

形状记忆合金结构的拓扑优化设计方法

陈世瞳, 丁晓红, 熊敏

(上海理工大学 机械工程学院, 上海 200093)

摘要: 针对形状记忆合金的超弹性特性, 结合余弦型本构模型和固体各向同性材料惩罚模型, 建立材料插值函数, 并利用变密度拓扑优化方法, 实现了考虑形状记忆合金材料非线性的结构拓扑优化设计。将提出的方法应用于二维和三维结构设计, 并利用静力学分析和马氏体相变演化分析方法, 对优化设计结构进行研究。结果表明: 相比传统优化设计方法, 本文提出的优化方法所得结构具有较好的力学性能, 受静力载荷时, 结构内部最大应力相比传统优化结构下降 19.57%, 最大位移下降 31.03%; 在马氏体相变演化分析中, 加载结束时的最大马氏体体积分数下降了 20.27%。本文所提出的优化设计方法获得的结构内部整体应力分布较为平均, 不易发生局部的应力集中, 且马氏体相变导致的变形较小。

关键词: 形状记忆合金; 拓扑优化; 结构设计; 材料非线性; 马氏体相变演化

中图分类号: TH 122 **文献标志码:** A

Topology optimization design method of shape memory alloy structure

CHEN Shitong, DING Xiaohong, XIONG Min

(School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: Based on the superelastic properties exhibited by shape memory alloy, a cosine type constitutive model and a solid isotropic material penalty model were combined to describe the characteristics of shape memory alloy. A material interpolation function was established and a variable density topology optimization method was used to achieve structural topology optimization design considering the nonlinearity of shape memory alloy. The proposed method was applied to design the typical two-dimensional and three-dimensional structures. Static analysis and martensitic transformation evolution analysis were used to analysis the structure obtained by the proposed optimization method.

收稿日期: 2025-02-10

基金项目: 上海市科委自然科学基金资助项目 (22ZR1442800)

第一作者: 陈世瞳 (1998—), 男, 硕士研究生。研究方向: 机械结构优化设计。E-mail: 2495884191@qq.com

通信作者: 丁晓红 (1965—), 女, 教授。研究方向: 机械系统计算机辅助工程及结构优化设计。E-mail: dingxh@usst.edu.cn

引文格式: 陈世瞳, 丁晓红, 熊敏. 形状记忆合金结构的拓扑优化设计方法[J]. 上海理工大学学报, 2025, 47(3): 239-248.

Citation: CHEN Shitong, DING Xiaohong, XIONG Min. Topology optimization design method of shape memory alloy structure[J]. Journal of University of Shanghai for Science and Technology, 2025, 47(3): 239-248.

The results show that the structure optimized by the proposed method has better mechanical properties compared to the traditional one. In static analysis, the maximum internal stress decreases by 19.57% and the maximum displacement decreases by 31.03%. In the analysis of martensitic transformation evolution, the maximum volume fraction of martensite at the end of loading decreases by 20.27%. The proposed optimization design method results in the even overall stress distribution within the structure, less prone to local stress concentration, and less deformation caused by martensitic transformation.

Keywords: *shape memory alloy; topology optimization; structure design; material nonlinearity; Martensitic transformation evolution*

形状记忆合金作为一种新型的智能材料，在航空航天、生物医疗等领域都取得了广泛的应用。与不锈钢、铸铁等传统的线弹性金属材料相比，形状记忆合金的显著特性是在外部温度和力学刺激下发生奥氏体相和马氏体相的无扩散固态相变。这种相变往往伴随着高达 6%~8% 的可恢复弹性形变以及材料属性的变化，这类非线性材料特性通常被称为形状记忆效应或超弹性^[1]。鉴于这一独特的材料性质，形状记忆合金被广泛应用于多个领域。王奇等^[2]将形状记忆合金丝组合布置在机翼后缘上下关节铰链处，通过加热触发形状记忆效应，带动铰链关节部分实现机翼后缘结构的偏转，设计了机翼后缘的智能可控变形结构。戴克戎等^[3]使用镍钛基形状记忆合金制作了骨折环抱器，这种环抱器利用形状记忆效应，使环抱臂变形并抱紧骨断端两侧，实现了对断骨的固定。Boroschek 等^[4]利用形状记忆合金受力学刺激发生超弹性变形时会消耗大量能量的滞回特性，制作了形状记忆合金阻尼器，将形状记忆合金丝嵌入到刚性框架结构中，并引入振动台进行测试。结果表明，相比原始框架结构，带阻尼结构的峰值相对位移减少了 30%~60%，峰值加速度减少了近 58%。

结构优化设计指通过改变结构的几何尺寸、形状或排列以及材料分布等方式，改善结构在载荷工况下的负载表现，从而提升结构性能的一种设计方法^[5]。常见的结构优化设计方法有尺寸优化、形状优化、拓扑优化等。结构优化设计通过结合实际工况，可以显著改善结构在工作状态下的承载效能，进一步提升零件及材料在实际应用状态下的性能。目前，该类优化设计方法已经广泛应用于航空航天、生物医疗、机械制造领域。Al-Tamimi 等^[6]基于变密度法，对长骨骨板在 3 种

不同受力情况下的固定结构进行拓扑优化设计。王小华等^[7]基于模态分析结果对离心式压缩机底座进行拓扑优化设计，在保证强度、刚度要求的前提下使底座减重 30%，取得了良好的轻量化设计效果。肖密等^[8]提出一种基于各向异性材料插值的点阵散热结构跨尺度拓扑优化方法，通过考虑最小化平均温度、最小化温差、最小化最高温度 3 类典型热学性能指标，开展跨尺度拓扑优化设计，结果表明，优化结构具有良好的热学性能。但由于形状记忆合金的复杂非线性特性，目前，针对这种材料的拓扑优化方法研究仍处于初级阶段。

