

非光滑成本下机组组合问题实时定价研究

周 辉, 李宁宁, 高 岩

(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

摘要: 现有实时定价模型对供给侧仅刻画为单机组二次凸成本, 难以适应实际多机组协同运行中非光滑可变成本与非凸启动成本的高要求。在供给侧引入非光滑成本函数以刻画机组的实际运行特性, 在需求侧集成考虑分布式储能设备, 建立含启动成本的社会福利最大化模型。对于模型中供给侧的成本函数不连续问题, 使用凸包方法对原模型进行处理, 得到凸包价格, 根据对偶理论, 原问题的凸包近似问题可以通过求解原问题的对偶问题得以解决。仿真结果表明, 在成本函数非光滑的机组组合问题中, 凸包方法能够有效解决社会福利最大化框架下的机组启动成本问题。仿真算例进一步验证了定价机制的有效性及其对社会总福利提升的效果。

关键词: 智能电网; 实时定价; 社会福利最大化; 机组组合; 凸包方法

中图分类号: TM 73 **文献标志码:** A

Real-time pricing for unit commitment problem with nonsmooth cost functions

Zhou Hui, Li Ningning, Gao Yan

(Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: Existing real-time pricing models represent the supply side using only a single-unit quadratic convex cost function, which falls short of addressing the complexities arising from nonsmooth variable costs and nonconvex startup costs in practical multi-unit coordinated operations. To bridge this gap, nonsmooth cost functions on the supply side were incorporated to more accurately reflect the operational characteristics of generating units, while distributed energy storage devices on the demand side were also integrated. On this basis, a social welfare maximization model that explicitly accounts for startup

收稿日期: 2025-07-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(72071130)

第一作者: 周 辉(2001—), 男, 博士研究生。研究方向: 电力系统定价机制、需求侧管理。E-mail: zh1056353164@163.com

通信作者: 高 岩(1962—), 男, 教授。研究方向: 电力系统定价机制、需求侧管理、非光滑优化。E-mail: gaoyan@usst.edu.cn

引文格式: 周辉, 李宁宁, 高岩. 非光滑成本下机组组合问题实时定价研究[J]. 上海理工大学学报, 2026, 48(4): 503-512.

Citation: Zhou Hui, Li Ningning, Gao Yan. Real-time pricing for unit commitment problem with nonsmooth cost functions[J]. Journal of University of Shanghai for Science and Technology, 2026, 48(4): 503-512.

costs was formulated. To tackle the discontinuity of supply-side cost functions, the convex hull method was applied to transform the original model and derive convex hull prices. By duality theory, the convex hull approximation of the primal problem can be effectively solved through its dual formulation. The simulation results show that, in unit commitment problems with nonsmooth costs, the convex hull approach successfully handles the startup cost challenge within the social welfare maximization framework. Numerical examples further verify the effectiveness of the proposed pricing mechanism as well as its performance in improving total social welfare.

Keywords: *smart grid; real-time pricing; social welfare maximization; multiple generating units; convex hull method*

电力需求的快速增长与电力供应的灵活性对传统电网提出了严峻挑战。然而，传统电网因高度依赖集中调度，缺乏对现有家用分布式储能设备的适应能力，常常面临调度响应滞后的问题，难以及时应对负荷波动，亟需加强优化调度以及灵活资源管理^[1-2]。智能电网作为一种创新而复杂的电力系统，通过集成先进的数据分析、通信与控制技术，实现了电力系统运行与管理的优化，能够有效协调各类分布式能源的运行，从而提高系统的可靠性、效率与可持续性^[3]。同时，智能电网还通过需求侧管理和需求响应机制，调节用户用电行为，进一步促进电力系统的优化运行^[4]。作为智能电网的核心组成部分之一，需求侧管理(demand side management, DSM)通过多种策略影响用户的用电行为，旨在激励用户在高峰时段减少负荷或将用电需求转移至非高峰时段，以平衡电力供需，实现削峰填谷与灵活负荷调节^[4-7]。需求响应(demand response, DR)则是DSM中的关键手段，通常采用基于价格的方案，促使用户根据电价变化主动调整消费习惯^[8-9]。

现有的基于需求侧的定价方案主要侧重需求侧的设计，而对供给侧的实际情况进行了简化。通常是将电力系统的供给侧假设为具有代表性的供电方，并采用二次函数或者分段线性函数作为其成本函数^[5]。这也就意味着将供给侧视为单个发电机组，而机组的离散型特征并未被考虑，以往定价机制未能反映发电机组的实际总成本，包括启动成本。将含有机组启动成本的发电成本纳入考虑，最早就是机组组合问题(unit commitment problem, UCP)^[10-12]，这是现实电力系统运行和规划中的一个基本问题。UCP确定一个运行计划，

该计划规定了机组的开关状态和相关的供电量，以便在满足一系列约束的同时，以最小的总生产成本满足预测负荷^[11-13]，相应地，计算的复杂性也随之增加。

凸包定价(convex hull pricing, CHP)的提出为破解上述困境提供了新思路^[10]。其核心在于构造原始非凸优化问题的凸包络(convex hull)，将可行域映射至高维凸空间，并在该空间中定义具有全局经济一致性的影子价格^[14-17]。凸包定价通过“上调费用”补偿机组实际与最优收益的差额，但本文并非直接代入该费用，而是利用凸包方法处理非光滑成本函数，使其对偶解自动隐含等价补偿；机组组合问题即决定启停与出力以最低成本满足负荷平衡与约束^[10-11]。传统的节点边际价格依赖于成本函数的光滑性与严格凸性，难以准确反映包含固定启停成本等非光滑特性的实际发电成本。凸包定价方法通过对非连续成本函数进行凸包化处理，并基于拉格朗日对偶理论严谨推导扩展节点边际价格^[11-12]，成功弥补了经典节点边际价格在不连续条件下的定价偏差，从而解决机组组合问题中的优化求解^[18]。

