and the falling film thickness on the vertical wall under different volume flow rates was measured. At the same time, numerical simulation of vertical wall falling film flow under different Reynolds numbers were conducted under corresponding experimental conditions. The relative deviation

收稿日期: 2023-09-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52306215, 51806144)

第一作者: 钱晨(1998-), 男, 硕士研究生. 研究方向: 多相流测量技术. E-mail: 1728228762@qq.com

通信作者: 杨斌(1985-), 男, 副教授. 研究方向: 多相流测量技术. E-mail: yangbin@usst.edu.cn

引文格式: 钱晨, 杨建文, 杨杨, 等. 雷诺数对竖直壁面降膜厚度影响研究[J]. 上海理工大学学报, 2025, 47(1): 38-44.

Citation: QIAN Chen, YANG Jianwen, YANG Yang, et al. Effect of Reynolds number on the falling film thickness of vertical walls[J]. Journal of University of Shanghai for Science and Technology, 2025, 47(1): 38-44.

between the experimental measurement results and the numerical simulation results of the liquid film thickness is 5.5% at least and 11.4% at most. On this basis, the influence of Reynolds number on the thickness of falling film on the vertical wall was mainly studied. The results show that wall shear stress and gas-liquid interface shear stress are the main factors leading to liquid film fluctuations. As the Reynolds number increases, the surface fluctuation of the liquid film intensifies due to the difference between wall shear stress and gas-liquid interface shear stress caused by the increase in liquid flow velocity. In addition the amplitude of the liquid film fluctuation increases.

Keywords: falling film flow on the vertical wall; liquid film thickness; Reynolds number; planar laser-induced fluorescence method; liquid film fluctuation

竖直降膜流动是指液膜受到重力作用驱动,黏附于介质表面自由流动的现象,对工业生产和日常生活具有重要意义,在工业锅炉、喷雾冷却、空调制冷、化学生产等领域都有广泛应用^[1]。液膜厚度是液膜流动的关键表征参数之一,是研究液膜流动及分析其影响因素的关键^[2]。Du等^[2]采用电容法对大尺度椭球表面的流动液膜厚度进行测量,通过改变椭球面倾斜角和液膜雷诺数得到不同纵向位置无量纲液膜厚度和液膜雷诺数的关系。王晶等^[3]利用超声多普勒测速仪测量不同雷诺数下垂直管内不同轴向和周向位置处液膜厚度和速度,分析了液膜厚度和速度随流动距离和空间分布的关系。王子杰等^[4]采用图像法拍摄竖直圆管外自由下降的液膜图像获取液膜厚度,获得了不同液体体积流量下液膜厚度的变化规律,同时结合激光吸收光谱法,验证了图像法液膜厚度测量结果。Nozhat^[5]采用激光干涉法对极低雷诺数的小口径玻璃管内表面流动的液膜厚度进行测量,发现垂直表面上的不均匀液膜流动以及三维波浪。Schulz等^[6]基于平面激光诱导荧光法测量压力容器壁面上的异辛烷液膜厚度,分析不同的校准方法对实验测量精度的影响。Ho等^[7]基于二维VOF(volume of fluid)模型开展微反应器壁面降膜流动数值模拟,得到壁面降膜液体流速与膜厚的关系,并分析了气体流速、表面张力、液体黏度和压力差对液体流速的影响。卓雄杰^[8]基于扩散界面法开展倾斜平板液膜数值模拟,获得倾斜平板液膜在不同平板倾斜角、液体表面张力、气液接触角和液体密度下的流动过程。

雷诺数是表征黏性流体流动状态的无量纲数,研究雷诺数对液膜流动过程的影响对降膜相关设备的设计与优化都具有重要的价值。邱庆刚等^[9]模拟不同雷诺数降膜沿竖直平板流动时发

现,雷诺数的增加使得层流底层的液膜厚度和平均液膜厚度增加,波动幅度却降低。Takamasa等^[10]利用激光聚焦位移仪测量竖直壁面在不同雷诺数下的降膜厚度,表明在低雷诺数下液膜厚度的标准差与入口长度无关。