在考虑形状记忆合金超弹性材料特性的结构优化设计中，需要选取合适的本构模型来描述材料特性。相关学者对形状记忆合金的材料特性进行了大量研究，结合材料实验及数学理论计算等多种方法，建立了多种描述其不同工况下的宏观、细观以及介观本构模型。Thamburaja 等^[9]基于晶体塑性滑移理论建立了单晶模型，分析了形状记忆合金相变过程中马氏体重定向现象。张扬^[10]通过实验观察，发现镍钛合金在马氏体相变时具有层状微结构，并基于此现象构建了马氏体相变的镍钛合金单晶体和多晶体的细观力学本构模型。Auricchio 等^[11]基于广义塑性原理，引入 Drucker-Prager 加载函数，得到马氏体体积分数变化规律及增量型应力应变关系，进而建立了马氏体体积分数与外力、温度之间的本构关系，用于计算超弹性和单程记忆效应。Kan 等^[12]综合考虑形状记忆合金相变过程中的马氏体取向过程和残余应变的累积，以及两相中的塑性变形过程和相变诱发的塑性变形现象，构建了一个较为全面的热力学耦合本构模型，并使用该模型模拟了形状记忆合金弹簧在循环固态制冷过程中的弹热性能演化特征。在众多本构模型中，宏观唯象模型因

其计算过程简单、参数较少、与实际应用环境下的载荷工况结合较紧密的特点, 在实际工程设计中取得了较多的应用^[13]。

本文基于描述镍钛基形状记忆合金非线性材料特性的余弦型本构模型, 结合变密度拓扑优化设计方法, 通过改进优化迭代过程中的材料插值模型, 实现考虑形状记忆合金材料非线性的结构拓扑优化设计, 并将其应用于典型的二维和三维结构设计中。

1 设计方法

1.1 形状记忆合金本构模型

为了研究外部力学刺激和温度变化对形状记忆合金材料特性的影响, 王振清等^[14]通过示差扫描热量(differential scanning calorimetry, DSC)实验得到了形状记忆合金马氏体体积分数与相变自由能之间的微分关系, 并通过对 Tanaka^[15]增量型本构方程的推导, 得到了以余弦函数描述的全量型本构方程。在马氏体正相变过程中, 马氏体体积分数 ξ 与环境温度 T 、材料应力 σ 之间的函数关系为

$$\xi = \begin{cases} \xi_{AM0} + (1 - \xi_{AM0}) \left[m_2 \cos \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{T - T_{mf} - \frac{\sigma}{C_m}}{T_{mp} - T_{mf}} \right) + m_1 \right], & T_{mf} + \frac{\sigma}{C_m} < T < T_{mp} + \frac{\sigma}{C_m} \\ \xi_{AM0} + (1 - \xi_{AM0}) \left[m_1 \cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T - T_{mp} - \frac{\sigma}{C_m}}{T_{ms} - T_{mp}} \right) + m_1 \right], & T_{mp} + \frac{\sigma}{C_m} < T < T_{ms} + \frac{\sigma}{C_m} \end{cases} \quad (1)$$

在马氏体逆相变过程中, ξ 与 T 、 σ 之间的函数关系为

$$\xi = \begin{cases} \xi_{AM0} \left[a_1 \cos \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{T - T_{as} - \frac{\sigma}{C_a}}{T_{ap} - T_{as}} \right) + a_2 \right], & T_{as} + \frac{\sigma}{C_a} < T < T_{ap} + \frac{\sigma}{C_a} \\ \xi_{AM0} \left[a_2 \cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T - T_{ap} - \frac{\sigma}{C_a}}{T_{af} - T_{ap}} \right) + a_2 \right], & T_{ap} + \frac{\sigma}{C_a} < T < T_{af} + \frac{\sigma}{C_a} \end{cases} \quad (2)$$

式中: ξ_{AM0} 为初始马氏体体积分数; T_{ms} 、 T_{mp} 、 T_{mf} 分别为马氏体相变的起始温度、峰值温度和结束温度; T_{as} 、 T_{ap} 、 T_{af} 分别为奥氏体相变的起始温

度、峰值温度和结束温度; C_m 、 C_a 为形状记忆合金材料的特性常数; m_1 、 m_2 、 a_1 、 a_2 为与材料相变温度有关的常数。

在一定温度下, 结合材料加载和卸载时单元内部应力大小, 采用式(1)和式(2)即可获得材料当前状态下的马氏体体积分数, 进而可求得材料在当前状态下的弹性模量:

$$E = \left[(1 - \xi) E_a^{-1} + \xi E_m^{-1} \right]^{-1} \quad (3)$$

式中: E 为材料当前弹性模量; E_a 为材料奥氏体相的弹性模量; E_m 为材料马氏体相的弹性模量。

1.2 材料插值模型

固体各向同性材料惩罚(solid isotropic material with penalization, SIMP)模型是一种被广泛应用于结构拓扑优化设计的数学模型^[16]。该模型基于有限元理论, 将连续体结构转化为大量离散单元的集合, 设定每个单元内部的材料密度为常数, 通过指数函数构建单元的材料密度与弹性模量之间的插值关系。SIMP模型主要与变密度优化设计方法结合使用来实现对结构的拓扑优化设计。该方法把离散单元的材料密度 x_i 作为设计变量, 通过SIMP模型计算得到 x_i , 并以此来判断单元材料的有无: 当 $x_i=1$ 时, 表示该处单元为实体单元; 当 $x_i=0$ 时, 表示该处单元无材料。之后, 通过优化迭代算法完成对结构的拓扑优化设计^[17]。