当前研究常采用凸或分段函数近似机组可变成本，忽略实际存在的非光滑性，但在实际的机组运行过程中，机组的可变成本通常是非光滑的。而非光滑成本会破坏强对偶条件，导致拉格朗日乘子失效。尽管凸包方法可用于处理类似的非光滑优化问题，但会引入新难题^[19-20]，非光滑的可变成本函数无疑给求解带来更多新的挑战，因此，对于机组发电过程中非光滑的可变成本对成本的整体影响考虑较少^[20-22]。

实时定价通过价格信号引导用户用电行为，

是提升系统效率的重要需求响应方式。本文在经典社会福利模型中, 引入供给侧非凸/非光滑发电成本与用户侧储能设备, 刻画用电与储能的协同决策, 旨在构建更接近实际系统的实时定价策略, 为复杂发电成本结构和灵活负荷参与下的电力市场定价机制提供理论支持。机组引入非光滑成本函数^[23], 使机组的成本变化更接近实际情况。供给侧的成本完全非光滑, 采用对偶理论将问题进行分解^[11], 最后得到仿真结果验证模型在处理社会福利最大化问题时的有效性。

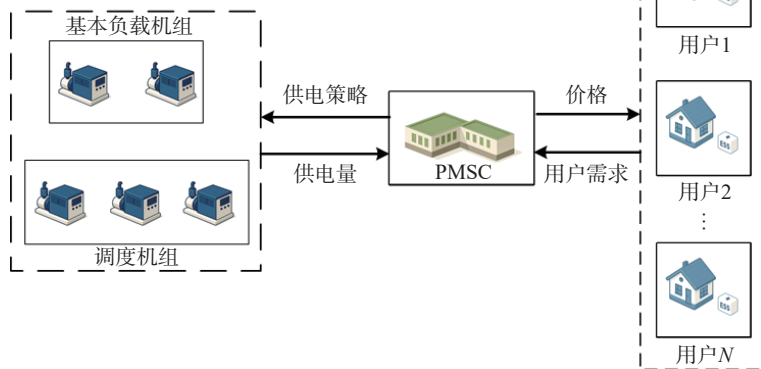


图1 多机组发电的智能电网框架

Fig. 1 Smart grid framework of multi-unit power generation

2 系统模型

2.1 需求侧

2.1.1 需求侧用户储能

假设系统有 N 个用户, 每个用户配备一个储能设备, 以便储存电量使用。虽然现实中储能设施的普及率有限, 但随着分布式储能成本的下降和用户侧能源管理需求的提升, 该假设具有现实可行性。将1 d划分为 K 个时间段, 用户根据电价波动优化储能策略, 储能电量 R_i^k 满足如下约束:

$$R_i^k = R_i^0 + \sum_{k=1}^K \left(\eta_i^c r_{i,k}^c - \frac{r_{i,k}^d}{\eta_i^d} \right) \quad (1)$$

式中: R_i^0 表示储能设备初始时段的电量; η_i^c 和 η_i^d 分别表示充电效率和放电效率; 令 R_i^k 表示用户 i 在 k 时段末的储能电量; $r_{i,k}^c > 0$ 表示设备在 k 时段的充电量; $r_{i,k}^d > 0$ 表示设备在 k 时段的放电量^[15]。当 $r_{i,k}^c = r_{i,k}^d = 0$ 时, 设备处于闲置状态。

储能设备在时段内的充电量受到充电功率限制, 即

1 电力系统结构

考虑一个小型的微网系统, 如图1所示, 包含需求侧和供给侧, 每个用户 i 配备一个储存设备, $i = 1, 2, \dots, N$ 。将1 d的时间划分为 k 个时间段, $k = 1, 2, \dots, K$ 。供给侧采用传统的火力发电模式, 主要负责将生产的电能售卖给用户。同时, 存在一个调度中心(power market scheduling center, PMSC), 主要负责依据用户的用电量和供给侧的发电量调控电价。

$$0 \leq r_{i,k}^c \leq r_{\max,i}^c \quad (2)$$

式中, $r_{\max,i}^c$ 为最大充电功率。

储能设备的放电量受到如下的约束:

$$0 \leq r_{i,k}^d \leq r_{\max,i}^d \quad (3)$$

式中, $r_{\max,i}^d$ 为最大放电功率。

同时, 储能设备有能量上限和最低储能水平要求:

$$R_i^{\min} \leq R_i^k \leq R_i^{\max} \quad (4)$$

式中, $R_i^{\min}$ 和 $R_i^{\max}$ 分别表示储能系统的最低和最高储能电量。

存储设备同样存在折旧等成本, 每次的充电、放电会对设备的耐久造成疲劳损伤。考虑储能设备运行成本 C_{ESS} 为如下凸函数^[22]:

$$\begin{aligned} C_{\text{ESS},i}^k(r_{i,k}^c, r_{i,k}^d) = & \delta_{i,1}[(r_{i,k}^c)^2 + (r_{i,k}^d)^2] + \\ & \delta_{i,2}(r_{i,k-1}^d r_{i,k}^c + r_{i,k-1}^c r_{i,k}^d) + \\ & \delta_{i,3}[\min(R_i^k - \delta R_i^{\text{cap}}, 0)]^2 + \delta_{i,4} \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $\delta_{i,1}$ 、 $\delta_{i,2}$ 、 $\delta_{i,3}$ 、 $\delta_{i,4}$ 和 δ 均为已知参数; R_i^{cap}

为储能设备容量。

式(5)等号右边第一项和第二项分别代表储能设备快速充放电和充放循环造成的损害。值得注意的是,后者是前者的修正,故而参数 $\delta_{i,2}$ 远小于 $\delta_{i,1}$ 。第三项是放电深度给储能设备带来的损害效应, $\delta_{i,4}$ 表示储能系统维护等带来的其他成本。