因此,本文针对雷诺数对竖直壁面降膜厚度的影响,采用平面激光诱导荧光法测量不同体积流量下竖直壁面降膜厚度,在此基础上,基于VOF模型和SST $k-\omega$ 模型对竖直壁面的降膜流动过程进行数值模拟,分析雷诺数对竖直壁面降膜厚度的影响。

1 竖直降膜厚度实验测量

1.1 实验测量系统

针对竖直壁面的液膜厚度开展实验测量,设计并搭建如图1所示的溢流式降膜流动循环实验与测量系统。溢流式降膜流动循环实验系统主要用于形成不同工况的竖直壁面降膜,其中:收集水箱用于储存罗丹明B溶液,罗丹明B溶液经过水箱侧边软管,由水泵输运至溢流水箱,实现循环流动;溢流水箱通过罗丹明B溶液溢流,在侧面设置的不锈钢竖直平板上形成竖直壁面降膜,溢流狭缝尺寸为50 mm×2 mm,竖直平板为L型,尺寸为50 mm(水平长度)×300 mm(竖直长度),竖直平面与水平平面采用圆弧过渡;可调流量式直流水泵将低位的收集水箱中的罗丹明B溶液输运到高位的溢流水箱;软管设置液体转子流量计(测量范围0.16~1.6 L/min)用于测量罗丹明B溶液流量。平面激光诱导荧光法液膜厚度测量系统采用532 nm激光器(迈致激光, HXB532型半导体激光器,一字型输出,功率:100 mW)产生一字型激光照射竖直平板上的罗丹明B溶液液膜,罗

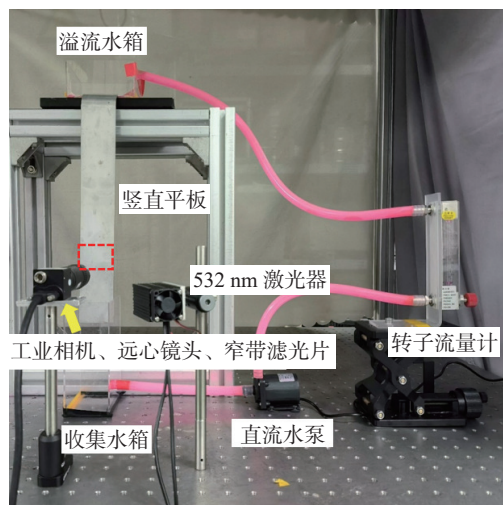
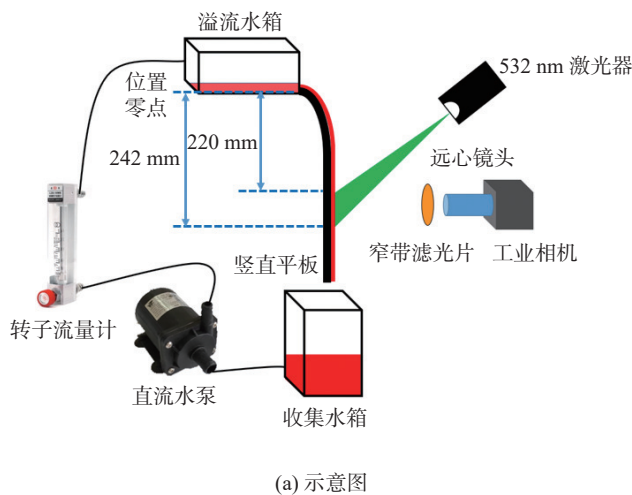