假设环境温度 T 保持在奥氏体转变结束温度 T_{af} 以上, 材料各转变起始与结束温度不参与插值, 则基于SIMP模型的插值函数可以表示为

$$\begin{cases} e_{ai} = E_a E_{\min} + x_i^P E_a (1 - E_{\min}) \\ e_{mi} = E_m E_{\min} + x_i^P E_m (1 - E_{\min}) \\ \sigma_{msi} = \sigma_{ms} \sigma_{\min} + x_i^P \sigma_{ms} (1 - \sigma_{\min}) \\ \sigma_{mfi} = \sigma_{mf} \sigma_{\min} + x_i^P \sigma_{mf} (1 - \sigma_{\min}) \\ \sigma_{asi} = \sigma_{as} \sigma_{\min} + x_i^P \sigma_{as} (1 - \sigma_{\min}) \\ \sigma_{afi} = \sigma_{af} \sigma_{\min} + x_i^P \sigma_{af} (1 - \sigma_{\min}) \end{cases} \quad (4)$$

式中: e_{ai} 、 σ_{asi} 、 σ_{afi} 分别为实体单元奥氏体的弹性模量、转变起始应力和转变结束应力; e_{mi} 、 σ_{msi} 、 σ_{mfi} 分别为实体单元马氏体的弹性模量、转变起始应力和转变结束应力; $E_{\min}$ 、 $\sigma_{\min}$ 为2个值极小但不为0的参量, 可以防止有限元分析计算过程中出现材料弹性模量为0时所导致的结构刚度矩阵奇异; P 为惩罚因子, 引入 P 的目的是为了使 x_i 的最终取值更接近0或1, 以便得到清晰的优化结构。

1.3 拓扑优化设计方法

1.3.1 优化数学模型

结构拓扑优化的数学模型为

$$\begin{aligned} \min \quad & c \\ c(x) = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} &= \sum_{i=1}^N x_i^P \mathbf{u}_i^T \mathbf{k}_i \mathbf{u}_i \\ \text{s.t.} \quad & V(x) = f_v V_0 \\ & \mathbf{F} = \mathbf{K} \mathbf{U} \\ & 0 < x_{\min} \leq x \leq 1 \end{aligned} \tag{5}$$

式中： c 为优化结构的柔度，是优化设计的目标函数； $\mathbf{U}$ 、 $\mathbf{K}$ 分别为结构整体的位移矩阵和刚度矩阵； $\mathbf{u}_i$ 、 $\mathbf{k}_i$ 分别为单元的位移矩阵和刚度矩阵； V_0 表示结构初始体积； f_v 表示优化结构的体积分数约束， $0 < f_v < 1$ ； $\mathbf{F}$ 为结构整体受到的外载荷力矩阵。该优化设计流程以结构的最小柔度作为优化设计目标。

1.3.2 灵敏度分析

在每个优化迭代步对结构进行有限元分析，计算结构柔度 c ，再通过求导得到灵敏度。在单个单元上，目标函数 c 对于设计变量 x_i 的灵敏度可以表示为

$$\frac{\partial c}{\partial x_i} = \mathbf{F}^T \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_i} \tag{6}$$

根据方程 $\mathbf{F} = \mathbf{K} \mathbf{U}$ ，两边同时对 x_i 进行求导，移项得：

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_i} = -\mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{U} \tag{7}$$

将式 (7) 代入式 (6) 中，得到：

$$\frac{\partial c}{\partial x_i} = -\mathbf{U}^T \frac{\partial c}{\partial x_i} \mathbf{U} = -P(x_i)^{P-1} \mathbf{u}_i^T k_0 \mathbf{u}_i \tag{8}$$

体积约束 V 关于 x_i 的灵敏度为

$$\frac{\partial V}{\partial x_i} = 1 \tag{9}$$

将单个单元计算得到的灵敏度加权叠加，进行平均计算，得到目标函数对 x_i 的灵敏度过滤公式：

$$\frac{\partial \widehat{c}}{\partial x_i} = \frac{1}{x_i \sum_{j=1}^N \widehat{H}_j} \sum_{j=1}^N \widehat{H}_j x_j \frac{\partial c}{\partial x_j} \tag{10}$$

式中， $\widehat{H}_j$ 为卷积算子，其计算公式为

$$\widehat{H}_j = r_{\min} - \text{dist}(i, j), \{j \in N | \text{dist}(i, j) \leq r_{\min}\} \tag{11}$$

式中： $\text{dist}(i, j)$ 表示单元 i 、 j 中心的距离； N 为离

散单元数目； $r_{\min}$ 为过滤半径，本文最小过滤半径取单元长度的 2 倍。

1.3.3 优化设计流程

在拓扑优化迭代过程中，考虑到形状记忆合金的性质会发生非线性变化，引入如式 (4) 所示的插值函数，对单元关键力学性能指标进行插值，并借助有限元分析方法得到单元内部应力。再以单元内部应力作为参量，借助余弦型本构模型方程，对结构内部各单元弹性模量进行同步迭代。拓扑优化迭代流程如图 1 所示，形状记忆合金的材料参数如表 1 所示^[18]。在不考虑形状记忆合金材料非线性的传统线弹性插值拓扑优化方法中，假设弹性模量为 55 000 MPa，泊松比为 $\nu=0.3$ 。

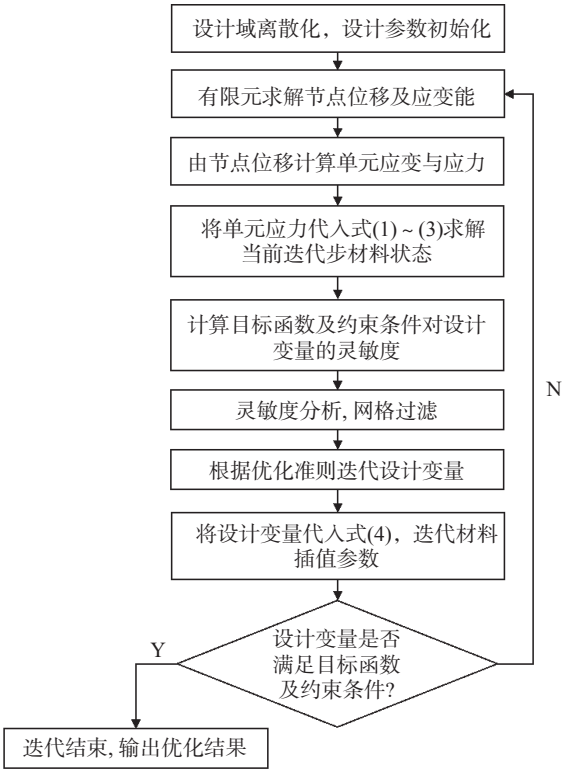


图 1 考虑形状记忆合金材料非线性的拓扑优化方法迭代流程图

Fig.1 Iterative flow chart of topology optimization method considering nonlinearity of shape memory alloy