2.1.2 需求侧效用函数

效用函数作为微观经济学的核心概念,用于描述消费者消费量与其所获效用之间的映射关系。在电力系统背景下,用户的用电量通常与其效用感知呈正相关;然而,当用电量超过特定阈值时,额外消耗的电能对效用提升的贡献趋于微弱甚至可忽略不计。该效用函数满足非递减性及边际效用递减的基本假设。目前的智能电网实时定价研究中,效用函数 U 和用电量 x 的关系一般采取如下分段二次函数:

$$U(x, \omega) = \begin{cases} \omega x - \frac{\alpha}{2} x^2, & 0 \leq x \leq \frac{\omega}{\alpha} \\ \frac{\omega^2}{2\alpha}, & x \geq \frac{\omega}{\alpha} \end{cases} \quad (6)$$

式中: α 反映效用随用电量增加的敏感度与递减快慢,控制效用曲线的弯曲程度和饱和位置, $0 < \alpha \leq 1$; ω 是用户的用电弹性系数, ω 更高的用户使用同样的电力能带来更高的效用。

$$x_{\min,i}^k \leq x_i^k \leq x_{\max,i}^k \quad (7)$$

式中, $x_{\max,i}^k$ 和 $x_{\min,i}^k$ 分别代表用户可调整的用电量上限和下限。

2.2 供给侧

供给侧在得到用户用电信息后,根据电价和用户用电情况,以利润最大为目标,优化电价和供电方案。火力发电机组组合问题中,发电机组的发电成本主要由可变成本和启动成本组成。 k 时段 j 发电单元是否发电,由二元变量 u_j^k 决定。如果 $u_j^k=1$,则机组启动;如果 $u_j^k=0$,则不启动。基本负荷机组定义为 M_1 ,调度机组定义为 M_2 ,发电机组发电量 L_j^k 的上下界定义如下:

$$L_{\min,j}^k \leq L_j^k \leq L_{\max,j}^k, \quad \forall j \in M_1 \quad (8)$$

$$L_{\min,j}^k u_j^k \leq L_j^k \leq L_{\max,j}^k u_j^k, \quad \forall j \in M_2, k \in K \quad (9)$$

供给侧每个时段的发电成本 C 可以表示为

$$C(L^k, u^k) = \sum_{j=1}^{M_1+M_2} C_j(L_j^k) u_j^k + \sum_{j=1}^{M_2} S_j u_j^k (1 - u_j^{k-1}) \quad (10)$$

式中: $L_{\min,j}^k$ 和 $L_{\max,j}^k$ 是机组的最小和最大发电量; S_j 表示启动成本。启动成本为不随时间变化的常数,并且只在机组从关闭到开启时产生,其运行过程中的磨损、启停损耗及寿命折旧等成本已在构造发电成本函数时隐含地计入,即通过成本函数系数进行综合反映。

3 实时定价模型与求解

3.1 需求侧社会福利

用户以最大化经济效益为目标,根据电价调整自身用电行为。当用户接收到电价 $p \triangleq [p^k]_{k \in K}$ 时,各个用户优化的目标函数 W_i 为

$$W_i = \sum_{k=1}^K (U(x_i^k, \omega_i^k) - C_{\text{ESS},i}^k(r_{i,k}^c, r_{i,k}^d) - p^k(x_i^k - r_{i,k}^d + r_{i,k}^c)) \quad (11)$$

等式右边第一项表示用户用电带来的效用,后两项分别表示储能设备成本和用户购买电力实际支付给供给侧的费用。

每个时段固定电价的计算方式如下所示:

$$p_{\text{fixed}}^k = \omega_{\max,i}^k - \frac{L^k \alpha}{N} \quad (12)$$

式中, $\omega_{\max,i}^k$ 为每个用户在各时段的用电偏好 ω_i^k 在每个时段的最大值。

3.2 供给侧成本函数和利润

火力发电依然是现阶段电力生产的主要方式,在不考虑其他电能生产的情况下,通常是根据发电机组的物理特征,将电力成本描述为单调增加的二次光滑凸函数。但是在实际生产过程中,机组可变成本的变化并不是光滑的,考虑阀点负载效应的非光滑燃料成本函数模型能够更好地刻画火力发电期间成本的变化情况^[23]:

$$C(L) = aL^2 + bL + c + |e \sin(f(L_{\min} - L))| \quad (13)$$

式中: L 为机组的输出电量; a 、 b 、 c 分别为二次、线性及常数项系数; e 为阀点效应幅值系数; f 为阀点效应频率系数; $L_{\min}$ 为火力发电机组的最小发电量。

与传统梯度优化方法需将成本函数近似为平滑二次型不同,该模型通过正弦项准确刻画了汽轮机阀门启闭引起的燃料成本突变现象。具体计算中的分段形式如下:

$$\begin{cases} C(L) = aL^2 + bL + c + e \sin(f(L_{\min} - L)), \\ f(L_{\min} - L) \in (2s\pi, 2s\pi + \pi), s \in \mathbb{Z} \\ C(L) = aL^2 + bL + c - e \sin(f(L_{\min} - L)), \\ f(L_{\min} - L) \in (2s\pi + \pi, 2s\pi + 2\pi), s \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (14)$$

其非光滑特征显著增加了优化问题的复杂性。供给侧的优化目标总福利 W_1 可以表示为

$$W_1 = \max_{L_j^k, u_j^k} \sum_{k=1}^K (p^k \sum_{j=1}^{M_1+M_2} L_j^k) - \sum_{j=1}^{M_1+M_2} C_j(L_j^k) u_j^k + \sum_{j=1}^{M_2} S_j u_j^k (1 - u_j^{k-1}) \quad (15)$$

供给侧利润为收益与成本的差额,其中,最优优化目标中的收益部分为各时段内通过售电获得的总利润,成本包括启动成本和可变成本,调度中心根据当前用户的用电情况决定机组的启停,将总成本最小化。