图1 溢流式降膜流动循环实验系统

Fig.1 Experimental system for overflow falling film flow circulation

丹明 B 溶液液膜受激光诱导产生荧光，由远心镜头(放大倍率：0.1~1，工作距离：65~450 mm)与工业相机(京航，JHUM306Bs-E 型黑白相机，分辨率：2048×1536，最大帧率：90 f/s)组成的成像系统进行成像。其中，拍摄图像时相机增益设置为 8，曝光时间为 1 123 ms。远心镜头的孔径光阑被设置在镜头像方的焦平面上，在成像时只有平行于主光轴的光线被接收用于成像，避免成像出现物体近大远小的问题^[11-12]。远心镜头前加装窄带滤光片(中心波长：600 nm，带宽：20 nm)，用于截止罗丹明 B 溶液液膜产生的荧光以外的杂散光。以溢流狭缝底面为液膜下降位置零点，经成像标定测量区域为液膜下降 220~242 mm 距离范围。

1.2 液膜厚度测量原理及标定过程

平面激光诱导荧光测量原理是特定波长的激光照射添加荧光剂的液膜发射荧光，荧光强度满足 Beer-Lambert 定律^[13]：

$$I = \Phi I_a = \Phi I_0 (1 - 10^{-\varepsilon ch}) \quad (1)$$

式中： I 为受激的荧光强度； Φ 为荧光剂的荧光量子产率，通常总是小于 1； I_a 为荧光吸收光的强度； I_0 为入射激光强度； ε 为摩尔吸收系数； c 为荧光剂溶液的浓度； h 为激光在溶液中的光程，即待测的液膜厚度。在荧光剂溶液浓度很低，待测的液膜厚度 h 很薄，环境参数如温度、压力和溶液体系参数酸碱度、浓度不变的情况下，式(1)可以简化为

$$I = Kh \quad (2)$$

式中， K 为 Φ 、 I_0 、 ε 、 c 的乘积。

成像系统拍摄荧光图像时，将荧光光强信号经过光电转换和模数转换为图像中的灰度，则荧光强度与图像灰度满足

$$h = C_1 r + C_2 \quad (3)$$

式中： C_1 为直接转换比例系数，与实验条件有关； C_2 为工业相机因本身暗电压引起的无量纲灰度，只与设置的工业相机增益有关； r 为图像像素点的灰度。因此，只要获得图像中的荧光液膜的灰度，即可通过上式反推得到液膜厚度。

基于平面激光诱导荧光法测量液膜厚度时，需要标定图像灰度和液膜厚度之间的关系。标定实验时，固定激光器的功率，输出稳定强度的激光，远心镜头前加装(600±20) nm 的窄带薄膜滤光片以过滤杂光，成像系统和激光器处于同一水平高度，激光器和成像系统 45° 夹角放置。标定装置内加入一定体积的 0.01 g/L 的罗丹明 B 溶液，标定装置内包含楔块，如图 2 所示，楔块斜面上会形成线性 1~3 mm 均匀变化的罗丹明 B 液膜。激光照射后，罗丹明 B 液膜发出荧光，罗丹明 B 液膜的荧光强度和液膜的厚度相对应。

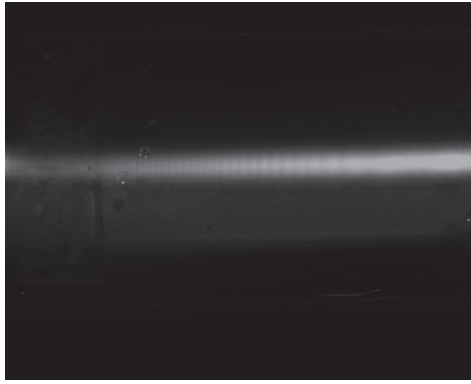
荧光图像经过图像灰度二值化、图像增强和



图2 标定装置模型图

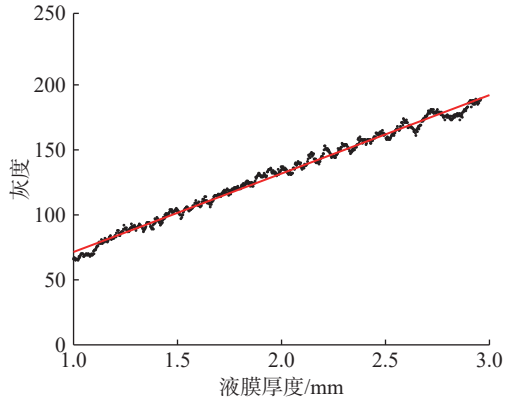
Fig.2 Diagram of calibration device model