表 1 形状记忆合金材料参数^[18]

Tab.1 Parameters of shape memory alloy material^[18]

参数名称	数值	参数名称	数值
E_a/MPa	55 000	σ_{ms}/MPa	227
E_m/MPa	34 000	σ_{mf}/MPa	360
C_a	13.8	σ_{as}/MPa	126
C_m	8.0	σ_{af}/MPa	45
ν	0.3		

2 优化设计算例

为了验证本文提出的优化设计方法的有效性, 以二维悬臂梁和三维支撑结构为例, 进行结构拓扑优化设计, 并与传统的线弹性材料优化设计方法进行比较。

2.1 二维悬臂梁

优化设计力学模型为左端固定、右端加载 100 N 竖直向下集中力 F 的悬臂梁结构, 将结构离散为 80×40 个四边形单元, 体积分数 $f_v=0.5$, 优化过程经 280 步迭代收敛。对 2 种方法所得的结构进行静力分析, 优化结构及应力分布情况如图 2 所示。可以发现, 本文方法得到的结构低应力区(深蓝色区域)面积较少, 低应力区和高应力区之间的应力差值较小, 应力在结构内部分布得更均匀。

有关应力云图的关键指标对比如表 2 所示。结果表明, 本文方法相比传统方法, 所得结构整体刚度有所下降, 但是结构的最大应力较小、最小应力较大, 结构内部整体应力数值较大。这是由于形状记忆合金的材料特性导致拓扑优化的迭代初期阶段结构内部出现了大量呈现材料非线性的中间密度单元。这些中间密度单元大部分会因为刚度较低被优化算法删除, 从而导致结构整体刚度偏低。在后续的迭代步中, 为了满足目标函数及保证整体结构的刚度, 会在结构右端生长出支撑杆以补强结构刚度。如果忽略形状记忆合金的材料非线性, 以针对传统线弹性材料的优化方法来对形状记忆合金结构进行拓扑优化, 则在优化过程中的非线性中间密度单元会被忽略, 从而导致优化结构刚度偏高, 同时, 在结构刚度较大区域出现应力集中现象。

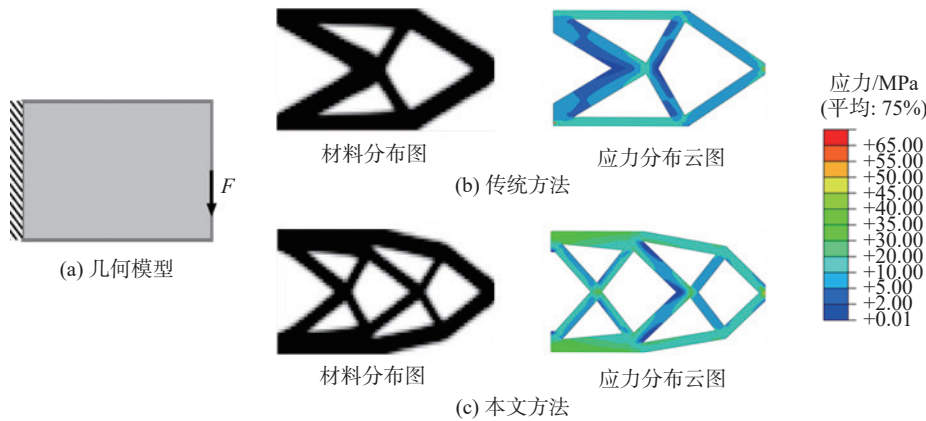


图 2 悬臂梁算例及右端加载 100 N 结构应力分析结果

Fig.2 Calculation example of cantilever beam and stress analysis results of 100 N structure loaded on the right end

表 2 优化结果指标对比

Tab.2 Comparison of optimization results

方法	柔度/(mm·N ⁻¹)	最大等效应力/MPa	最小等效应力/MPa
本文方法	25.152 3	63.773 2	0.078 1
传统方法	20.215 6	71.201 5	0.023 6

优化迭代历程如图 3 所示: 在迭代初期, 目标函数变化存在波动; 在迭代后期, 迭代过程趋于平稳。

2.2 三维支撑结构

将本文方法进一步应用于三维支撑结构, 设计模型如图 4 所示。结构上表面受到 20 MPa 的均布面载荷, 下部两脚处底面完全固定, 上部受载面及以下 1 mm 厚度为非设计域, 其余部分为设计域。使用 Abaqus 软件中的 UMAT 材料子程序, 实

现对形状记忆合金非线性材料特性本构方程在有限元分析和拓扑优化迭代过程中的弹性模量插值过程的函数描述; 使用 Abaqus 软件中的 Tosca 拓扑优化设计模块完成优化设计迭代流程。设置体积分数 $f_v=0.2$, 采用两种方法得到的设计结果及迭代曲线如图 5 所示。可以发现, 两种优化方法所得到的桥梁几何构型类似。本文方法获得的结构在桥梁拱形支撑的中心部位有较密集的分支支撑, 受载面边缘部位通过一对较粗的支撑杆与主体拱形支撑连接; 而传统线弹性材料优化方法获得的结构支撑杆分布较为平均, 受载面中心部位的支撑杆分布较为稀疏, 且在受载面边缘部位分出一对额外支撑杆, 其延伸到底部约束面以加固支撑。比较 2 种优化方法的优化迭代历程, 可以发现, 在本文方法的优化迭代过程中, 结构的体