3.3 社会福利最大化

从社会福利的角度出发,利用能源调度中心进行市场定价,同时以需求侧效用最大化和供给侧成本最小化为目标,建立如下的最优化模型:

$$\begin{cases} \max_{x_i^k, r_{i,k}^c, r_{i,k}^d, L_j^k, u_j^k} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N (U(x_i^k, \omega_i^k) - C_{\text{ESS}}^k(r_{i,k}^c, r_{i,k}^d) - \\ \left(\sum_{j=1}^{M_1+M_2} C_j(L_j^k) u_j^k + \sum_{j=1}^{M_2} S_j u_j^k (1 - u_j^{k-1}) \right)) \\ \text{s.t.} \\ x_{\min,i}^k \leq x_i^k \leq x_{\max,i}^k \\ L_{\min,j}^k \leq L_j^k \leq L_{\max,j}^k \\ 0 \leq r_{i,k}^c \leq r_{\max,i}^c \\ 0 \leq r_{i,k}^d \leq r_{\max,i}^d \\ R_i^{\min} \leq R_i^k \leq R_i^{\max}, u_j^k = 1, \forall j \in M_1, \\ u_j^k \in \{0, 1\}, \forall j \in M_2 \end{cases} \quad (16)$$

当前系统主要包含两个成本:一是火力发电成本,其中变量是生产电量;二是储能装置充放电的损耗(与储能系统折旧及维修有关的营运成本由充放电量而定)。效用函数与储能成本分别由式(5)、(6)定义,用户的储能成本和供给侧的可变成本函数是凸的。但是,机组中存在启停问题,使得机组问题出现非凸的情况。

通常对于凸优化问题,可以使用与供需均衡约束相关的拉格朗日乘子作为影子价格,但是当前机组的成本函数并不是连续的,因此,影子价

格并不能通过先前的方法来确定。

3.4 凸包方法及问题转化求解

3.4.1 凸包方法

原问题中包含非凸的成本,因此不能使用次梯度方法求得。凸包方法可以很好地解决这一问题,下面给出定义^[10]。

定义 1 针对机组组合问题中的价值函数 $v(L)$,其凸包近似构造定义为

$$v^h(L) = \inf_{\mu} \{ \mu | (\mu, L) \in \text{co}(\text{epi}(v(L))) \} \quad (17)$$

式中: $v^h(L)$ 表示凸包价格; $\text{co}(\cdot)$ 表示凸包运算; $\text{epi}(v(L))$ 表示 $v(L)$ 的上界,即所有满足 $\mu \geq v(L)$ 的点集,凸包近似本质上是构建了原函数的最小凸上界。

从经济学视角看,影子价格反映约束条件边际变化对系统最优成本的影响强度。在可微优化模型中,此类价格可等价于拉格朗日乘子;然而,机组组合问题常涉及非凸非光滑函数(如机组启停成本、整数决策变量),导致目标函数对约束条件变化而呈现多值极限现象。此时,凸包价格 $v^h(L)$ 通过引入凸松弛技术,将原问题的非光滑结构转化为连续可微形式,从而为多时段电力市场的边际定价提供统一解析框架。

定义 2 $p^h \in \mathbb{R}^K$ 被定义为在给定需求量 L 时,价值函数 $v(L)$ 的凸包 $v^h(L)$ 所求得的次梯度,即 $p^h \in \partial v^h(L)$ 。

在该定义下,可以将原始的社会福利最大化问题写成如下形式:

$$\begin{cases} \max_{x_i^k, r_{i,k}^c, r_{i,k}^d} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N (U(x_i^k, \omega_i^k) - C_{\text{ESS}}^k(r_{i,k}^c, r_{i,k}^d) - v^h(L)) \\ \text{s.t.} \sum_{i=1}^N (x_i^k + r_{i,k}^c - r_{i,k}^d) \leq L^k \end{cases} \quad (18)$$

3.4.2 问题转化

原问题与其拉格朗日对偶问题,存在对偶间隙,其凸包近似问题与对偶问题之间存在强对偶性,所以,求解非凸的原问题等价于求其对偶问题。而求解对偶问题的拉格朗日乘子等价于求凸包问题的次梯度,即通过求解原问题的对偶问题,来求解凸包问题^[11],如图2所示。

考虑非光滑成本的凸包问题如图3所示,原问题中的启停成本产生的成本函数跳跃问题已经用凸函数代替,非光滑的成本函数使得机组的成本与实际生产更接近。

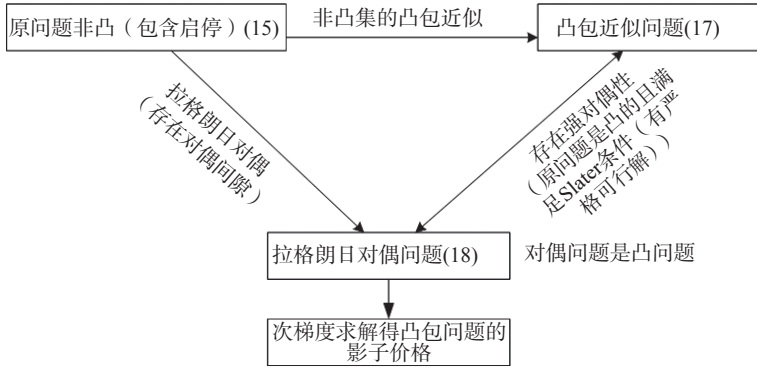


图2 问题转化过程

Fig. 2 Problem transformation process

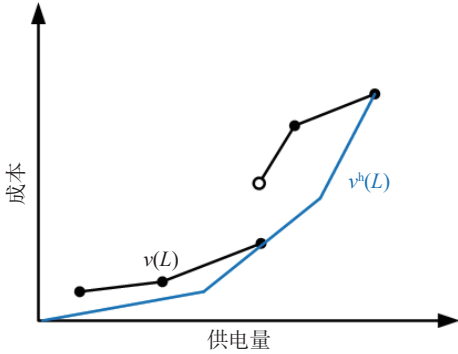


图3 成本函数及其凸包

Fig. 3 Cost function and its convex hull

所以原问题可以转化为对偶问题: $\min_{\lambda} \psi(\lambda)$

其中, $\psi(\lambda)$ 表示为如下形式:

$$\psi(\lambda) = \max_{x_i^k, r_{i,k}^c, r_{i,k}^d, L_j^k, u_j^k} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N (U(x_i^k, \omega_i^k) - C_{\text{ESS}}^k(r_{i,k}^c, r_{i,k}^d) - \left(\sum_{j=1}^{M_1+M_2} C_j(L_j^k) u_j^k + \sum_{j=1}^{M_2} S_j u_j^k (1 - u_j^{k-1}) \right) - \lambda^k \left(\sum_{i=1}^N (x_i^k + r_{i,k}^c - r_{i,k}^d) - \sum_{j=1}^{M_1+M_2} L_j^k \right)) \quad (19)$$