维纳滤波, 在图像中心提取 10 个像素点的灰度求取平均值, 得到不同液膜厚度对应的图像灰度,



(a) 液膜荧光标定图像

经过线性拟合后, 获得液膜厚度与图像灰度拟合曲线, 如图 3 所示。



(b) 液膜厚度与图像灰度拟合结果

图 3 液膜荧光图像标定结果

Fig.3 Results of liquid film fluorescence image calibration

液膜厚度-图像灰度拟合曲线为

$$r = 60.3h + 11.1 \quad (4)$$

1.3 典型工况液膜厚度测量结果与分析

调整直流水泵电源电压和转子流量计旋钮开度, 使得罗丹明 B 溶液体积流量为 0.4、0.6、0.8、1.0、1.2 L/min。等待转子流量计示数稳定后, 打开半导体激光器照射流动的罗丹明 B 液膜, 拍摄竖直壁面 220~242 mm 位置处的荧光液膜图像。为了更直观地显示不同体积流量的流动液膜荧光图像, 将拍摄的流动液膜荧光黑白图像以伪彩图形式显示, 如图 4 所示。

将拍摄的荧光图像经过图像处理, 提取荧光中心附近 10 个像素点的灰度并平均化, 根据图像灰度-液膜厚度标定实验得到拟合关系式, 反演得到液膜厚度分布, 如图 5 所示。由图可知, 液膜流动时形成波动, 随着液膜体积流量 Q 的增加, 平均液膜厚度、液膜波动幅度增加。液膜体积流量为 0.4 L/min 时, 液膜波动幅度较小, 液膜

体积流量为从 0.6 L/min 增加到 1.2 L/min, 液膜波动幅度逐渐增加。这可以解释为液膜体积流量较小时, 液膜流动主要形式为细小波动的层流; 随着液膜体流量的增加, 液膜流动逐渐向湍流发展, 液膜流动速度增加使得在惯性力和黏性力共同作用下, 液膜表面波动加剧, 导致液膜厚度波动幅度增加。

2 竖直降膜流动数值模拟研究

2.1 物理模型与数值模拟方法

液体经液体入口在竖直壁面流动形成液膜, 物理模型如图 6 所示, 通过数值模拟可获得液膜沿流动距离的厚度与流动参数变化。物理模型边界条件设置如表 1 所示。网格划分时为准确模拟液膜黏附壁面流动, 对近壁面流动边界层和气液交界面进行局部网格加密。

VOF 模型的质量守恒方程:

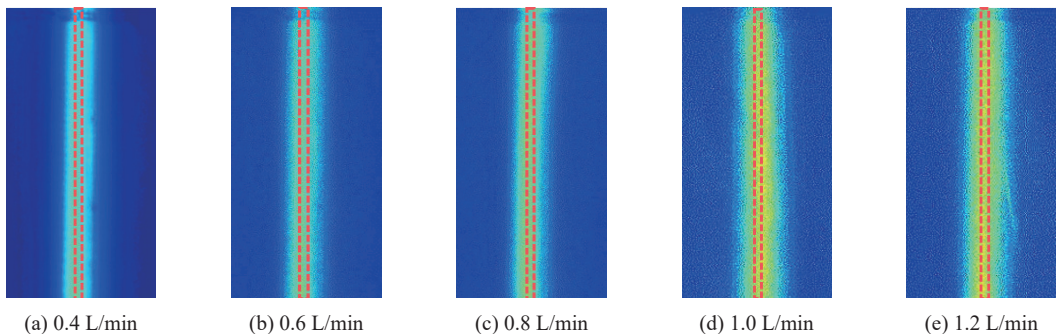


图 4 不同体积流量的液膜荧光图像

Fig.4 Fluorescence images of liquid film under different volume flow rates

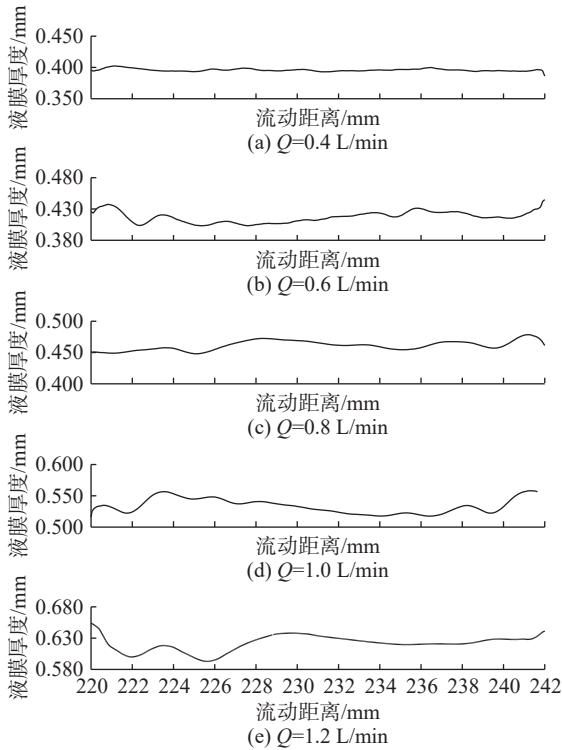


图5 不同体积流量的液膜厚度分布

Fig.5 Thickness distribution of liquid film under different volume flow rates

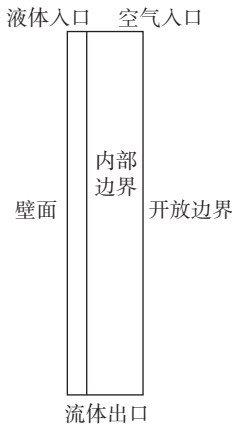


图6 不同体积流量的液膜厚度分布

Fig.6 Thickness distribution of liquid film under different volume flow rates

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (5)$$

动量方程:

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \mu \nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{u}^T) + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F} \quad (6)$$

式中: ρ 为流体密度; μ 为流体动力黏度; p 为流体压力; \mathbf{g} 为重力加速度; \mathbf{u} 为速度矢量; \mathbf{F} 为动量源项。

本文中的动量源项为气液相界面的表面张

表1 物理模型边界条件设置

Tab.1 Boundary condition setting of physical model

边界名称	边界条件
液体入口	速度入口, 宽度2 mm, 速度0.27、0.40、0.53、0.67、0.80 m/s
空气入口	速度入口, 宽度8 mm, 速度0 m/s
壁面	无滑移壁面
开放边界	压力出口
流体出口	压力出口

力, 开启连续表面张力 (continuum surface force, CSF) 模型, 二维几何模型计算中, 简化运算后表面张力源项^[14] 为

$$F = \sigma \frac{\rho \kappa \nabla \varphi}{\frac{1}{2}(\rho_l + \rho_g)} \quad (7)$$

式中: σ 为表面张力系数; κ 为表面曲率; φ 为网格内流体的体积分数; ρ_l 、 ρ_g 分别为液相、气相的密度。

采用平面激光诱导荧光法测量液膜厚度时使用的罗丹明 B 溶液浓度很低, 几乎没有改变水的密度和动力黏度, 因此, 在数值模拟时以纯水为介质, 数值模拟中的流体参数如表 2 所示。

表2 数值模拟中的流体参数

Tab.2 Fluid parameters in numerical simulation

流体	密度 $\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	动力黏度 $\mu / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$
水	988.200	0.001
空气	1.225	1.789×10^{-5}