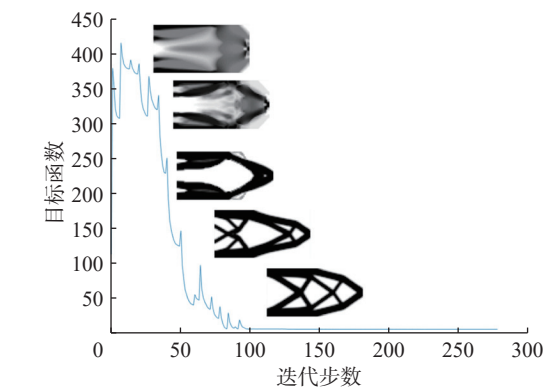


图 3 拓扑优化迭代历程

Fig.3 Topology optimization iteration process

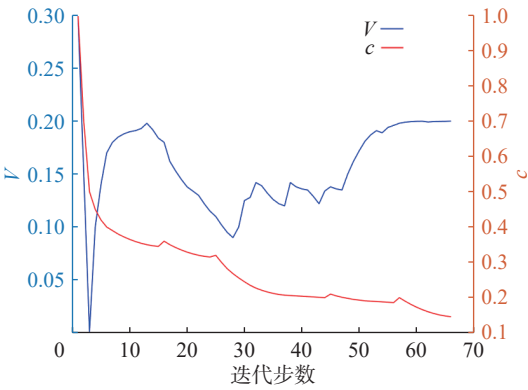
积在迭代初期出现了快速上升、快速下降、短暂波动、平稳上升的过程。这是由于结构内部在受载时，非线性中间密度单元刚度较低，导致局部结构不稳定。随着迭代流程的进行，低刚度的非线性中间密度单元经过优化算法的过滤被消除，



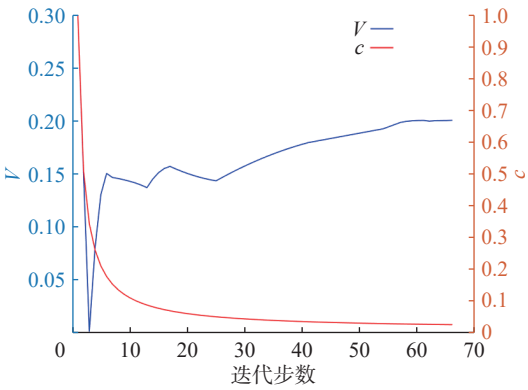
(a) 本文方法



(b) 传统方法



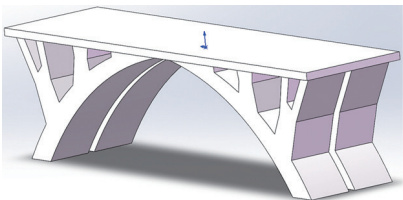
(c) 本文方法



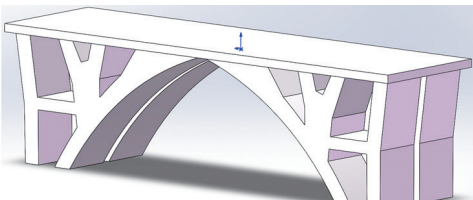
(d) 传统方法

图 5 2 种方法的优化结构及迭代曲线

Fig.5 Optimization structures and iteration curves using two different methods



(a) 本文方法



(b) 传统方法

图 6 工程化结构

Fig.6 Engineering structure

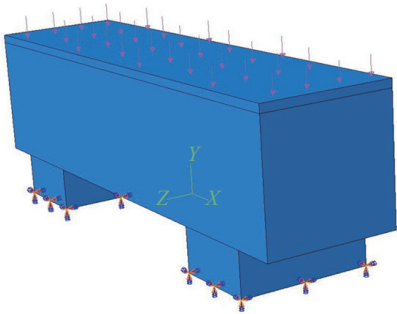


图 4 三维支撑结构模型

Fig.4 Three dimensional support structure

结构的成型过程趋于稳定。在传统方法迭代过程中，由于材料为线弹性，迭代过程不存在刚度下降的非线性中间密度单元，因此，整体迭代流程较为平稳，体积平稳增加至约束范围。导出片体模型，并将其导入 Solidworks 软件，再使用曲面拼接、实体填充以及拉伸、切除等功能，对设计结果进行工程化建模，结果如图 6 所示。

2.3 优化结果分析与对比

2.3.1 静力学性能分析

以图6所示的三维结构为例, 比较2种优化结构在外部载荷下的力学响应差异。使用Abaqus软件, 顶面施加20 MPa均布载荷, 底部两脚完全固定, 对分析模型进行网格划分。在相同计算资源消耗下, 六面体网格的有限元分析精度和准确度均高于四面体网格。为了保证静力分析的准确度和后续相变演化过程仿真的计算效率, 将优化设计结果的工程化模型用1 mm×1 mm×1 mm的六面体C3D8单元进行网格划分, 如图7所示。其中, 本文方法、传统方法所得结构的离散六面体实体单元个数分别为7 542个和7 950个。2种结构在20 MPa外载下的应力云图如图8所示, 其

中, 本文方法所得结构应力分布更加均匀, 整个拱形支撑下表面的应力在250~300 MPa, 整体平均应力水平较高, 未出现局部高应力区; 而传统方法所得结构的应力集中分布在拱形支撑下半部分, 拱形支撑和支撑杆连接处出现局部应力集中, 应力达到400 MPa以上, 而拱形支撑上半部分应力较低, 低于150 MPa。位移云图如图9所示, 2种结构的主要变形区域都位于受载面中心区域, 本文方法所得结构在受载面中段的平均位移较高, 但未出现局部大位移区域; 而传统方法所得结构虽然大部分区域位移数值较低, 但是在受载面中心区域出现了0.2 mm以上的局部大变形(云图中的红色部分)。提取各单元的应力和位移数据进行静力学分析, 结果如表3所示。