式中: λ 为拉格朗日乘子; λ^k 为对偶问题的拉格朗日乘子。

为求解方便,考虑用户的子问题:

$$\psi_{i,x}(\lambda) = \max_{x_i^k, r_{i,k}^c, r_{i,k}^d} \sum_{k=1}^K (U(x_i^k, \omega_i^k) - C_{\text{ESS}}^k(r_{i,k}^c, r_{i,k}^d) - \lambda^k (x_i^k - r_{i,k}^d + r_{i,k}^c)) \quad (20)$$

同时,考虑供给侧子问题:

$$\psi_l(\lambda) = \max_{L_j^k, u_j^k} \sum_{k=1}^K \left(\lambda^k \sum_{j=1}^{M_1+M_2} L_j^k - \sum_{j=1}^{M_1+M_2} C_j(L_j^k) u_j^k + \sum_{j=1}^{M_2} S_j u_j^k (1 - u_j^{k-1}) \right) \quad (21)$$

3.4.3 流程及算法

原问题的对偶问题是凸的且下半连续,属于非光滑凸优化问题,因此可以使用次梯度投影法求解:

$$\lambda_{t+1} = \left[\lambda_t - \tau \frac{\partial \psi(\lambda)}{\partial \lambda_t} \right]^+ = \left[\lambda_t + \tau_t \left(\sum_{i=1}^N (x_i^*(\lambda_t) + r_{i,c}^*(\lambda_t) - r_{i,d}^*(\lambda_t)) - L^*(\lambda_t) \right) \right]^+ \quad (22)$$

式中: $t \in T$, T 是迭代次数的集合; $\tau_t > 0$ 是次梯度投影算法的步长; $x_i^*(\lambda_t)$ 、 $r_{i,c}^*(\lambda_t)$ 、 $r_{i,d}^*(\lambda_t)$ 分别是关于用户子问题式(19)的最优解, $L^*(\lambda_t)$ 是供给侧机组单元的子问题式(20)的最优解。

通过上述方式,原问题被分解为分别由用户求解和由PMSC求解的两个子问题。供给侧和需求侧只需要对各自的子问题进行优化求解,得到最优值后再用次梯度投影法进行迭代,直到供需平衡,即原问题导数的二范数 $\|\partial \psi(\lambda)\|^2 \leq \varepsilon$, $\varepsilon > 0$ 且足够小,就是停机准则的标准。

具体实践流程分为两种情况:流程1由每个用户*i*执行;流程2由PMSC和供给侧执行。

a. 流程1的实施过程如下:

步骤1 确定用户侧的基础用电偏好设置,储能设备参数初始化;

步骤2 从PMSC接收新电价 λ ;

步骤3 通过解决用户的子问题更新用户消耗电量 x_i^k 和储能设备充电量 $r_{i,k}^c$ 和放电量 $r_{i,k}^d$;

步骤4 将满足用户子问题的最优用电量 x_i^k 、储能设备充电量 $r_{i,k}^c$ 、放电量 $r_{i,k}^d$ 发送给PMSC;

步骤5 重复步骤2~4直至收敛。

b. 流程2的实施过程如下:

步骤1 设置迭代步长 $\tau_t > 0$;

步骤2 接收来自用户的用电信息 $x^*(\lambda_t)$ 和储能设备充电 r_i^c 及放电 r_i^d 信息;

步骤3 通过求解供给侧子问题计算最优发电量 $L^*(\lambda_t)$;

步骤4 根据公式 $\lambda_{t+1} = \left[\lambda_t + \tau_t \left(\sum_{i=1}^N (x_i^*(\lambda_t) + r_i^c(\lambda_t) - r_i^d(\lambda_t)) - L^*(\lambda_t) \right) \right]^+$ 更新电价信息;

步骤5 PMSC将更新后的电价信息发送给用户;

步骤6 重复步骤2~5直至满足收敛条件。

4 仿真实验

4.1 参数设置

通过仿真实验来验证使用凸包方法求解机组组合问题,以及验证机组成本函数非光滑时实时定价策略的有效性。系统包含30个用户, $N=30$,且每个用户配备储能设备。以1d为一个周期,每小时(h)为单位,施行日前实时定价, $K=24$ 。随机化用户第一时段效用函数参数 $\omega \in [1,5]$, $\alpha=0.25$,并在后续时段引入 ω 随机波动来模拟用户用电需求的随机偏好动态变化。供给侧机组共设置5个火力发电机,其中,两个固定机组处于一直开启状态,所以启动成本设置为0,3个调度机组根据所需供电量的多少决定是否开启或关闭。5个机组生产电量的多少和成本的变化都不相同,机组参数设置如表1和表2所示。

表1 机组发电能力及成本

Tab. 1 Generation capacity and costs of units

机组	发电上限/(kW·h)	发电下限/(kW·h)	启动成本/元
Unit1	100	25	—
Unit2	100	25	—
Unit3	80	15	6
Unit4	80	0	4.5
Unit5	70	0	3

该参数设定下,机组在对应发电量区间内的可变成本函数虽然保持凸性,但呈现非光滑特征,存在多处不可微点。这一特性导致求解过程中收敛速度变慢,并使得收敛结果出现不确定性。