湍流模型为选用 SST $k-\omega$ 模型, 该模型在近壁面流体自由流动时有较高的可信度, 该模型输运方程可以描述为湍动能 k 方程和湍流耗散率 ω 方程^[15]:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \omega u_i) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega + D_\omega \quad (9)$$

式中: u_i 为 i 方向的速度分量; t 为时间; Γ 为有效扩散率; G 为由层流速度产生的湍动能; Y 为由流动扩散产生的湍流; S 为用户定义项; D_ω 为正交扩散项。

本文主要研究雷诺数对降膜厚度的影响, 因此, 将壁面粗糙度设置为定值。在 SST $k-\omega$ 模型中, 粗糙度常数 C_s 和粗糙度高度 K_s 决定了壁面粗糙程度。本文取 C_s 为 0.5, 表示均匀粗糙的壁面条

件;取 K_s 为0.05 mm,代表不锈钢表面的粗糙程度。

2.2 典型雷诺数液膜厚度数值模拟结果验证

根据实验系统和数值模拟模型设置的参数,雷诺数 Re 计算公式转换^[16]为

$$Re = \frac{\rho u_0 h_0}{\mu} = \frac{\rho Q}{W\mu} \quad (10)$$

式中: u_0 为液膜入口的初始速度; h_0 为数值模型液体入口的宽度; Q 为实验系统罗丹明B溶液的体积流量; W 为实验系统竖直平板的宽度。

为了验证数值模拟的准确性,采用实验测量选择的竖直距离220~242 mm范围作为目标区域,对比该区域内平面激光诱导荧光法液膜厚度测量平均值与数值模拟计算平均值,结果如表3所示。随着液体入口初始雷诺数 Re 的增加,数值模拟的平均液膜厚度变化规律与平面激光诱导荧光法测量的结果一致。数值模拟结果与平面激光诱导荧光法测量结果最大相对偏差为11.4%,最小相对偏差为5.8%。数值模拟和平面激光诱导荧光法得到的数值模拟结果产生较大偏差的原因是:竖直壁面的液膜并不是沿着竖直平板宽度方向均匀流动,液膜会沿着竖直壁面中线附近位置集中流动铺展,其余位置并没有被液膜润湿,这导致液膜厚度在中线位置测量结果偏大;而数值模拟计算的二维竖直壁面模型中没有考虑到液膜的集中流动,导致数值模拟的平均液膜厚度比平面激光诱导荧光法的测量结果偏小。

表3 实验测量与数值模拟结果对比

Tab.3 Comparison of experimental measurement and numerical simulation results

体积流量/ (L·min ⁻¹)	Re	平均液膜厚度/mm		相对偏差/%
		平面激光诱导荧光法	数值模拟	
0.4	528	0.373	0.353	5.5
0.6	792	0.426	0.380	11.4
0.8	1056	0.455	0.426	6.6
1.0	1320	0.516	0.501	5.8
1.2	1584	0.617	0.564	9.0

2.3 雷诺数对竖直降膜液膜厚度影响分析

以 Re 为528时的数值模拟结果为例,图7为液膜厚度、壁面切应力和液膜表面速度沿流动距离的分布结果。壁面切应力是液体流经壁面对壁面产生的摩擦力,与液体流动速度正相关。由图7可得,液膜厚度、壁面切应力和液膜表面速度波动相位基本同步,液膜表面速度和液膜厚度的波

峰对应着壁面切应力的波谷,液膜表面速度和液膜厚度的波谷对应着壁面切应力的波峰。液膜产生波动的原因可以解释为:液膜表面的气液界面剪切力和壁面切应力相对变化导致流体表面和底面产生相对速度差,进而流体表面和底面存在相对位移使得液膜厚度产生波动。在竖直降膜流动中,壁面切应力和气液界面的剪切力是导致液膜产生不稳定变形和波动的因素^[17]。液膜表面波动情况受壁面切应力与气液界面剪切力差值影响。