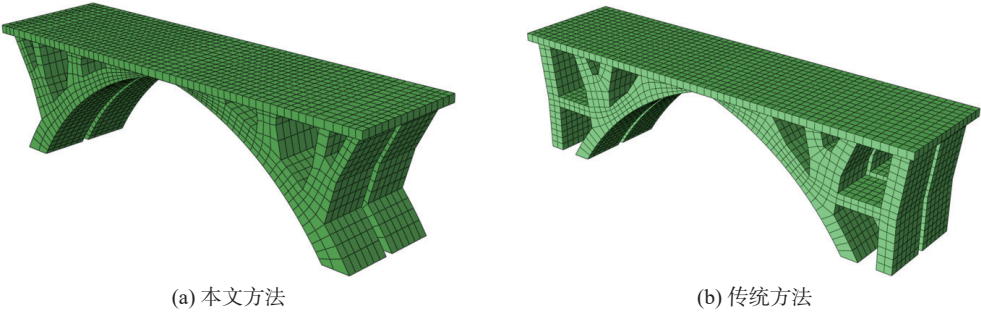


图7 2种优化结构的网格划分
Fig.7 Meshing division of two optimized structures

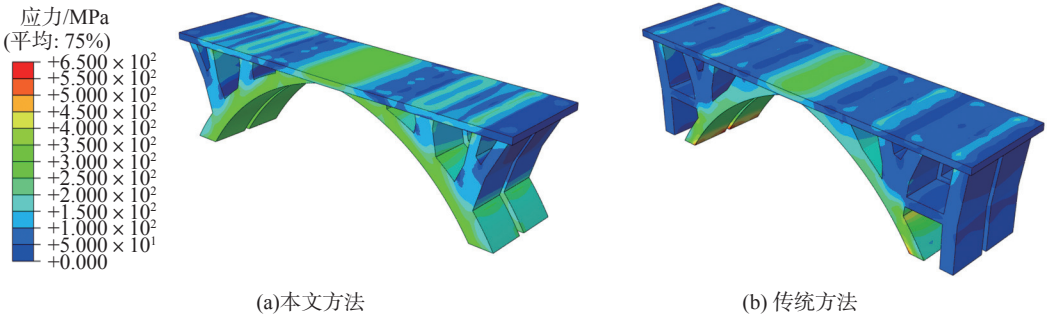


图8 2种优化结构的应力云图
Fig.8 Stress nephograms for two optimized structures

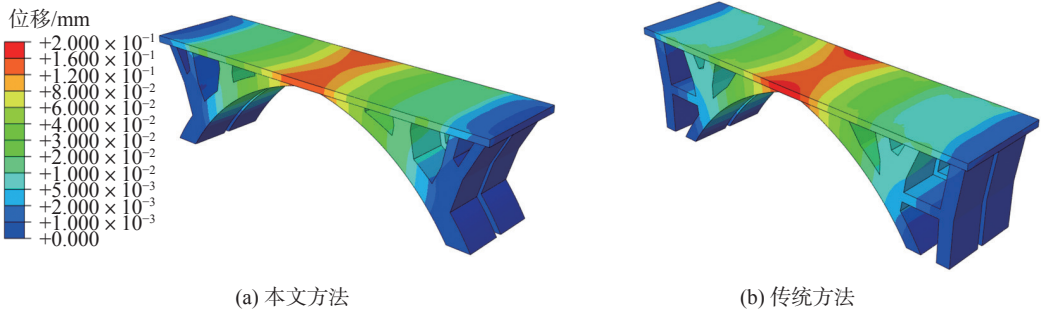


图9 2种优化结构的位移云图
Fig.9 Displacement nephograms of two optimized structures

表 3 静力学分析结果

Tab.3 Static analysis results

方法	最大应力/MPa	最大位移/mm	平均应力/MPa	平均位移/mm
传统方法	632.5	0.1924	164.24	0.0212
本文方法	508.7	0.1307	173.55	0.0247

通过静力学分析可知，相比传统方法，本文方法所得结构在受载时的最大应力下降 19.57%，最大位移下降 31.03%，平均应力和平均位移则有小幅上升。这表明考虑形状记忆合金的非线性后，优化得到的结构在应对载荷的整体刚度上有所下降，但是结构内部应力集中和局部大变形的情况有所减少，结构整体应力分布更加均匀。

2.3.2 形状记忆合金相变演化模式分析

为了进一步研究 2 种优化方法对形状记忆合金

的力学响应，基于 Python 语言的 Abaqus 软件二次开发子程序，对形状记忆合金结构在渐变外载荷下的相变过程进行仿真，对比 2 种优化结构在 0~20 MPa 顶部均布载荷下结构内部的马氏体相变情况。

采用渐进迭代法，共 100 个迭代步，每个迭代步都在上一迭代步的基础上对结构受载区域额外增加 0.2 MPa 的载荷。每次加载结束后，通过静力分析读取每个单元的应力值，再利用前文所述余弦型本构模型对每个单元当前迭代步下的马氏体体积分数 ξ 进行计算。具体分析流程如图 10 所示。

将 2 种优化方法所得结构进行有限元网格划分，将其导入 Abaqus 软件中，并按照预先设置好的载荷施加方式添加载荷及约束条件，然后开始运行子程序。运行完毕后，得到 2 种结构马氏体体积分数演化情况，如图 11 和图 12 所示。2 种结