4.2 结果分析

图4展示了机组组合问题下,机组采用非光

表2 机组成本函数参数设置

Tab. 2 Cost function parameter settings of units

机组	a	b	c	e	f
Unit1	0.005 5	0.380	0	10.1	0.041
Unit2	0.004 2	0.290	0	10.4	0.043
Unit3	0.002 6	0.623	0	10.2	0.044
Unit4	0.004 1	0.843	0	10.5	0.042
Unit5	0.006 2	0.882	0	10.3	0.045

滑的成本函数时,算法在迭代过程中的收敛情况。其中,横轴表示迭代次数,纵轴为供需变化量(记为delta,即供需双侧的差值)。从图中可以看出,算法在初始阶段(约前50次迭代)目标函数的变化幅度较大,表明目标函数在这一阶段进行了较为充分的探索与搜索,解的质量迅速提升。随后,delta值迅速下降并趋于平稳,基本在第200次以后波动极小,说明算法已逐渐收敛至最优或近似最优解,进入局部精细搜索阶段。因此,所用算法具有较快的收敛速度与稳定的搜索性能,能够在有限的迭代次数内达到较优解。

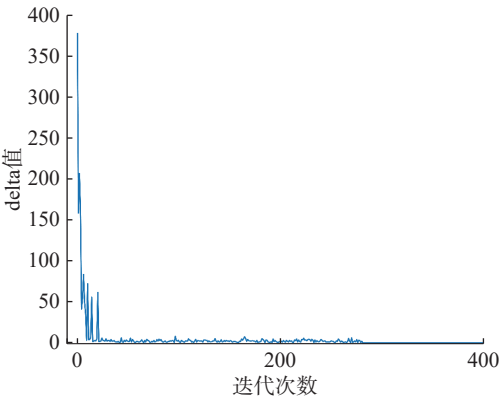


图4 算法收敛状态

Fig. 4 Algorithm convergence status

图5展示了多机组系统在1d内的发电调度方案,采用堆叠柱状图形式表示各机组(Unit1至Unit5)在每个时段的出力情况,横轴为时间(t),纵轴为发电量(kW·h)。从图中可以看出,基载机组(Unit1、Unit2)承担了系统的主要负荷,出力相对稳定且持续运行,体现了其在满足基础负荷需求方面的作用。而调峰机组(Unit3、Unit4)在中高负荷时段(第10~20h)出力显著,用于应对负荷的时变特性,提高系统的灵活性和调节能力。由于机组的可变成本函数非光滑,会出现固定机组处于最小出力状态、而机组3达到最大出力状态的情况。此外,备用机组Unit5仅在个别高峰时段

(第 15~18 h)投入运行,表明系统具备良好的负荷响应能力和安全冗余设计。图 5 中,0~1 时段合成出力为 250 kW·h(高于邻近时段的 200 kW·h)并非异常,主要原因是非凸成本与离散决策(机组的启停)可能使局部最优解在特定时刻出现较高合成出力。

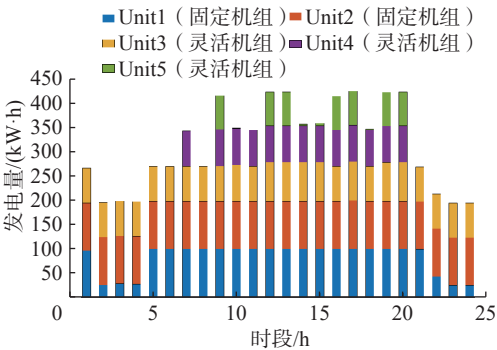


图 5 机组出力分配方案
Fig. 5 Unit output dispatch schemes

整体而言,该调度方案充分发挥了不同类型机组的运行特性,实现了负荷分担的优化组合,从而有效兼顾了系统运行的经济性与可靠性。具体响应下,在用电低谷期,灵活机组仅部分开启;而在高峰期,则全部投入运行。这种动态调度策略能够精准响应各时段的用户用电需求,决策过程主要受两方面因素影响:一是各时段用户的用电偏好;二是不同机组的成本差异。

在图 6 中,将 1 d 内实时电价曲线与固定电价曲线进行对比,固定电价呈阶梯式波动,在早晚用电高峰时段(如第 7~9 h 和第 17~20 h)出现较大幅度的上升,最高电价接近 2 元,反映出电力市场为激励用户错峰用电所设置的价格策略。而实时电价则变化较为平稳,尽管存在一定波动,但整体涨幅较小,最高值稳定在 1.5 元左右,具有更强的价格抑制性和可预期性。该图说明了两种电价机制在负荷调节策略中的差异:固定电价通过峰谷电价差引导用户行为,而实时电价更注重根据实际供需关系动态调整,有利于提升系统调度的灵活性与经济性。在实际应用中,合理选择电价机制对于优化负荷响应、降低用户成本具有重要意义。

结合图 7 中供电用电情况,在用电高峰期,电价呈上升趋势,而在用电低谷期,电价则有所下降。这种电价波动机制有效激励用户参与需求侧管理,促进了供需双方的动态平衡和能源的合理调度。