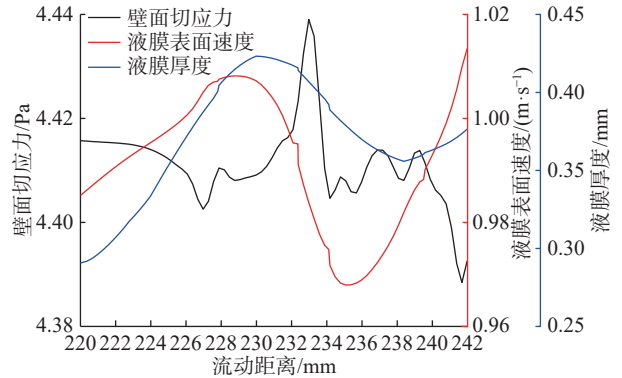


图7 液膜厚度、壁面切应力和液膜表面速度沿程分布

Fig.7 Distribution of liquid film thickness, wall shear stress and liquid film surface velocity along the path

数值模拟计算得到的不同液体入口初始雷诺数的液膜厚度分布如图8所示,可见随着液体入口初始雷诺数的增加,液体流量增加,相应地,液膜厚度也增加。液膜表面在流动方向上出现了波动,波动的振幅也随着液体入口初始雷诺数的增加而增加。这是因为随着雷诺数的增加,液膜表面波动因液体流动速度增加引起壁面切应力与气液界面剪切力差值加剧,因此,液膜波动的振幅增加。

根据Nusselt提出的理论,液膜厚度与雷诺数两者正相关,符合如式(11)所示的无量纲液膜厚度与雷诺数的经典关系式:

$$\bar{\delta}^+ = aRe^b \quad (11)$$

式中: $\bar{\delta}^+$ 为无量纲液膜厚度, $\bar{\delta}^+ = \frac{\bar{\delta}}{L}$, L 为特征长度, $L = \left(\frac{v^2}{g \sin \alpha}\right)^{\frac{1}{3}}$, v 为运动黏度, g 为重力加速度的大小, α 为水平方向的夹角; a 、 b 为关系式的相关标定系数。

将图8数值模拟得出的不同雷诺数的平均液膜厚度进行无量纲化,结果如表4所示。按照式(11)拟合得到无量纲液膜厚度与雷诺数的关系式如式(12)所示,确定系数为0.9825,表明平均液膜厚度与雷诺数的关联性良好。

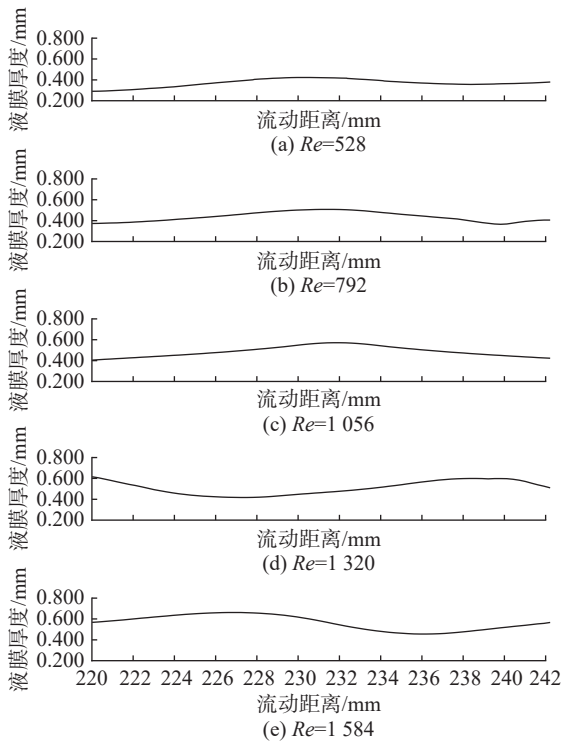


图8 液体入口不同初始雷诺数的液膜厚度分布

Fig.8 Thickness distribution of liquid film under different initial Reynolds numbers of liquid inlet