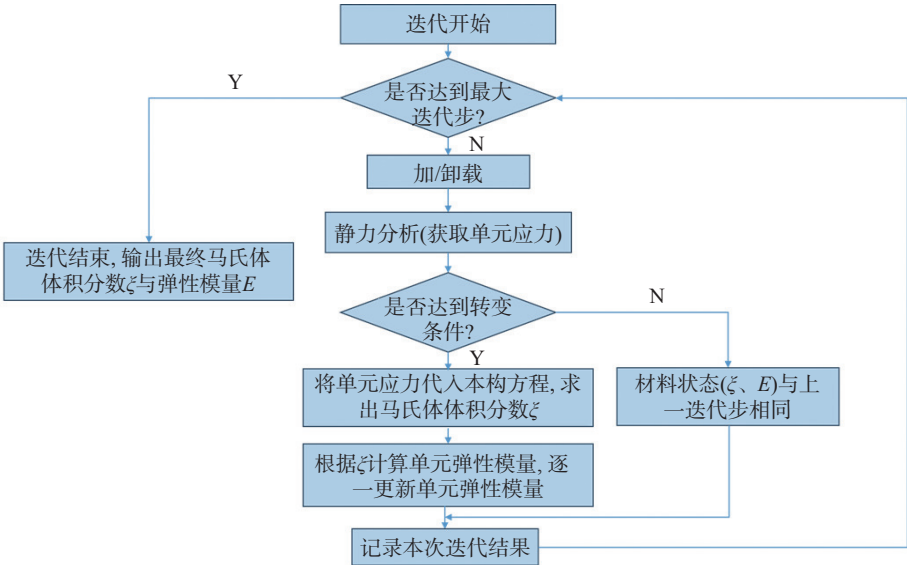


图 10 超弹性过程相变分析流程图

Fig.10 Flow chart of phase transition analysis in superelastic process

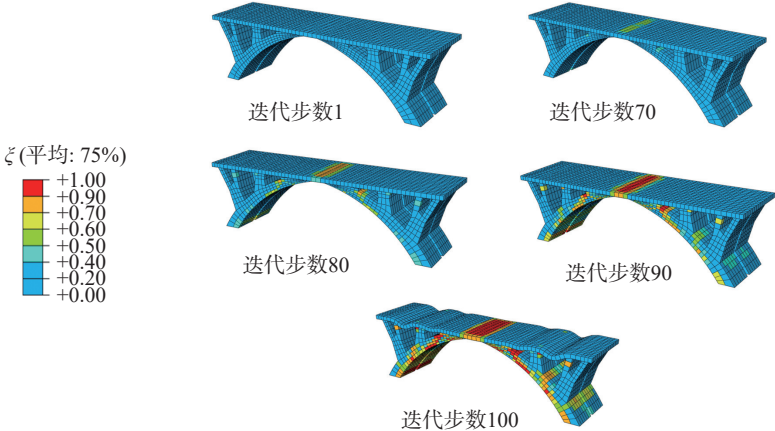


图 11 本文方法优化结构相变演化过程

Fig.11 Structural phase transition evolution process using the purposed method

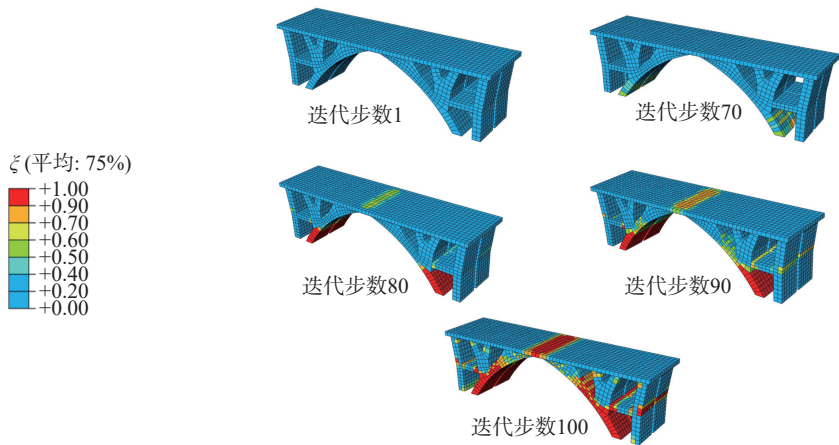


图 12 传统方法优化结构相变演化过程

Fig.12 Structural phase transition evolution process using traditional method

构的平均马氏体体积分数随载荷增加的变化如图 13 所示。在 20 MPa 载荷下，2 种结构的平均马氏体体积分数如表 4 所示。

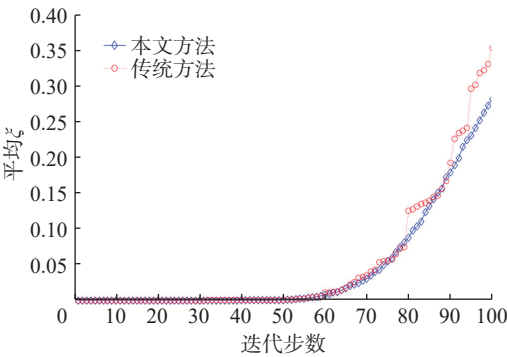


图 13 2 种结构的平均马氏体体积分数随载荷增加的演化过程
Fig.13 Evolution process of internal average martensite volume fraction of two structures with increasing load

表 4 20 MPa 时 2 种结构平均马氏体体积分数
Tab.4 Average volume fraction of martensite inside two structures at 20 MPa

方法	平均 ξ
传统方法	0.3518
本文方法	0.2805

观察马氏体体积分数的演化情况可以发现：本文方法所得结构在载荷逐渐增大的过程中，马氏体体积分数增长速度显著变慢；在同迭代步载荷下，马氏体体积分数相对较小。这表明在相同载荷下，本文方法所得结构内部达到马氏体相变临界应力的单元数量较少，发生马氏体相变的单元数量也较少。在最大载荷(20 MPa)时，该结构平均马氏体体积分数比传统方法所得结构下降