图 8 展示了储能系统在 24 h 周期内的充放电

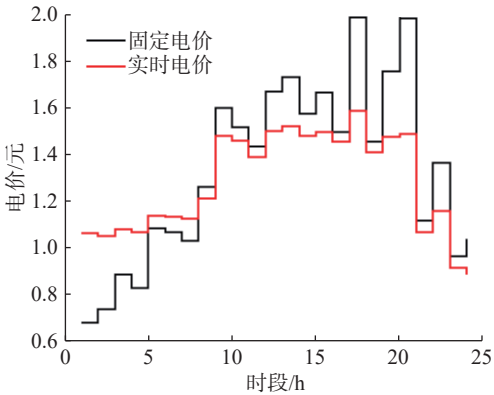


图 6 不同定价方案下的电价
Fig. 6 Electricity pricing under different pricing schemes

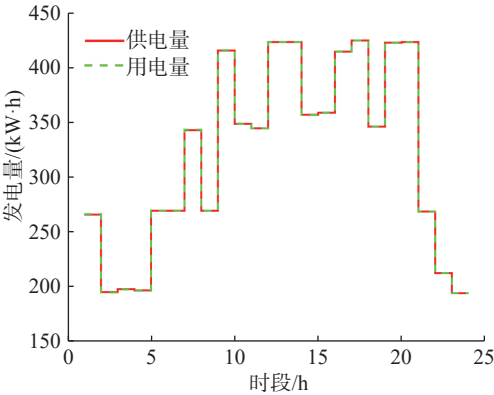


图 7 供电用电情况
Fig. 7 Electricity supply and consumption status

行为。蓝色实线表示储能设备的充电量,红色虚线表示其放电量。储能设备的充放电量主要与设备初始电量与最大储电量有关。从图中可以观察到,储能系统主要在第 1~8 h 进行充电操作,充电功率逐步下降,说明该阶段电价较低或系统负荷较低,适宜进行能量存储。而从第 10 h 开始,储能设备开始陆续释放能量,并在第 15~21 h 之间频繁放电。其中,第 19 h 达到最大放电量(超过 50 kW·h),表明此时为系统用电高峰期,储能系统通过放电削峰填谷,降低负荷压力或响应电价信号获取收益。综上,该图反映出储能设备在“低谷充电、高峰放电”的策略下运行良好,不仅提升了系统的负荷调节能力,也优化了整体运行成本,验证了储能系统在实时电价机制下的调度价值。

总体而言,实时电价机制在大部分时段均表现出略高于固定电价机制的社会福利水平,如图 9 所示,尤其在系统负荷较高的中午至晚间时段(第 10~20 h)差异更为显著,部分时段实时电价下的福利值超过 1200 元。这表明实时电价能够更灵活地反映市场供需关系,引导用户在高价时段降低

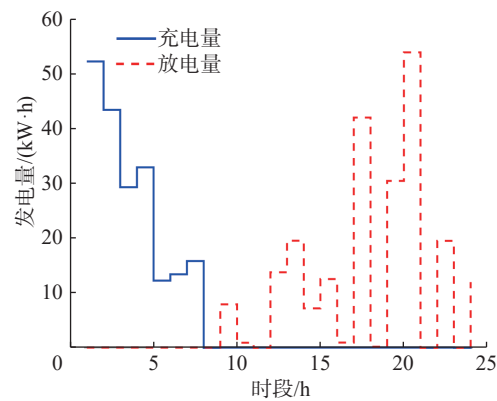


图 8 储能设备充放电分布

Fig. 8 Charge-discharge distribution of energy storage devices

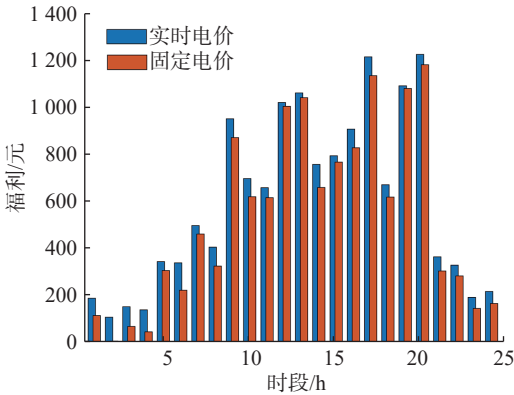


图 9 社会总福利对比

Fig. 9 Comparison of social total welfare

用电需求, 提升资源配置效率, 从而实现更高的社会总效益。综合分析, 机组的可变成本函数非光滑时, 实时电价机制相较于固定电价在动态响应、电力资源优化配置等方面更具优势, 能够在保障系统平稳运行的基础上, 提升社会福利水平。

实时电价与固定电价两种定价方式下, 供给侧和需求侧社会福利表现具有显著差异。从供给侧福利(图 10)来看, 实时电价机制始终优于固定

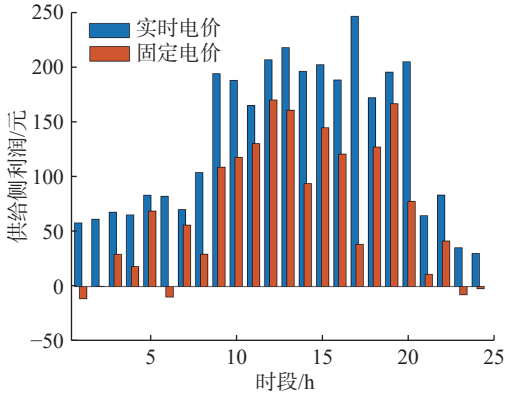


图 10 供给侧社会福利

Fig. 10 Supply-side social welfare

电价, 而从需求侧福利来看, 固定电价的社会福利在用户用电量提高时, 会高于实时电价的社会福利。在低谷时段(第 1~5 h), 供需侧福利差异较小, 但实时定价仍略有优势。在用电高峰期, 供给侧的社会福利仍然是实时电价较高, 但是, 需求侧福利此时要略低于固定电价(图 11)。这说明在本文的模型中, 当考虑单边福利时, 固定电价对供给侧更友好, 这也符合实际电力交易过程中可能出现的情况。图 9 显示, 本文模型仍能够保证实时电价在社会总福利上高于固定电价这种定价方式。

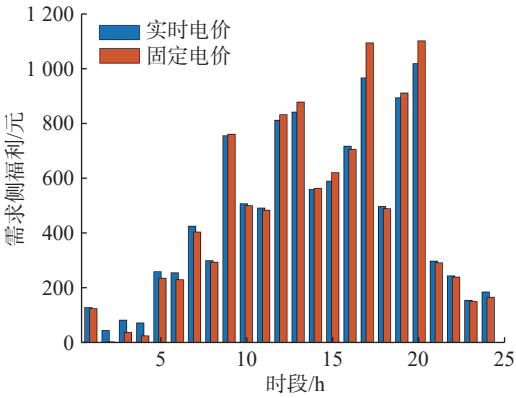


图 11 需求侧福利

Fig. 11 Demand-side social welfare

5 结束语

传统的电力系统定价模型, 在考虑供给侧的成本时, 一般会通过简化成本函数部分的建模来减少计算的复杂性。如果采用非光滑的成本函数, 会给求解带来新的问题, 因此, 很少有研究在考虑问题时采用非光滑的可变成本函数。而本文所考虑的问题本身就是非凸非光滑的, 机组的成本函数考虑非光滑函数并没有带来新的复杂问题, 所以本文模型中的可变成本应该使用非光滑成本函数来模拟机组成本变化趋势。