表4 不同雷诺数的无量纲液膜厚度

Tab.4 Dimensionless liquid film thickness under different Reynolds numbers

Re	平均液膜厚度/mm	无量纲液膜厚度
528	0.353	7.392
792	0.380	8.190
1056	0.426	9.181
1320	0.501	10.797
1584	0.564	12.155

$$\delta^+ = 0.41Re^{0.453} \quad (12)$$

3 结论

本文得到的结论如下：

a. 基于平面激光诱导荧光法的液膜厚度测量方法通过液膜厚度标定装置获得了图像灰度值与厚度的对应关系，可以实现竖直壁面降膜厚度的在线测量。

b. 基于VOF模型和SST $k-\omega$ 模型对竖直壁面的降膜过程进行数值模拟，数值模拟与平面激光诱导荧光法测量得到的平均液膜厚度相对偏差最小为5.5%，最大为11.4%，数值模拟结果与实验测量结果的液膜厚度变化规律基本一致。

c. 壁面切应力和气液界面剪切力是导致液膜产

生波动的主要因素；随着雷诺数的增加，因液体流动速度增加引起壁面切应力与气液界面剪切力差值加剧，液膜波动的振幅增加。

参考文献：

- [1] 龙黄祥. 竖壁降膜冷却系统中液膜流动与传热特性研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2019.
- [2] DU W F, LU Y H, ZHAO R C, et al. Film thickness of free falling water flow on a large-scale ellipsoidal surface[J]. *Progress in Nuclear Energy*, 2018, 105: 1-7.
- [3] 王晶, 王亦飞, 颜留成, 等. 管内垂直下降液膜速度与厚度分布特性[J]. *化工学报*, 2016, 67(6): 2239-2245.
- [4] 王子杰, 孔帅帅, 许晓妍, 等. 降膜过程中液膜厚度和温度同步测量系统研制[J]. *动力工程学报*, 2021, 41(11): 959-965.
- [5] NOZHAT W M. Measurement of liquid-film thickness by laser interferometry[J]. *Applied Optics*, 1997, 36(30): 7864-7869.
- [6] SCHULZ F, SCHMIDT J, BEYRAU F. Development of a sensitive experimental set-up for LIF fuel wall film measurements in a pressure vessel[J]. *Experiments in Fluids*, 2015, 56(5): 98.
- [7] HO C D, CHANG H, CHEN H J, et al. CFD simulation of the two-phase flow for a falling film microreactor[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2011, 54(15/16): 3740-3748.
- [8] 卓雄杰. 倾斜平板上液膜流动行为的数值模拟与实验研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2020.
- [9] 邱庆刚, 任倩倩, 龙黄祥, 等. 竖壁降膜波动特性数值模拟研究[J]. *热科学与技术*, 2020, 19(4): 332-338.
- [10] TAKAMASA T, HAZUKU T. Measuring interfacial waves on film flowing down a vertical plate wall in the entry region using laser focus displacement meters[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2000, 43(15): 2807-2819.
- [11] 钱晨, 高新妮, 胡保林, 等. 基于图像处理的喷嘴雾化角测试方法[J]. *火箭推进*, 2022, 48(3): 63-70.
- [12] STEGER C, ULRICH M. A camera model for line-scan cameras with telecentric lenses[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2021, 129(1): 80-99.
- [13] 申言同. 激光诱导荧光技术测量规整填料内液体分布及数值模拟[D]. 天津: 天津大学, 2016.
- [14] BRACKBILL J U, KOTHE D B, ZEMACH C. A continuum method for modeling surface tension[J]. *Journal of Computational Physics*, 1992, 100(2): 335-354.
- [15] 相闯. 几种典型流动的湍流模型适用性分析[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2021.
- [16] 孟飞. 液膜在竖直加热壁面流动与波动的实验研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2018.
- [17] 叶学民, 王松岭, 张营, 等. 剪切液膜表面波的动力学特征和不稳定性[J]. *上海交通大学学报*, 2008, 42(8): 1243-1246, 1253.