20.27%。且在加载迭代的全过程中，本文方法所得结构内部马氏体体积分数增长曲线较为平稳，表明内部应力变化较为均匀；而传统方法所得结构在马氏体体积分数增长过程中会出现阶跃现象，这表明在该载荷下该结构内部部分区域出现应力集中现象。这些部位附近的应力水平较高，马氏体相变快速发生。

从相变发生分布情况来看，本文方法所得结构发生相变的单元先集中出现在支撑结构上表面加载平面中间部位，应力传递遵循自上而下的规律。到第 100 个迭代步，即载荷为 20 MPa 时，该结构发生马氏体相变的单元均匀分布在桥梁拱形支撑区域，且发生相变的单元马氏体体积分数为 0.5~0.8。传统方法所得结构发生相变的单元集中出现在桥梁拱形支撑脚部区域，应力传递自下而上，且单元相变演化速度较快。这表明在载荷较大时，该结构拱形支撑脚部位开始出现应力集中现象，局部区域快速发生相变，并由于形状记忆合金的超弹性特性伴随着较大的相变变形，导致结构不稳定。

3 结 论

提出了一种基于 SIMP 模型和形状记忆合金余弦型本构模型的非线性材料插值拓扑优化设计方法。首先，通过余弦模型对形状记忆合金材料非线性特性进行描述，对马氏体和奥氏体弹性模量以及 4 个转变应力进行插值，建立密度设计变量与材料属性之间的对应关系。之后，通过二维和三维结构优化算例，与忽略材料非线性条件下获

得的优化结构进行静力力学分析对比以及基于形状记忆合金超弹性的相变演化过程对比。研究表明：考虑了形状记忆合金非线性优化方法所得结构对应力诱发的马氏体相变有更优的抵抗性能。由于马氏体弹性模量低于奥氏体，相变过程对于结构而言是一种“软化过程”。将形状记忆合金的材料非线性纳入刚度最大化为目标函数的拓扑优化流程后，优化算法会通过改进结构内部应力分布的方式抵消“软化过程”的影响，以提高结构刚度，满足目标函数。“优化应力分布”体现在分析结果上，即减少了会触发相变的高应力区域，弱化应力集中情况，将高应力区域的应力分流到低应力区域，形成大量应力水平持平或低于马氏体相变临界点的中间应力区域，这种优化结构整体刚度低于线弹性方法优化结构，但是减少了局部高应力区和应力集中现象，避免了应力诱发马氏体相变带来的局部大变形，使结构更加稳定，不易发生相变。这种优化设计方法可以应用在用形状记忆合金作为阻尼器的元件上，提升其阻尼性能，如建筑物阻尼器和减震弹簧等，也可以用于形状记忆合金材料的承载部件上，例如心脑血管支架，以增加其在血流冲击和血管搏动循环载荷下的使用寿命。

参考文献：

[1] OTSUKA K, WAYMAN C M. Shape memory materials[M]. New York: Cambridge University Press, 1999.

[2] 王奇, 徐志伟. SMA 驱动变体机翼后缘结构力学分析[J]. 南京航空航天大学学报, 2015, 47(6): 904–910.

[3] 戴尅戎, 倪诚, 吴小涛, 等. 形状记忆锯齿臂环抱内固定器的实验研究与临床应用[J]. 中华外科杂志, 1994, 32(10): 629–632.

[4] BOROSCHEK R L, FARIAS G, MORONI O, et al. Effect of SMA braces in a steel frame building[J]. *Journal of Earthquake Engineering*, 2007, 11(3): 326–342.

[5] 朱继宏, 周涵, 王创, 等. 面向增材制造的拓扑优化技术

发展现状与未来[J]. 航空制造技术, 2020, 63(10): 24–38.

[6] AL-TAMIMI A A, FERNANDES P R A, PEACH C, et al. Metallic bone fixation implants: a novel design approach for reducing the stress shielding phenomenon[J]. *Virtual and Physical Prototyping*, 2017, 12(2): 141–151.

[7] 王小华, 王伟. 基于拓扑优化的离心式压缩机底座轻量化设计[J]. 石油化工设备, 2024, 53(3): 48–51.

[8] 肖蜜, 李奇石, 高亮, 等. 基于各向异性材料插值的点阵散热结构跨尺度拓扑优化[J]. 机械工程学报, 2024, 60(13): 71–80.

[9] THAMBURAJA P, ANAND L. Polycrystalline shape-memory materials: effect of crystallographic texture[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2001, 49(4): 709–737.

[10] 张杨. 镍钛形状记忆合金超弹性本构关系[D]. 大连: 大连理工大学, 2013.

[11] AURICCHIO F, TAYLOR R L. Shape-memory alloys: modelling and numerical simulations of the finite-strain superelastic behavior[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1997, 143(1/2): 175–194.

[12] KAN Q H, ZHANG Y, SHI W X, et al. Functional fatigue of superelasticity and elastocaloric effect for NiTi springs[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2024, 265: 108889

[13] ZHU J H, ZHANG W H, XIA L. Topology optimization in aircraft and aerospace structures design[J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2016, 23(4): 595–622.

[14] 王振清, 周博, 梁文彦. 形状记忆合金的本构关系[J]. 金属学报, 2007, 43(11): 1211–1216.

[15] TANAKA K. A thermomechanical sketch of shape memory effect: one-dimensional tensile behavior[J]. *Resmech Mechanica*, 1986, 2(3): 59–72.

[16] SIGMUND O. A 99 line topology optimization code written in Matlab[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2001, 21(2): 120–127.

[17] BENDSØE M P, SIGMUND O. Topology optimization: theory, method, and applications[M]. 2nd ed. Berlin, Heidelberg: Springer, 2004.

[18] 王振清, 梁文彦, 周博. 形状记忆材料的本构模型[M]. 北京: 科学出版社, 2017.

(编辑：董 伟)