本研究基于电力系统社会福利最大化定价方法, 考虑了用户侧分布式储能系统、供给侧多机组的实时定价机制, 机组考虑启停成本, 并且可变成本函数采用更接近实际应用的非光滑可变成本函数, 使用凸包方法和对偶理论对原问题进行转化并求解。在此定价机制下, PMSC 能够实时求解能源分配方案, 并通过电价引导用户的能源消费行为, 实现了资源的优化配置与能源使用模式的调整。在传统的供给侧调度优化的基础上引入

实时定价机制, 本文的实时定价考虑到用户效用, 有效地实现了进一步优化, 做到供需平衡的同时能提高社会总福利。

然而, 受限于建模复杂性与实际条件, 仍有若干值得深入探索的研究方向。围绕智能电网中的实时定价机制, 仍存在大量具有理论意义与工程价值的研究问题。未来, 在需求侧建模方面, 可进一步引入用户用电习惯的负荷响应。在优化方法上, 可结合混合整数规划、并行计算及分布式算法等工具, 提高模型在复杂系统中的求解能力。考虑到电力系统面临的极端天气、高负荷冲击及设备故障等不确定性, 可进一步引入鲁棒优化。

参考文献:

- [1] Liu J Q, Wang J H, Cardinal J. Evolution and reform of UK electricity market[J]. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2022, 161: 112317.
- [2] Peng J H, Zhou J, Liang G C, et al. Multi-period integrated scheduling optimization of complex natural gas pipeline network system with underground gas storage to ensure economic and environmental benefits[J]. *Energy*, 2024, 302: 131837.
- [3] Chen H, Zhang B Y, Geng H P, et al. Demand response during the peak load period in China: potentials, benefits and implementation mechanism designs[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2022, 168: 108117.
- [4] Pourramezan A, Samadi M. A novel approach for incorporating incentive-based and price-based demand response programs in long-term generation investment planning[J]. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2022, 142: 108315.
- [5] 高岩. 基于需求侧管理实时电价优化方法综述 [J]. 上海理工大学学报, 2022, 44(2): 103–111, 121.
- [6] 屈德强, 李军祥, 尚有林, 等. 智能电网光滑化逼近实时定价 [J]. *系统科学与数学*, 2025, 45(1): 145–156.
- [7] 何冰洁, 李军祥, 咏梅. 智能电网用电异常诊断和调控策略 [J]. *控制工程*, 2024, 31(2): 222–230.
- [8] 朱泽怡, 高岩, 丁晓东. 基于需求侧管理的智能电网两种时段集成定价策略 [J/OL]. 中国管理科学, 1–14[2024-11-28]. <https://www.zggkx.com/CN/abstract/abstract19157.shtml>.
- [9] Yang H Z, Yang P C, Huang C L. Evolutionary programming based economic dispatch for units with non-smooth fuel cost functions[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 1996, 11(1): 112–118.
- [10] Yu Y N, Zhang T, Guan Y P, et al. Convex primal formulations for convex hull pricing with reserve commitments[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2021, 36(3): 2345–2354.
- [11] Li N N, Gao Y. Real-time pricing based on convex hull method for smart grid with multiple generating units[J]. *Energy*, 2023, 285: 129543.
- [12] Nikzad M. Risk-averse stochastic multi-objective optimization for time-of-use demand response pricing in smart microgrids[J]. *Energy*, 2025, 322: 135733.
- [13] Andrianesis P, Bertsimas D, Caramanis M C, et al. Computation of convex hull prices in electricity markets with non-convexities using Dantzig-Wolfe decomposition[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2022, 37(4): 2578–2589.
- [14] Knueven B, Ostrowski J, Castillo A, et al. A computationally efficient algorithm for computing convex hull prices[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2022, 163: 107806.
- [15] Yang Z, Yang F, Min H, et al. RETRACTED: Energy management programming to reduce distribution network operating costs in the presence of electric vehicles and renewable energy sources[J]. *Energy*, 2023, 263: 125695.
- [16] Samadi P, Mohsenian-Rad A H, Schober R, et al. Optimal real-time pricing algorithm based on utility maximization for smart grid[C]//2010 First IEEE International Conference on Smart Grid Communications. Gaithersburg: IEEE, 2010: 415–420.
- [17] Gupta P K, Gupta A K, Tuttlberg K, et al. An adaptive class topper optimization for scheduling thermal generation with cubic fuel cost function[C]//2025 15th International Conference on Power, Energy, and Electrical Engineering (CPEEE). Fukuoka: IEEE, 2025: 195–199.
- [18] Rais M, Bustamin B, Sirad M A H. Optimal power flow for non-smooth cost function using particle swarm optimization on 150 Kv system[J]. *PROtek: Jurnal Ilmiah Teknik Elektro*, 2023, 10(1): 8.
- [19] Gabrel V, Murat C, Thiele A. Recent advances in robust optimization: an overview[J]. *European Journal of Operational Research*, 2014, 235(3): 471–483.
- [20] 吴志强, 王菁祺, 高岩. 实时电价的社会福利解析 [J]. 中国管理科学, 2024, 32(3): 218–227.
- [21] 高岩. 智能电网实时电价社会福利最大化模型的研究 [J]. 中国管理科学, 2020, 28(10): 201–209.
- [22] Hu M, Xiao J W, Cui S C, et al. Distributed real-time demand response for energy management scheduling in smart grid[J]. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2018, 99: 233–245.
- [23] Attaviriyanupap P, Kita H, Tanaka E, et al. A hybrid EP and SQP for dynamic economic dispatch with nonsmooth fuel cost function[J]. *IEEE Power Engineering Review*, 2002, 22(4): 77.